

# Bolygóműves hajtóművek konstrukciós sajátosságainak és hatásfokának vizsgálata

## Study of the Construction Features and Efficiency of Planetary Gear Mechanisms

DOBAI Zsolt<sup>1</sup> szakmai asszisztens, KÖVÉR László Márk<sup>1</sup> tanszéki mérnök

<sup>1</sup>Pannon Egyetem, Mérnöki Kar, 8200 Veszprém, Egyetem u. 10.; E-mail: [dobai.zsolt@mk.uni-pannon.hu](mailto:dobai.zsolt@mk.uni-pannon.hu)

### Abstract

Planetary gearboxes are widely used components of modern industrial drive systems due to their compact design and high power density. Determining their efficiency is a complex task, as power is transmitted through multiple parallel branches and losses arise as the resultant of the entire kinematic system. This paper reviews the constructional characteristics of planetary gearboxes, focusing on the interaction of the sun gear, planet gears, ring gear, and carrier, as well as the significance of load distribution among the planets. The analytical models applicable to planetary gearboxes are presented, with emphasis on the Del Castillo approach, which enables a closed-form description of efficiency through the concept of virtual tooth number. The paper demonstrates that carrier rigidity, friction conditions, and bearing and hydraulic losses significantly influence planetary gearbox efficiency. The findings provide a basis for future measurement and condition monitoring applications.

**Keywords:** planetary gearbox, efficiency, Del Castillo model, power loss, condition monitoring

### Kivonat

A bolygóműves hajtóművek kompakt kialakításuk és nagy teljesítménysűrűségük miatt széles körben alkalmazott elemei a modern ipari hajtásrendszereknek. Hatásfokuk meghatározása összetett feladat, mivel a teljesítményátvitel több párhuzamos teljesítményágon keresztül valósul meg, és a veszteségek a teljes kinematikai rendszer eredőjeként jelentkeznek. A cikk célja a bolygóműves hajtóművek konstrukciós felépítésének és a hatásfokot meghatározó főbb veszteségmechanizmusok áttekintése. A cikk bemutatja a bolygóművek alapvető kinematikai sajátosságait, különös tekintettel a napkerék, a bolygókerék, a koszorúkerék és a hordozó kölcsönhatására, valamint a bolygók közötti terhelésmegosztás jelentőségére. A hatásfok elemzése során ismertetésre kerülnek a bolygóművekre alkalmazható analitikus modellek, kiemelten a Del Castillo-féle megközelítés. A tanulmány rámutat arra, hogy a hordozó merevsége, a súrlódási viszonyok, valamint a csapágy- és hidraulikai veszteségek jelentős hatással vannak a bolygóművek hatásfokára.

**Kulcsszavak:** bolygómű, hatásfok, Del Castillo-modell, teljesítményvesztés, állapotfelügyelet

## 1. BEVEZETÉS

A bolygóműves hajtóművek a modern ipari hajtásrendszerek egyik leggyakrabban alkalmazott elemei. Kompakt kialakításuk, nagy teljesítménysűrűségük és kedvező hatásfokuk miatt széleskörű alkalmazási területen találkozhatunk velük: ipari gépeknél, robotikai rendszereknél, szélenergia-berendezéseknél és elektromos hajtásoknál egyaránt. A hajtómű-hatásfok meghatározása nem csupán energetikai kérdés, hanem az üzemeltetés és a karbantartás szempontjából is kiemelt jelentőséggel bír.

A hatásfok romlása nem csupán energetikai veszteséget jelent, hanem gyakran valamilyen rendellenesség – kenési probléma, fogprofilhiba, csapágykopás vagy terhelésmegosztási zavar – előjele is lehet. Hjellem és munkatársai rámutatnak, hogy a fogérintkezési hőmérséklet, a kenőfilm vastagsága és a felületkezelés mind szoros összefüggésben állnak a veszteségek alakulásával [1]. A modern, IoT-alapú hajtóművek esetében a hatásfok változása valós időben követhető, ami lehetőséget teremt a prediktív karbantartásra és a rendellenes működés korai felismerésére.

