

Esztergákés elő- és hátlapon megoszló erőrendszereinek szerepe a forgácsolás stabilitásában

Influence of rake- and flank-face contact forces on turning stability

SÁNDOR Zalán, MSc hallgató^{1,2}, Dr. BACHRATHY Dániel, egyetemi docens^{1,3}, Dr. STÉPÁN Gábor, professzor emeritus^{1,4}

¹Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Műszaki Mechanikai Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5.

²sandorzalan@edu.bme.hu

³bachrathy@mm.bme.hu

⁴stepan@mm.bme.hu

Abstract

During machining processes, self-excited vibrations often arise in the dynamic response of machine tools. In such cases, the tool vibration depends not only on its instantaneous position but also on the previously machined surface, therefore delayed differential equations are used to describe the dynamics. The onset of self-excited machine-tool vibrations are strongly influenced by the force system generated by the chip sliding along the tool's rake face and by the contact interaction between the tool flank face and the workpiece. In this work, we developed a turning model in which the flank contact is described using an elastic–perfectly plastic material behavior, which leads to the appearance of a state-dependent time delay in the delay differential equation. I coupled this model with the simplest rake face force model available in the literature. Based on the resulting formulation, I investigated the stability of the system's equilibrium state and determined stability boundary curves in a dimensionless parameter plane. The results provide an alternative explanation for why machining stability improves at low cutting speeds and how this improvement depends on the mechanical properties of the flank contact.

Keywords: distributed time delay, machining, flank contact

Kivonat

Megmunkálási folyamatok során a szerszámgépek dinamikai viselkedésében gyakran jelennek meg öngerjesztett rezgések. Ilyenkor a szerszám rezgése nemcsak a pillanatnyi pozíciójától, hanem a korábban megmunkált felülettől is függ, ezért a jelenség leírására késleltetett differenciálegyenletek használhatók. Az öngerjesztett szerszámgéprezgések kialakulásában és fennmaradásában jelentős szerepe van egyrészt a szerszám előlapján lefutó forgács által keltett erőrendszernek, másrészt a szerszám hátlapja és a munkadarab között létrejövő érintkezésnek. Munkámban egy olyan esztergálási modellt állítottam fel, amely a hátlapi érintkezés leírására egy rugalmas–tökéletesen képlékeny anyagi viselkedésen alapuló megközelítést javasol, ezzel pedig állapotfüggő időkésleltetés megjelenéséhez vezet a késleltetett differenciálegyenletben. Ezt a modellt kapcsoltam össze a szakirodalomban megtalálható legegyszerűbb, az előlapra alkalmazott erőmodellel. Ennek alapján vizsgáltam a rendszer egyensúlyi állapotának stabilitását, és meghatároztam a stabilitási határgörbéket dimenziótlan paramétersíkon. Az eredmények egy alternatív magyarázatát adják annak, hogy alacsony vágási sebességek esetén miért javul a forgácsolás stabilitása, és ez hogyan függ a hátlapi érintkezés mechanikai tulajdonságaitól.

