

# Nemnewtoni viselkedésű finomszemcsés homok–bentonit–víz rendszerek áramlási tulajdonságainak vizsgálata

## Study on the Flow Characteristics of Non-Newtonian Fine-Grained Sand-Bentonite-Water Suspensions

SULLER Lili<sup>1</sup>, Dr. FAITLI József<sup>2</sup>, DSc

<sup>1</sup> Miskolci Egyetem, Gép- és Terméktervezési Intézet,  
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: suller.lili@student.uni-miskolc.hu,  
<sup>2</sup> Miskolci Egyetem, Nyersanyagelőkészítés és Környezettechnológia Intézet,  
3515 Miskolc-Egyetemváros, e-mail: jozsef.faitli@uni-miskolc.hu

### Abstract

*In this study the temperature-dependent flow behavior of solid-liquid mixtures acting as non-Newtonian fluids within a pipe of a given diameter were investigated. The course dispersed system flowing in the pipe consists of a mixture of fine-grained materials and water, behaving as a continuum in the examined pipe and its measured flow can be characterised by the Power-Law constitutive equation. In the research sand-water, bentonite-water and bentonite-sand-water systems are examined. The velocity profile and temperature distribution are calculated using the equations of motion and continuity, along with the Power-Law constitutive model.*

**Keywords:** non-Newtonian fluids, Power-Law rheological model, velocity profile

### Kivonat

*A tanulmányban adott méretű csőben áramló nemnewtoni fluidumként viselkedő szilárd-folyadék keverékek áramlási viselkedését vizsgáljuk a hőmérséklet függvényében. A csőben áramló durva diszperz rendszer finom szemcsés anyagok és víz keveréke, amely a vizsgált csőben kontinuumként viselkedik, és amelynek a mért folyási viselkedése a hatványtörvényes anyagegyenlettel jellemezhető. A kutatás során homok-víz, bentonit-víz és homok-bentonit-víz rendszereket vizsgálunk. A cső adott keresztmetszetében a sebességprofil és a hőmérséklet-eloszlást a mozgás- és kontinuitási egyenletek és a hatványtörvényes anyagegyenlet segítségével számítjuk.*

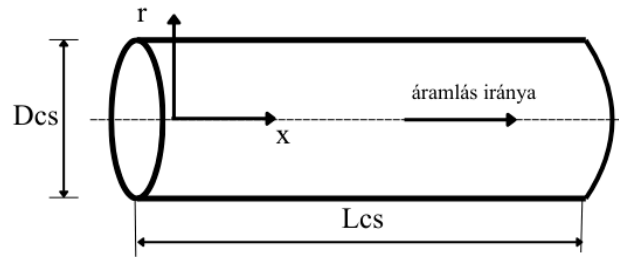
**Kulcsszavak:** nemnewtoni folyadék, hatványtörvény, sebességprofil

## 1. BEVEZETÉS

Napjainkban egyre több helyen alkalmaznak nanofluidumokat és finomszemcsés szuszpenziókat az ipar számos területén. Kiemelkedő hővezetési tulajdonságaiknak köszönhetően kitűnően alkalmazhatóak hűtőkenő folyadékként, hőcserélő rendszerekben, olajkitermelés során, az elektronikában és napelemes rendszerekben.

A homok egy igen gyakran megjelenő szilárd fázis a nanofluidumok esetében. Fő összetevője a szilícium-dioxid, amely kémiaiilag stabil és költségghatékony, így még ipari méretekben is gazdaságos a homok-víz rendszerek előállítására.