A bolygóművek hatásfokának meghatározása összetett feladat. A teljesítményátvitel több párhuzamos ágon keresztül valósul meg – a napkerék–bolygókerék és a bolygókerék–koszorúkerék fogaskerék-párokon

át –, így a veszteségek nem egyetlen fogaskerék-kapcsolathoz, hanem a teljes kinematikai rendszer eredőjeként jelennek meg. Jelen irodalmi összefoglaló célja ennek a bonyolult összefüggésrendszernek a feltárása: a bolygóműves hajtóművek kinematikájától és veszteségmechanizmusaitól a hatásfokmodellek részletes bemutatásáig, különös tekintettel Del Castillo analitikus megközelítésére [2], valamint a mérési alapokat és a nyitott kutatási irányokat is áttekintjük.

## 2. BOLYGÓMŰVEK KINEMATIKAI SAJÁTOSSÁGAI

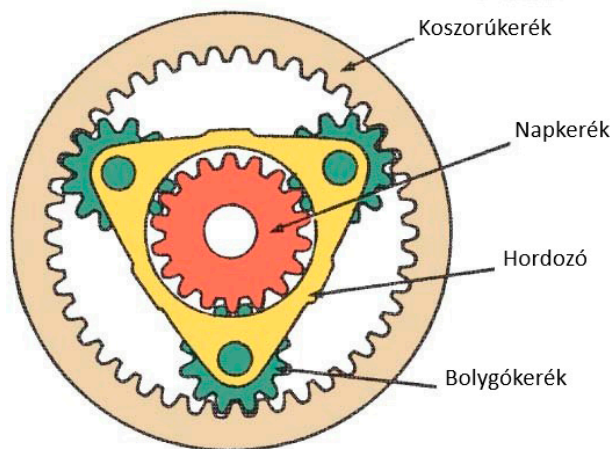
### 2.1. A bolygómű főbb elemei és kölcsönhatásuk

A bolygómű négy fő elemből épül fel: a napkerékből (sun gear), a bolygókerekekből (planet gears), a koszorúkerékből (ring gear) és a hordozóból (carrier). A napkerék centrálisan helyezkedik el, körülötte szimmetrikusan elrendezve – jellemzően három vagy négy – bolygókerék kering, amelyek egyszerre gördülnek a napkeréken és a belső fogazatú koszorúkeréken. A hordozó a bolygókerekek tengelyeit összefogja, és maga is forgó elemként vesz részt a teljesítményátvitelben.

A rendszer kinematikai viszonyait a három főelem szögsebessége közötti összefüggés határozza meg. Az alapvető kinematikai reláció a következő:

$$\frac{\omega_n - \omega_h}{\omega_k - \omega_h} = \frac{-Z_k}{Z_n} \quad (1)$$

ahol  $\omega_n$ ,  $\omega_k$  és  $\omega_h$  rendre a napkerék, a koszorúkerék és a hordozó szögsebessége,  $Z_n$  és  $Z_k$  pedig a megfelelő fogszámok [2]. Ez az összefüggés megmutatja, hogy a három elem közül bármely kettő sebessége meghatározza a harmadikét. A bolygóműben ezért – az egyik elem rögzítésétől függően – különböző áttételi viszonyok valósíthatók meg egyetlen fokozaton belül. Xue és Li gráfelméleti módszere megmutatja, hogy e konfigurációk hatásfoka és statikus erőviszonyai matematikailag szisztematikusan összehasonlíthatók [3].