Kulcsszavak: megoszló időkésleltetés, forgácsolás, hátlapi érintkezés

1. BEVEZETÉS

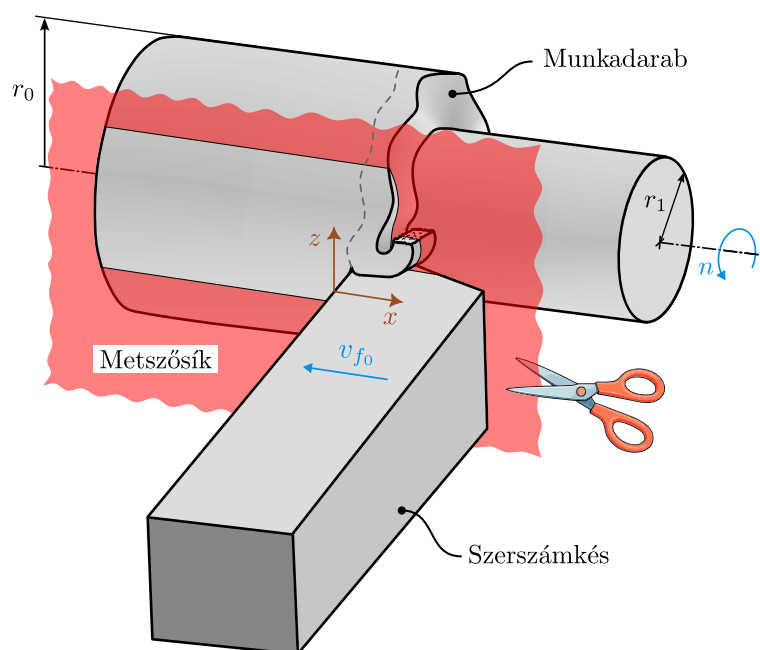
A forgácsolás során a szerszámgép–munkadarab rendszer dinamikai kölcsönhatása gyakran vezet úgynevezett regeneratív rezgésekhez, amelyek rontják a felületi minőséget és gyorsítják a szerszámkopást, szélsőséges esetben pedig szerszámtörést is okozhatnak [1, 2]. A regeneratív rezgések alapvető oka az időkésleltetés, amely elsősorban abból származik, hogy a szerszám előlapja az előző fogásban kialakult hullámos felülettel lép kölcsönhatásba, így a pillanatnyi forgácsvastagság és a forgácsoló erő a rendszer múltbeli állapotától is

függ. Emiatt a folyamat időtartományban késleltetett differenciálegyenletekkel írható le [3, 4, 5], ugyanakkor irányítástechnikai szemlélettel a frekvenciatartományban is modellezhető [6]. Az egyensúlyi állapot stabilitásának jellemzésére a szakirodalomban elterjedt eszköz a stabilitási görbék (stability lobe diagram) használata, amelyek a fordulatszám és a fogásmélység síkján adják meg a stabil és instabil tartományokat [7]. A szakirodalmi megközelítések többnyire az előlapi forgácsképződéshez kapcsolódó erőhatásokat tekintik meghatározónak, ugyanakkor alacsony fordulatszám-tartományban a szerszám hátlapja és a megmunkált, hullámos felület közötti érintkezés is jelentős szerepet kaphat, mert ez energiát vonhat el a rendszerből, ami a stabilitási határt kedvező irányba módosíthatja [1]. A hátlapi érintkezés leírására többféle megközelítés lehetséges. A modellek egy része a relatív vágási sebesség változásához kapcsolódó addicionális csillapításból indul ki [8], ugyanakkor a folyamat modellezhető megoszló időkésleltetésen alapuló egyenlettel is. A megoszló időkésleltetés összetettebb előlapi erőmodellek esetén szintén megjelenik [9], és a hátlapi érintkezéshez nagyon hasonló stabilitási görbékhez vezet. A cikk célja, hogy áttekintse az előlapi és a hátlapi erőrendszerek stabilitásra gyakorolt hatását, és rámutasson arra, hogy a hátlapi érintkezés milyen fizikai mechanizmuson keresztül magyarázza a stabilitási tartományok alacsony fordulatszámoknál tapasztalható kiterjedését.

2. AZ ESZTERGÁLÁS ELŐ- ÉS HÁTLAPI ERŐRENDSZEREINEK MODELLEZÉSE

Az alábbi fejezetben azt az erőmodellt adom meg, amelyet az esztergálási folyamat leírásához használtam. A modell kizárólag az elő- és hátlapon ébredő erőrendszerekre épül, és más hatásokat (például termikus vagy elektromágneses jelenségeket) nem vesz figyelembe.

Az esztergálást leíró fő mennyiségeket az 1. ábra szemlélteti. Feltételezem, hogy a szerszám csak az x irányban végez rezgéseket, és ennek a koordinátának a nullpontját a szerszámkés egyensúlyi helyzetéhez rögzítem. Az egyensúlyi helyzet ugyanakkor a v_{f_0} állandó előtolási sebesség miatt a munkadarab palástjához képest csavarvonal mentén mozog. A munkadarab n fordulatszámmal forog, az ennek megfelelő szögsebessége Ω . A munkadarab aktuális fogásban keletkező sugara r_1 , a kiinduló sugár r_0 , és a forgácsolási sebességet az $\bar{r} = (r_0 + r_1)/2$ átlagos sugáron értelmezem.