A kutatás során egy  $L_{cs}=1$  m hosszúságú,  $R_{cs}=0,127$  m sugarú csővezetékben vizsgáljuk különböző szilárd anyag-víz rendszerek áramlási viselkedését a hőmérséklet függvényében. Ez a méret megfelel a szabványos 10 colos csőátmérőnek, amely igen elterjedt az ipari zárgyártás területén. A kutatás ezen szakaszában analitikus módon, a hatványtörvényes anyagegyenlet felhasználásával határozzuk meg az áramlási sebesség- és hőmérséklet eloszlását a cső keresztmetszetében. A vizsgált esetben a csőben fellépő nyomásesés  $\Delta P=2,5$  Pa és a környezet hőmérséklete  $T_0=293,15$ K. A számítások során a fal hőmérsékletét a környezeti hőmérséklettel azonosnak és időben állandónak tekintettük. A nyomásesés értékét úgy határoztuk meg, hogy a kialakuló áramlás a lamináris vagy az átmeneti tartományban maradjon.



1. ábra. Vízszintes csőáramlás sematikus ábrája

## 2. SEBESSÉG- ÉS HŐMÉRSÉKLET-ELOSZLÁS FÜGGVÉNYÉNEK SZÁRMAZTATÁSA

A tanulmányban a vizsgált szilárd-folyadék keverékek kontinuum viselkedésű „egyfázisú” közegnek tekinthetők, amelyekre így alkalmazhatóak a klasszikus áramlástani összefüggések. Ennek megfelelően a sebesség- és a hőmérsékleteloszlás függvénye az impulzus- és az energiaegyenletből származtatható [1].

A hatványtörvényben megjelenő  $n$  paraméter és a konzisztencia index értékei korábban publikált kísérleti adatokból származnak [3]. A hivatkozott tanulmányban vizsgált finomszemcsés anyagok fehérvárcsurgói üveghomok és mádi bentonit voltak, amelyek mindegyike esetében a szemcsék finomabbak voltak, mint  $72\ \mu\text{m}$ , így az itt vizsgált csőben kontinuumnak tekinthető ez a közeg. A méréseket henger – henger elrendezésű rotációs reométerben végezték el. Az 1. Táblázatban megadott adatok esetében a szilárd-víz koncentrációt térfogati-, míg a bentonit-homok arányát tömegkoncentrációban adjuk meg.

Konzisztencia index és hatványkitevő paraméterek

1. Táblázat

Homok-víz elegy			Bentonit iszap			
Koncentráció, $c$ [V/V%]	Konzisztencia index, $\gamma$ [Pa·s <sup><math>n</math></sup> ]	Hatványtörvény paraméter, $n$ [-]	Típus	Konzisztencia index, $\gamma$ [Pa·s <sup><math>n</math></sup> ]	Hatványtörvény paraméter, $n$ [-]	
20	0,000313	1,475	Friss iszap	0,319	0,8	
25	0,000538	1,444	Diszpergált iszap	0,313	0,7	
30	0,001388	1,360	Flokkulált iszap	0,235	1,7	
40	0,026902	1,211				
Bentonit-homok-víz						
1 m/m% bentonit			3 m/m% bentonit		4 m/m% bentonit	
$c$ (V/V%)	$\gamma$ [Pas <sup><math>n</math></sup> ]	$n$	$\gamma$ [Pas <sup><math>n</math></sup> ]	$n$	$\gamma$ [Pas <sup><math>n</math></sup> ]	$n$
20	0,000447	1,931	0,000541	1,378	0,000742	1,322
25	0,000518	1,420	0,000449	1,450	0,000439	1,464
30	0,000421	1,490	0,000449	1,500	0,000401	1,531
35	0,015596	1,233	0,002669	1,278	0,006330	1,161
40	0,012280	1,085	0,036933	1,070	0,033954	1,072

Heywood et al. (2023) és Ismail et al. (2022) [6], [7] kimondja, hogy homok-víz rendszerek esetében a hőmérséklet áramlási tulajdonságokra gyakorolt hatása döntően a konzisztencia indexen keresztül érvényesül, míg az  $n$  folyási kitevő közel teljesen inszenzitív a hőmérséklet változására. Ebből következik, hogy a számításaink során az utóbbi hatásától eltekintünk és kizárólag a konzisztencia tényezőt keresztül vezetjük be a hőmérsékletfüggést.

A mérnöki gyakorlatban köztudott és elfogadott, hogy a hatványtörvény-paraméterek hőmérsékletfüggése homok-víz rendszerek esetében a víz viszkozitásának hőmérsékletfüggésével jól skálázható [10].