1. ábra A bolygómű főbb elemeinek elrendezése: napkerék, bolygókerekek, koszorúkerék és hordozó

### 2.2. Terhelésmegoszlás a bolygókerekek között

A bolygóművek egyik legkritikusabb konstrukciós kérdése a terhelés egyenletes megoszlása az egyes bolygókerekek között. Ideális esetben a terhelés szimmetrikusan oszlik meg, azonban a gyártási pontatlanságok, a szerkezeti deformációk és a hordozó rugalmas viselkedése aszimmetrikus erőeloszlást eredményezhetnek. Ez a jelenség az egyes fogaskerék-párokon lokális túlterheléshez vezet, ami a veszteségek növekedésén és az élettartam csökkenésén túl a hatásfok romlásában is megmutatkozik.

Du és munkatársai kimutatták, hogy a hordozó rugalmas deformációjának figyelembevétele nélkül a bolygóművek hatásfoka számottevően túlbecsülhető [4]. Rugalmas hordozó esetén – például visszavezérelhető robot-ízületek hajtóelemeként vizsgált 3K-típusú bolygóműveknél – a fogaskerék-párok közötti erőmegoszlás aszimmetrikussá válik, ami a hatásfok és a visszavezethetőség egyidejű romlásával jár. A hordozó merevsége tehát nem pusztán szerkezeti szempont, hanem közvetlen hatásfokbeli következményekkel is bír.

### 3. A HATÁSFOKOT MEGHATÁROZÓ VESZTESÉGMECHANIZMUSOK

#### 3.1. A veszteségek rendszerezése

A bolygómű veszteségei négy fő csoportba sorolhatók: fogérintkezési (mechanikai) veszteségek, hidraulikai veszteségek, csapágyveszteségek és szerkezeti veszteségek. Ezek a komponensek nem függetlenek egymástól: a hőmérséklet emelkedése módosítja a kenőanyag viszkozitását, ami egyidejűleg hat a fogérintkezési és a hidraulikai veszteségekre is. A hajtómű teljes veszteségi teljesítménye a részveszteségek összege:  $P_{vesz} = P_f + P_h + P_{cs} + P_{sz}$  (1. táblázat).

A bolygóműves hajtóművek főbb veszteségtípusai

1. táblázat

Veszteségtípus ( $P_{vesz}$ )	Fizikai eredet	Fő befolyásoló paraméter
Fogérintkezési ( $P_f$ )	Csúszó-gördülő súrlódás	Normálerő, súrlódási tényező, csúszási sebesség
Hidraulikai ( $P_h$ )	Olajkavarás, fröcskölés	Fordulatszám, olajsint, viszkozitás
Csapágy ( $P_{cs}$ )	Gördülő súrlódás	Terhelés, fordulatszám, viszkozitás
Szerkezeti ( $P_{sz}$ )	Rugalmas deformáció	Hordozó merevsége, terhelésmegosztás

#### 3.2. Fogérintkezési veszteségek és TEHL-modellek

A legjelentősebb mechanikai veszteség a fogaskerek közötti csúszó-gördülő érintkezésből adódó súrlódás. A fogérintkezési veszteségi teljesítmény:

$$P_f = F_n \cdot \mu \cdot v_s \quad (2)$$

ahol  $F_n$  a normálerő,  $\mu$  a súrlódási tényező,  $v_s$  pedig a csúszási sebesség – utóbbi a hajtó- és hajtott kerék kerületi sebességeinek különbségeként adódik. Bolygóműveknél ez az összefüggés egyszerre érvényes a napkerék-bolygókerék és a bolygókerék-koszorúkerék kapcsolódási párra, amelyek veszteségei összeadódnak.

A klasszikus analitikus modellek – Niemann–Winter, Buckingham, ISO/AGMA – különböző feltételezésekkel közelítik a súrlódási tényezőt. A modern kutatások a termikus elasztohidrodinamikusan kenési (Thermal Elastohydrodynamic Lubrication, TEHL) modellek felé mozdultak. A Hamrock–Dowson-összefüggés a minimális kenőfilm-vastagságot az  $U$  sebességi paraméter,  $G$  anyagparaméter és  $W$  terhelési paraméter függvényeként írja le. Hjelm és munkatársai igazolták, hogy a fogérintkezési hőmérséklet és a filmvastagság dinamikusan változik a terhelés és a kenési állapot függvényében, amit a klasszikus modellek csak közelítőleg kezelnek [1]. A kenőanyag viszkozitásának hőmérsékletfüggését a Vogel-egyenlet írja le, ahol  $A$ ,  $B$ ,  $C$  empirikus konstansok.