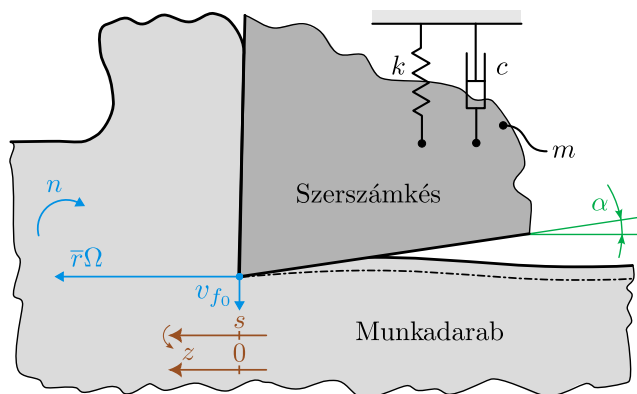


1. ábra. A forgácsolást leíró mennyiségek háromdimenziós nézetben.

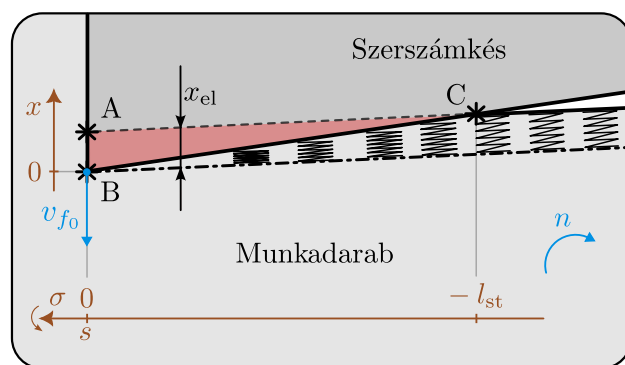
2.1. A hátlapi erőrendszer modellezése

Jelen munkámban a fő nehézséget a hátlapi erőrendszer modellezése jelentette. A leírásához először azzal a feltételezéssel éltem, hogy az anyag viselkedése a Prandtl–Reuss-féle rugalmas-tökéletesen képlékeny közelítéssel írható le. Ennek értelmében a folyáshatár elérése után a rugalmas deformáció nem növekszik tovább, mert az anyag kizárólag képlékeny alakváltozással reagál. A közelítést a modell egyszerűsítése miatt alkalmazom, mivel a későbbi levezetésben az állandó rugalmas visszarugózás jelenik meg fontos jellemzőként.

A 1. ábra metszetében a 2. ábrán látható kép adódik. Megmunkálás során a szerszámcsúcs torlópontként viselkedik, így az anyag a szerszámcsúcs alatt lokálisan képlékenyen deformálódik, majd a szerszám elhaladása után a felszín visszarugózik. A rugalmas–tökéletesen képlékeny feltevés miatt a visszarugózás mértékét a konstans x_{el} értékkel közelíttem (ld. 3. ábra). A matematikai leíráshoz bevezetem az s ívhossz és a σ késleltetett ívhossz koordinátákat, ahol σ zéruspontja a szerszámcsúcsnál van, és az s koordinátával ellentétes irányba mutat. A továbbiakban használom még a szerszám modális paramétereit: m a modális tömeg, k a merevség, c a csillapítás, továbbá α jelöli a szerszám hátszögét. Az egyensúlyi állapotban a szerszám alatt deformált terület az ABC háromszöggel írható le, amelyben az elválási határ az l_{st} állandóként adódik (ld. 3. ábra).



2. ábra. A rezgő szerszámkés és a munkadarab metszeti képe.



3. ábra. A metszeti deformált terület a szerszámkés egyensúlyi helyzetében.