A víz hőmérséklet-függő dinamikai viszkozitása a Vogel-Fülcher-Tammann összefüggéssel [2] írható fel

$$\mu_{\text{vz}}(T) = A \cdot e^{\frac{B}{T-C}},$$

ahol  $A=0,02414$  (Pas<sup>n</sup>), a határérték viszkozitás  $B=247,8$  anyagállandó,  $C=140$  (K) a Vogel hőmérséklet.

A konzisztencia index és a víz dinamikai viszkozitásának kapcsolatát a következő összefüggéssel lehet megadni

$$\gamma(T) = \gamma(T_0) \cdot \frac{\mu_{\text{vz}}(T)}{\mu_{\text{vz}}(T_0)},$$

amely a mérnöki gyakorlatban gyakori és elfogadott forma [8].

Ezek ismeretében az impulzusegyenletből kiindulva [1] az alábbi függvényt írhatjuk fel a maximális sebességre

$$v_{\text{max}}(T) = \left( \frac{n}{n+1} R_{cs} \right)^{\frac{n+1}{n}} \cdot \left[ \left( \frac{1}{\gamma(T)} \right) \frac{\partial P}{\partial z} \right]^{\frac{1}{n}}.$$

Majd az előző összefüggést felhasználva felírható a sebességeloszlás függvénye

$$v(T, r) = v_{\text{max}}(T) \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_{cs}} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$$

alakban.

A hőmérsékleteloszlás függvényét az energiaegyenletből kiindulva [1] kapjuk meg az alábbi formában

$$T(r) = T_0 \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_{cs}} \right)^{\frac{3n+1}{n}} \right]$$

Látható, hogy az összefüggésben csak az  $n$  paraméter függ a hőmérséklettől, azonban az előzőekben megállapítottuk, hogy ennek a mértéke elhanyagolható. Annak érdekében, hogy pontosabb értékeket kapjunk, figyelembe kell vennünk, hogy a szilárd-folyadék rendszerben a rétegek elmozdulnak egymáson, amely során belső súrlódás alakul ki és a mozgási energia irreverzibilis módon hőenergiává alakul át. Ennek a hatását a viszkózus disszipáció bevezetésével tudjuk leírni, mely közvetlenül függ a konzisztencia index értékétől.

A viszkózus disszipációt a következő összefüggés alapján kaphatjuk meg

$$\phi_d(T) = \frac{\gamma(T) v_{\text{max}}(T)^{n+1}}{\lambda_{\text{elegy}}}$$

Az egyenlet jobb oldalán a nevezőben az elegy hővezetési tényezője jelenik meg, mely a Maxwell-modell alapján határozható meg [9].

$$\lambda_{\text{elegy}} = \lambda_f \frac{\lambda_{sz} + 2\lambda_f + 2c(\lambda_{sz} - \lambda_f)}{\lambda_{sz} + 2\lambda_f - c(\lambda_{sz} - \lambda_f)}$$

ahol  $\lambda_f$  az alapfolyadék,  $\lambda_{sz}$  a szilárd fázis hővezetési tényezője,  $c$  pedig az elegy koncentrációja.

A bentonit-homok-víz rendszerek esetében a szilárd fázis kétféle anyag keverékéből áll. Ezekben az esetekben a szilárd rész hővezetési tényezőjét súlyozott átlagolás alapján kaptuk meg.

Mindezeket felhasználva a hőmérsékleteloszlás függvénye a következőképpen néz ki

$$T(r, T) = T_0 + \phi_0(T) \cdot \left(1 - \frac{r}{R_{cs}}\right)^{\frac{3n+1}{n}}$$

### 3. A SEBESSÉG- ÉS HŐMÉRSÉKLET-ELOSZLÁS KIÉRTÉKELÉSE

Az előző fejezetben bemutatott sebesség és hőmérséklet függvényeket MathCAD program segítségével ábrázoltuk mindegyik szilárd-folyadék rendszer esetében.