$$\eta(T) = A \cdot \exp \frac{B}{(T - C)} \quad (3)$$

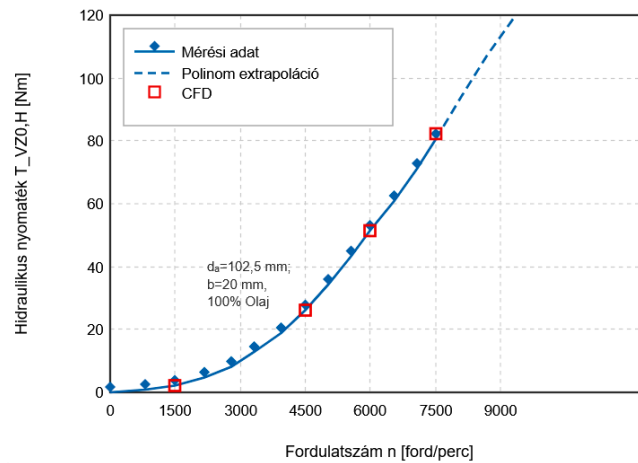
Magasabb üzemi hőmérsékleten a viszkozitás csökkenése vékonyabb kenőfilmet eredményez, ami növeli a súrlódási tényezőt, és ezáltal közvetlenül rontja a fogérintkezési hatásfokot.

#### 3.3. Hidraulikai veszteségek

A hidraulikai veszteségek forrása a fogaskerek körüli olaj- és légáramlás. Bolygóműveknél ez különösen összetett jelenség, mivel a bolygókerék körkörös pályán mozognak az olajfürdőben, folyamatosan új olajmennyiséget mozgósítva. Az olajkavarási veszteség közelítő összefüggése:

$$P_h = C_{ch} \cdot \rho \cdot n^3 \cdot D^5 \quad (4)$$

ahol  $C_{ch}$  empirikus tényező,  $\rho$  az olaj sűrűsége,  $n$  a fordulatszám,  $D$  a fogaskerék jellemző átmérője. Gorla és Concli CFD-alapú vizsgálatai igazolták, hogy a hidraulikai veszteségek a fordulatszám harmadik hatványával növekednek, és nagy sebességtartományban a teljes veszteség meghatározó részévé válhatnak [5].



2. ábra Hidraulikai (olajkavarási) veszteség kialakulása bolygóműves hajtóműben a fordulatszám függvényében [5]

Az olajfröcskölés és az olajpréselés jelenségei nemcsak a hatásfokot rontják, hanem a diagnosztikai jelekben mérhető rezgéskomponenseket is generálnak [8].

### 3.4. Csapágyveszteségek

A bolygókerekek csapágyazása különleges kihívást jelent: a bolygókerekek csapágypárjai nem rögzített, hanem mozgó tengelyen vannak, és forgásuk közben centrifugális erőnek is kitett. A csapágy súrlódási nyomaték az empirikus modell szerint:

$$M_{cs} = f_0 \cdot \eta \cdot n + f_1 \cdot F_r \quad (5)$$

ahol  $f_0$  és  $f_1$  empirikus tényezők,  $\eta$  a kenőanyag viszkozitása,  $F_r$  a radiális terhelés. A csapágyveszteség teljesítménye:  $P_{cs} = M_{cs} \cdot \omega$ . A bolygók számának növelése egyfelől javítja a terhelésmegoszlást, másfelől azonban növeli a csapágyazási pontok számát, ezáltal a csapágyveszteség összesített értékét is.