A továbbiakban az egyensúlyi helyzetből való kitérést vizsgálom, amikor a szerszám öngerjesztett módon rezeg. Ezt a 4. ábra szemlélteti. A szerszámcsúcs helyzetét leíró függvény ekkor:

$$f_{cs}(\sigma) = x(s + \sigma) - \sigma \frac{v_{f0}}{\bar{r}\Omega}, \quad (1)$$

ahol a negatív előjelű tag az előtolás miatti lineáris eltolást veszi figyelembe. A szerszám elhaladása után a felszínt az f_{cs} görbe x_{el} -l-lel való pozitív eltolása adja. Az elválási pontra felírható feltétel, hogy a hátlap és a visszarugózott felszín a $\sigma = -l$ helyen találkozzon:

$$x(s - l) + l \frac{v_{f0}}{\bar{r}\Omega} + x_{el} = x(s) + l \tan \alpha. \quad (2)$$

Ebből formálisan:

$$l(x_s) = \frac{x(s - l(x_s)) - x(s) + x_{el}}{\tan \alpha - \frac{v_{f0}}{\bar{r}\Omega}}. \quad (3)$$

Utóbbi egyenletben az elválási hossz implicit módon is szerepel a jobb oldalon, ezért ez egy úgynevezett állapotfüggő változó: nemcsak a szerszámcsúcs pillanatnyi $x(s)$ helyzetétől, hanem a korábbi $x(s - l(x_s))$ állapotól is függ. Az $x \equiv 0$ egyensúlyi állapotban viszont ez egy konstansra egyszerűsödik:

$$l_{st} = \frac{x_{el}}{\tan \alpha - \frac{v_{f0}}{\bar{r}\Omega}}. \quad (4)$$

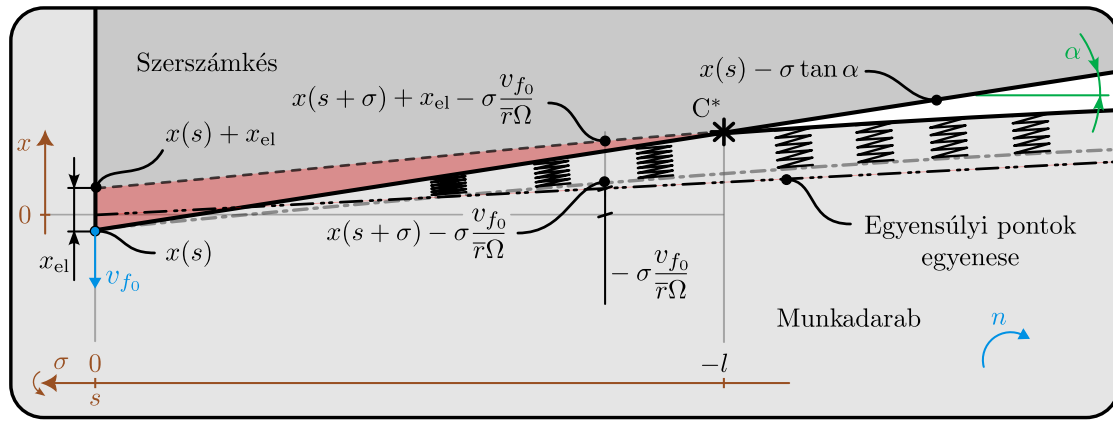
A szerszámkés alatt deformált területet ezek után a felszín és a szerszám hátlapja közötti különbség segítségével a σ koordináta mentén integrálva kapom:

$$A(x_s) = \int_{-l(x_s)}^0 \left(x(s + \sigma) + x_{el} - \sigma \frac{v_{f0}}{\bar{r}\Omega} - (x(s) - \sigma \tan \alpha) \right) d\sigma. \quad (5)$$

A hátlapi érintkezésből származó x irányú erőt a továbbiakban az $a_p = r_0 - r_1$ fogásmélységgel és a k_V [N/m³] empirikus térfogati vágási tényezővel való szorzással képezem. Megjegyzem, hogy a hátlapi erőrendszer modellezésének értelmezéséhez szükséges volt az ívhosszkoordináták használata, de a folytatásban időtartományra térek át a

$$\begin{cases} t := s / (\bar{r}\Omega), \\ \vartheta := \sigma / (\bar{r}\Omega) \end{cases} \quad (6)$$