#### 3.1. A koncentráció hatása

A sebességprofilok a szilárdanyag tartalom növekedésével egyre inkább ellapulnak, vagyis a koncentráció növelésével csökken az áramlás sebessége és erőteljesebbé válik a nemnewtoni viselkedés. Az 1. táblázatban is megfigyelhetjük, hogy nagyobb szilárdanyag tartalom mellett a konzisztencia tényező értéke is növekedést mutat. Továbbá jól látható, hogy a görbék az  $r=0,127$  értéknél a nullához közelítenek, tehát teljesül a kontinuum elmélet alapfeltétele, miszerint a falnál az áramlás sebessége  $v=0$ .

A bentonit iszapok esetében megfigyelhető, hogy a flokkulált iszap jóval nagyobb áramlási sebességgel halad, mint a friss, vagy a diszpergált iszap. Ennek az lehet a magyarázata, hogy a flokkulált iszap  $n$  kitevője  $n=1,7$  értéket vesz fel, ami dilatáns jellegű profilt eredményez.

A bentonit-homok-víz rendszer esetében 1% bentonit tartalom mellett megfigyelhető egy jelentős sebességsökkenés  $c=30\%$  és  $c=35\%$  között. Az 1. táblázatban látható, hogy a 30 és 35 %-os koncentrációhoz tartozó konzisztencia indexek között 2 nagyságrendbeli eltérés van, ami drasztikus sebességsökkenést okoz.

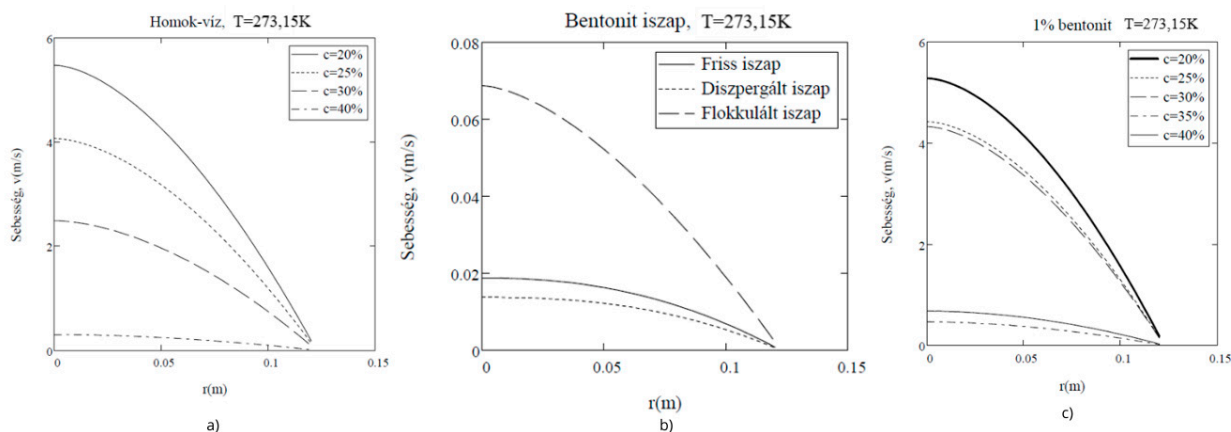
#### 3.2. A hőmérséklet hatása

Mindegyik általunk vizsgált szilárd-folyadék rendszerről elmondható, hogy a hőmérséklet emelkedése megnövelte az áramlás sebességét. Ezen kívül megfigyelhető, hogy a nagyobb koncentrációjú rendszerek érzékenyebbek a hőmérsékletre és ugyanaz a hőmérsékletváltozás nagyobb mértékű sebességnövekedéshez vezet.