## 4. A BOLYGÓMŰVEK HATÁSFOKÁNAK ANALITIKUS LEÍRÁSA

### 4.1. A Del Castillo-féle megközelítés és a virtuális fogszám

A bolygóművek hatásfokának analitikus tárgyalásában Del Castillo munkája meghatározó jelentőségű [2]. Kimutatta, hogy a bolygómű hatásfoka a sebességviszonyok alapján is meghatározható, függetlenül az abszolút nyomatékértékektől – ez különösen hasznos a tervezési fázisban, amikor a szerkezeti paraméterek még nem véglegesek. Munkájának jelentősége abban áll, hogy elsőként adott zárt alakú, a bolygómű teljesítményáramlását ekvivalens fogaskerék-párra visszavezető analitikus hatásfokképletet.

Del Castillo bevezette a virtuális fogszám ( $Z_v$ ) fogalmát, amely a bolygómű ekvivalens fogaskerék-párjaként értelmezi a rendszert:

$$Z_v = \frac{Z_n \cdot Z_k}{Z_n + Z_k} \quad (6)$$

ahol  $Z_n$  a napkerék és  $Z_k$  a koszorúkerék fogszáma. A virtuális fogszám alkalmazásával a bolygómű hatásfoka zárt alakban fejezhető ki:

$$\eta_p = \frac{1 - \mu \cdot \frac{Z_v}{Z_n}}{1 + \mu \cdot \frac{Z_v}{Z_n}} \quad (7)$$

ahol  $\mu$  az átlagos súrlódási tényező. Ez az összefüggés rámutat, hogy a bolygómű hatásfoka elsősorban a geometriai paraméterek (fogszámok) és a súrlódási viszonyok függvénye. Kisebb virtuális fogszám (azaz nagyobb  $Z_r/Z_s$  arány) kedvezőbb hatásfokot eredményez. A modell ugyanakkor fontos korlátot is hordoz: ideális, egyenletes terhelésmegoszlást feltételez a bolygók között.

## 4.2. A hatásfokmodellek összehasonlítása

Az irodalomban számos hatásfokmodell létezik, amelyek különböző mélységben kezelik a veszteségkomponenseket. A klasszikus Niemann–Winter-modell a fogérintkezési veszteségeket a súrlódási tényező és a csúszási sebesség alapján számszerűsíti – egyszerűsége miatt gyors becslésre alkalmas, de a kenési és hőhatásokat csak korlátozott mértékben veszi figyelembe. A TEHL-alapú modellek nagyobb pontossággal számolnak, de számításiigényük lényegesen magasabb.

Kaya és Baykara kísérleti vizsgálatai igazolták, hogy az üzemi feltételek – különösen a hőmérséklet és a terhelési szint – jelentősen módosítják a hatásfokot, amit a klasszikus modellek nem mindig tükröznek megfelelően [6].

Bolygóműves hatásfokmodellek összehasonlítása

2. táblázat

Modell	Figyelembe vett veszteségek	Előnyök	Korlátok
Niemann–Winter	Fogérintkezési	Egyszerű, gyors	Kenési, hőhatások korlátozott kezelése
TEHL-alapú	Fogérintkezési, termikus	Nagy pontosság	Számításiigényes
Del Castillo	Bolygóműves (virtuális fogszám)	Zárt alakú megoldás	Ideális terhelésmegoszlást feltételez

## 5. HATÁSFOKMÉRÉSI MÓDSZEREK ÉS DIAGNOSZTIKAI ALAPOK

A hatásfok pontos meghatározása direkt módszerrel, a bemeneti és kimeneti teljesítmény közvetlen mérésével valósítható meg:

$$\eta = \frac{M_{ki} \cdot \omega_{ki}}{M_{be} \cdot \omega_{be}} \quad (8)$$

Ahol  $M_{be}$  és  $M_{ki}$  a bemeneti és kimeneti nyomaték,  $\omega_{be}$  és  $\omega_{ki}$  a megfelelő szögsebességek. A módszer előnye, hogy a hajtómű teljes veszteségi teljesítménye egyetlen mérési eljárással meghatározható; hátránya a nagy pontosságú nyomatékmérés szükségessége.

Lopot és munkatársai korszerű direkt mérési eljárást dolgoztak ki, amelyben feszültségmérő fóliákat (strain gauge) helyeznek el a hajtómű tengelyein [7]. A 24 bites analóg–digitális átalakítóval megvalósított mérési elrendezés lehetővé teszi a hatásfok tizedszázalékos pontosságú meghatározását anélkül, hogy a hajtóművet ki kellene szerelni. A mérési bizonytalanság elemzése különösen fontos, mivel a hatásfok relatív bizonytalansága a nyomaték- és szögsebesség-mérések hibáinak kvadrátikus összegeként adódik. Ez a bizonytalanság alacsony terhelési tartományban felerősödhet, ahol a veszteségek aránya relatíve nagyobb.

A direkt mérési eredmények értelmezéséhez az analitikus modellek nélkülözhetetlen segédeszköznek bizonyulnak. A mért és a modell által becsült hatásfok összevetése lehetővé teszi az egyes veszteségkomponensek hozzájárulásának azonosítását. Huang és Chang vizsgálatai megmutatták, hogy a bolygóműves hajtóműveknél a hatásfokváltozás és a rezgési spektrum változása szorosan összekapcsolt: a modulációs elemzés lényegesen korábban képes jelezni egy kialakulóban lévő hibát, mint a hagyományos amplitúdóalapú módszerek [8].

## 6. KUTATÁSI LEHETŐSÉGEK ÉS NYITOTT KÉRDÉSEK

Az irodalmi összefoglaló alapján több ígéretes kutatási irány azonosítható, amelyek a bolygóműves hajtóművek hatásfokának mélyebb megismerése és mérési módszertanának fejlesztése szempontjából kiemelkedő fontosságúak.

A Del Castillo-modell jelenlegi formájában ideális terhelésmegoszlást feltételez. Ennek kiterjesztése rugalmas hordozóra és aszimmetrikus terheléeloszlásra – Du és munkatársai eredményeire [4] építve – fontos nyitott kutatási kérdés. Különösen érdekes vizsgálati irány, hogy a hordozó rugalmassága milyen mértékben és milyen jellegű hatásfokromlást okoz különböző bolygószámú konfigurációknál és terhelési szinteken.

A hidraulikai veszteségek modellezése bolygóműveknél a bolygókerek körkörös mozgása miatt lényegesen összetettebb, mint hagyományos tengelypáras hajtóműveknél. A Gorla és Concli által alkalmazott CFD-módszertan [5] bolygóműves geometriára való adaptálása – különösen az olajkavarási és olajpréselési jelenségek pontosabb modellezése céljából – önálló kutatási értékkel bír, és a hatásfokmodell pontosítását is lehetővé tenné.

A TEHL-modellek és az analitikus bolygómű-modellek integrálása szintén megoldatlan feladatot jelent. Egy olyan egységes modellt, amely a fogérintkezési veszteségeket a kenési állapot (filmvastagság, viszkozitás, hőmérséklet) függvényében dinamikusan számítja, miközben a bolygóműves teljesítményáramlást is helyesen kezeli, lényegesen pontosabb hatásfokbecslésre lenne képes, mint a jelenlegi megközelítések bármelyike önmagában.

Az IoT-alapú valós idejű hatásfok-monitorozás és a rezgésdiagnosztika közötti összefüggés feltárása szintén ígéretes irány. A hatásfokváltozás és a rezgési jelekben megjelenő modulációs komponensek [8] közötti kvantitatív összefüggés meghatározása új alapokat teremthet a hibák korai detektálásához.

Egy ilyen korreláción alapuló diagnosztikai rendszer különösen értékes lenne IoT-alapú bolygóműveknél, ahol a szenzoradatok folyamatosan rendelkezésre állnak.