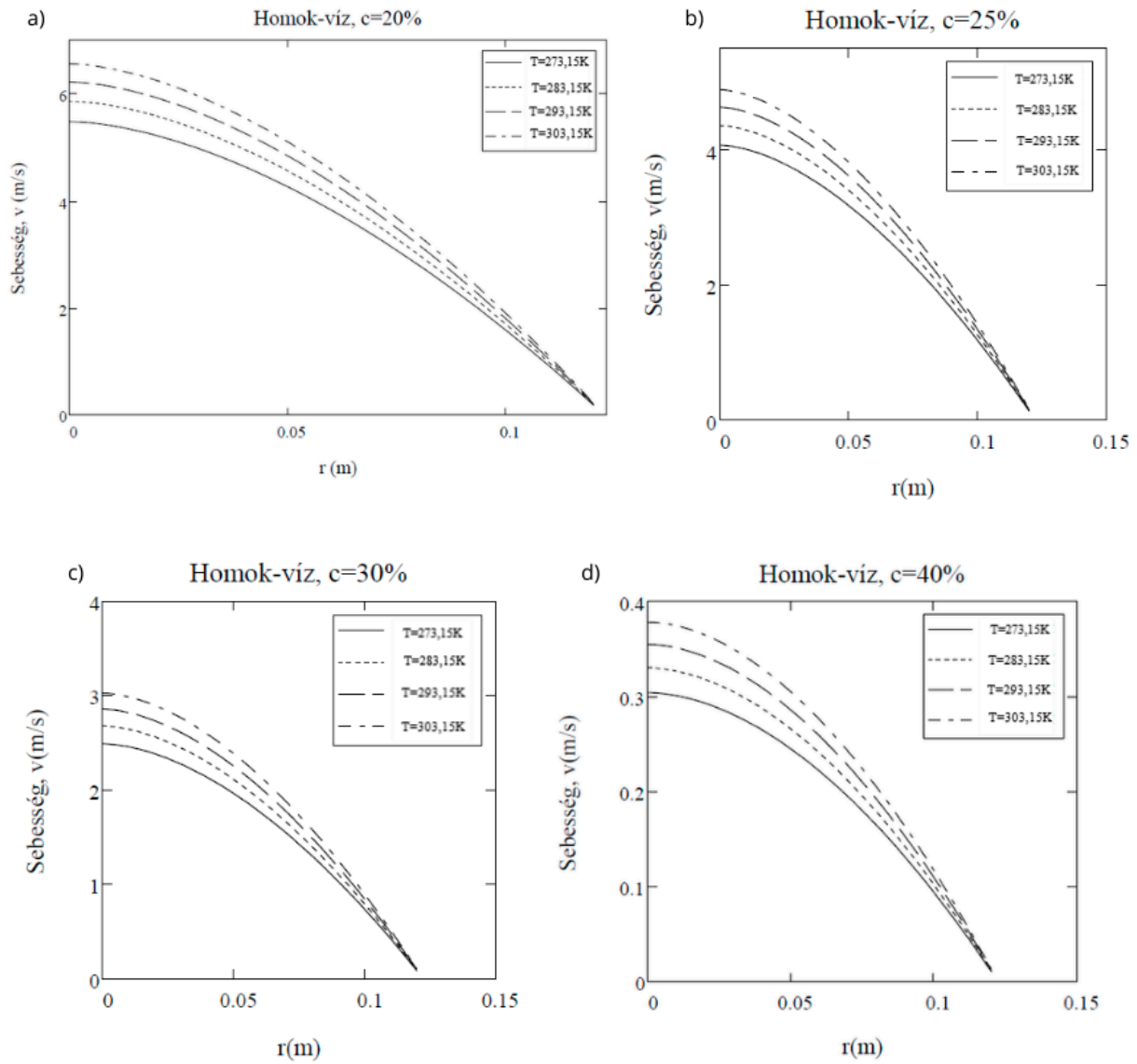
#### 3.3. Hőmérséklet-eloszlás eredményei

A hőmérséklet-eloszlás görbéket elemezve megállapíthatjuk, hogy a cső falától távolodva egyre nő a hőmérséklet és a legmagasabb értékét a cső közepén éri el. Ebből arra következtethetünk, hogy a kontinuum belülről melegszik, amely a viszkózus disszipáció jelenségének eredménye.

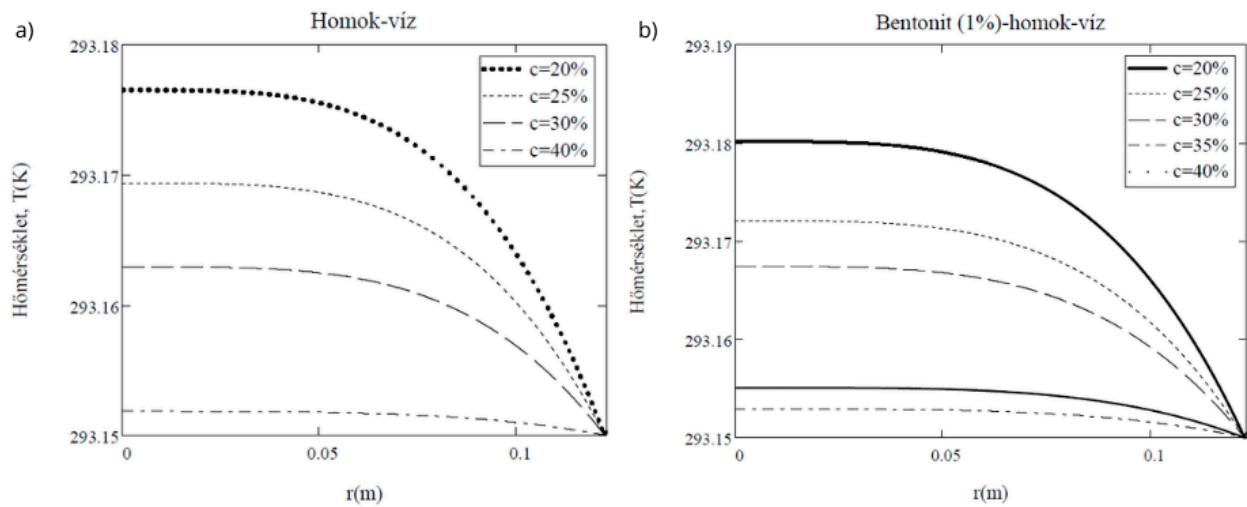
Továbbá azt is észrevehetjük, hogy az 1% bentonit tartalom a szilárd fázisban  $c=20\%$  mellett jelentős hőmérséklet csökkenést eredményez, míg növekvő szilárd koncentrációval megemelkedik a hőmérséklet értéke a tiszta homok-víz rendszerhez képest. A bentonittartalom növelésével azonban nagyobb koncentráció mellett egyre csökken a hőmérséklet a cső belsejében, mivel a bentonit megnöveli a rendszer viszkózusságát.



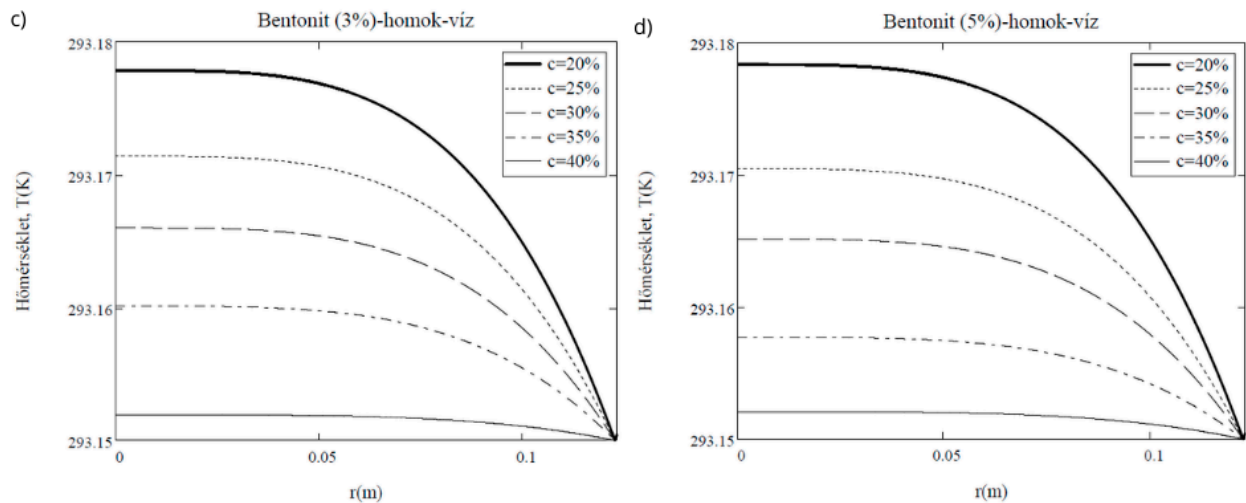
2.ábra. A koncentráció hatása a sebesség-függvényre