A feszültségmérő fóliás hatásfokmérési módszer bolygóműves hajtóműveknél való alkalmazhatóságának vizsgálata – különösen a mérési bizonytalanság és a hőmérsékleti hatások szempontjából – szintén önálló kutatási feladatot jelent, és hozzájárulna az ipari alkalmazások megbízhatóságának növeléséhez.

## 7. ÖSSZEFOGLALÁS

A bolygóműves hajtóművek hatásfokának megbízható értékelése csak a konstrukciós és veszteségi tényezők együttes figyelembevételével lehetséges. A teljesítményátvitel párhuzamos ágain fellépő fogérintkezési, hidraulikai, csapágy- és szerkezeti veszteségek együttesen határozzák meg a rendszer energetikai jellemzőit, és ezek az összetevők nem kezelhetők egymástól függetlenül.

A kinematikai összefüggések elemzése rámutatott, hogy a napkerék–bolygókerék–koszorúkerék–hordozó rendszer terhelésmegoszlása kritikus tényező: a hordozó rugalmasságából adódó aszimmetria számottevően rontja a hatásfokot, amit a Del Castillo-modell – az ideális terhelésmegoszlást feltételező, zárt alakú megközelítés – csak közelítőleg tükröz. A TEHL-alapú fogérintkezési modellek, a CFD-módszerrel számított hidraulikai veszteségek és a direkt nyomatékérésre épülő hatásfokmérési eljárások együttesen adják meg azt a módszertani keretet, amelyre a jövőbeli mérési és állapotfelügyeleti alkalmazások támaszkodhatnak.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

2024-1.1.1-KKV\_FÓKUSZ-2024-00057 azonosítószámú projekt az NKFI Hivatal és a Nemzeti Innovációs Ügynökség konzorciumában, a Magyar Állam támogatásával társfinanszírozásával valósul meg.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] R. Hjelm és mtsai., „A multi-perspective method for gear efficiency and contact analysis”, *Results in Engineering*, köt. 20, o. 101582, dec. 2023, doi: 10.1016/j.rineng.2023.101582.
- [2] J. M. Del Castillo, „The analytical expression of the efficiency of planetary gear trains”, *Mechanism and Machine Theory*, köt. 37, sz. 2, o. 197–214, febr. 2002, doi: 10.1016/S0094-114X(01)00077-5.
- [3] H. Xue és L. Li, „Motion, Static Force, and Efficiency Analysis of Planetary Gear Transmission Based on Graph Theory”, *Applied Sciences*, köt. 13, sz. 19, o. 10983, okt. 2023, doi: 10.3390/app131910983.
- [4] Q. Du, G. Yang, W. Wang, C.-Y. Chen, és Z. Fang, „Modeling and Analysis of Transmission Efficiency for 3K Planetary Gearbox with Flexure-Based Carrier for Backdrivable Robot Joints”, *Actuators*, köt. 14, sz. 4, o. 173, ápr. 2025, doi: 10.3390/act14040173.
- [5] C. Gorla és mtsai., „Hydraulic losses of a gearbox: CFD analysis and experiments”, *Tribology International*, köt. 66, o. 337–344, okt. 2013, doi: 10.1016/j.triboint.2013.06.005.
- [6] İ. Kaya és C. Baykara, „The investigation of the effect of operating conditions in gearboxes on efficiency”, *Advances in Mechanical Engineering*, köt. 16, sz. 4, o. 16878132241248072, ápr. 2024, doi: 10.1177/16878132241248072.
- [7] F. Lopot és mtsai., „Gearbox Mechanical Efficiency Determination by Strain Gauges Direct Application”, *Applied Sciences*, köt. 11, sz. 23, o. 11150, nov. 2021, doi: 10.3390/app112311150.
- [8] L.-T. Huang és J.-Y. Chang, „Vibration Characterization and Fault Diagnosis of a Planetary Gearbox with a Wireless Embedded Sensor”, *Applied Sciences*, köt. 13, sz. 2, o. 729, jan. 2023, doi: 10.3390/app13020729.