3.ábra. A hőmérséklet hatása különböző szilárdanyag koncentráció mellett



4.ábra. A hőmérséklet eloszlása a cső keresztmetszetében a,b rész



5.ábra. A hőmérséklet eloszlása a cső keresztmetszetében c, d rész

#### 4. ÖSSZEZÉS

A tanulmányban hatványtörvényes anyagegyenlet alkalmazásával vizsgáltuk különféle homok-víz rendszerek áramlási sebességét és hőmérséklet eloszlását. Megállapítottuk, hogy a szilárd anyag koncentráció növelése a konzisztencia index értékének emelkedésével jár, ami az áramlási sebességprofil ellapulásához vezet és felerősíti a nemnewtoni viselkedést. A számítások eredményeképpen elmondható, hogy a hőmérséklet nagy hatással van az áramlási sebességre és a nagyobb koncentrációjú rendszereket erőteljesebben befolyásolja. A hőmérséklet-eloszlás elemzése során megállapítottuk, hogy a rendszer a cső belsejében melegszik a legerőteljesebben, amely a viszkózus disszipáció hatása lehet.

Elmondható, hogy a homokhoz adagolt bentonit már kis mennyiségben is jelentősen meg tudja változtatni a rendszer hőtechnikai viselkedését, amelynek további részletesebb vizsgálata fontos lehet az ipari zagyszállítás szempontjából.

#### IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] McKelvey James M. *Polimerek feldolgozása*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1966
- [2] Poling B. E., Prausnitz J. M., O'Connell J. P. *The Properties of Gases and Liquids*, 5th Edition, The McGraw-Hill Companies, 2004
- [3] Bognár G., Gombkötő I., Hriczó K. *Power-law Non-Newtonian Fluid Flow on an Inclined Plane*, International Journal of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences, 2012, 1(4), 72-80.
- [4] Carslaw H. S., Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, Oxford University Press. Oxford, 1959
- [5] Tian S, et al. *Thermal conductivity of bentonite-based materials: model overview and physics constrained ensemble learning predictive framework*, Nuclear Engineering and Design, 2025, 441: 114139.
- [6] Heywood N, et al. *Correlation of Viscosity of Un-flocculated and Flocculated Kaolin Slurries with Temperature*, The 20th International Conference on TRANSPORT AND SEDIMENTATION OF SOLID PARTICLES, 26-29th September, Wrocław, Poland, 2023, p. 83-95.
- [7] Ismail, N. I, et al, *Modeling and analysis of fluid rheology effect on sand screen performance*, Powder Technology, 2022, 411: 117961.
- [8] Senapari P. K., Mishra B. K., Parida A, *Modeling of viscosity for power plant ash slurry at higher concentrations: Effect of solids volume fraction, particle size and hydrodynamic interactions*, Powder Technology, 2010, 197.1-2: 1-8.
- [9] R. P. Chhabra, J.F. Richardson. *Non-Newtonian Flow and Applied Rheology*, 2nd Edition, Butterworth – Heinemann, 2008
- [10] Zenhgeni B; Nekhavhambe D; Goosen P., *Sensitivity of non-Newtonian slurry viscous properties to temperature*, Proceedings of the 19th Conference on Transport and Sedimentation of Solid Particles, Cape Town, South Africa. 2019. p. 24-27.