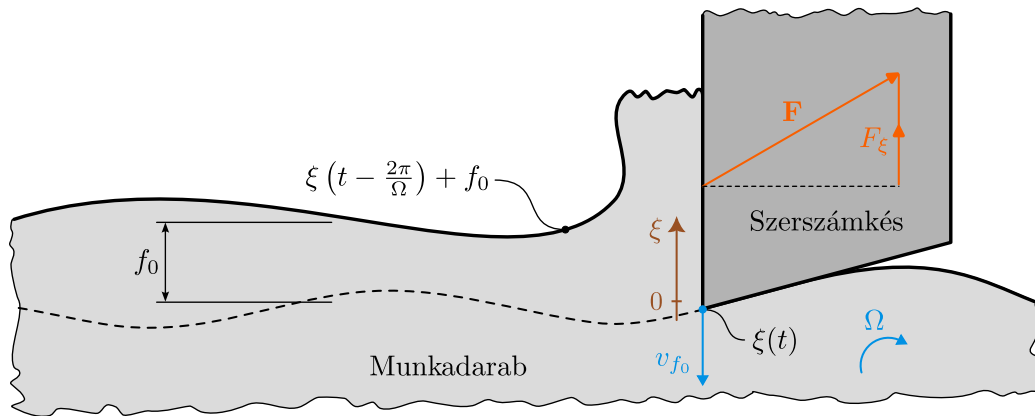
átalakításokkal, ahol t az időt, ϑ pedig a késleltetett időt jelöli.



4. ábra. A rezgő szerszámkés alatt deformált terület és a területet leíró mennyiségek.

2.2. Az előlapi erőrendszer modellezése

Az előlapi erőrendszert egyszerűbb módon, a szakirodalomban is gyakran használt koncentrált erővel írom le. Munkámban ugyanis a hangsúlyt a hátlapi erőrendszerre helyeztem, ezért itt a legegyszerűbb megközelítést alkalmaztam.



5. ábra. Az előlapi terhelés modellezéséhez szükséges változók értelmezése.

Az előlapi erőt alapvetően a forgácsvastagság határozza meg. A forgácsvastagság a szerszám rezgése miatt időben változik, és ez hozza létre a regeneratív hatást: a forgácsképződésből származó, dinamikusan változó erő energiát ad a rezgésnek vagy éppen elvon belőle. A pillanatnyi forgácsvastagság az aktuális és az egy fordulattal korábbi pálya különbségével írható le:

$$f(t) = \xi(t - \frac{2\pi}{\Omega}) + f_0 - \xi(t), \quad (7)$$

ahol $\xi(t(s)) = x(s)$. A koncentrált előlapi erőt a szakirodalomnak megfelelően a forgácsvastagság $3/4$ -edik hatványával arányosítom:

$$F_\xi(f) = K a_p f^{3/4}, \quad (8)$$

ahol K egy kísérletileg meghatározott vágási tényező. Ez ugyanakkor nemlinearitást vinne a mozgásegyenletbe, így a stabilitásvizsgálathoz a nemlinearitást az egyensúly körüli sorfejtéssel, és a lineáris tagok megtartásával zárom ki:

$$F_\xi \cong K a_p f_0^{3/4} + \frac{3}{4} K a_p f_0^{-1/4} (\xi(t - \frac{2\pi}{\Omega}) - \xi(t)). \quad (9)$$

2.3. Az esztergálás mozgásegyenlete

Az elő- és hátlapi erők, valamint a szerszám rugalmasságából és csillapításából származó erők alapján a mozgásegyenlet az alábbi alakban írható fel:

$$m \ddot{\xi}(t) + c \dot{\xi}(t) + k \xi(t) = k_V a_p \bar{r} \Omega \int_{-\tau(\xi_t)}^0 (\xi(t + \vartheta) + x_{el} - \vartheta v_{f_0} - (\xi(t) - \bar{r} \Omega \vartheta \tan \alpha)) d\vartheta + K a_p f_0^{3/4} + \frac{3}{4} K a_p f_0^{-1/4} (\xi(t - \frac{2\pi}{\Omega}) - \xi(t)) - F_r^{st}. \quad (10)$$

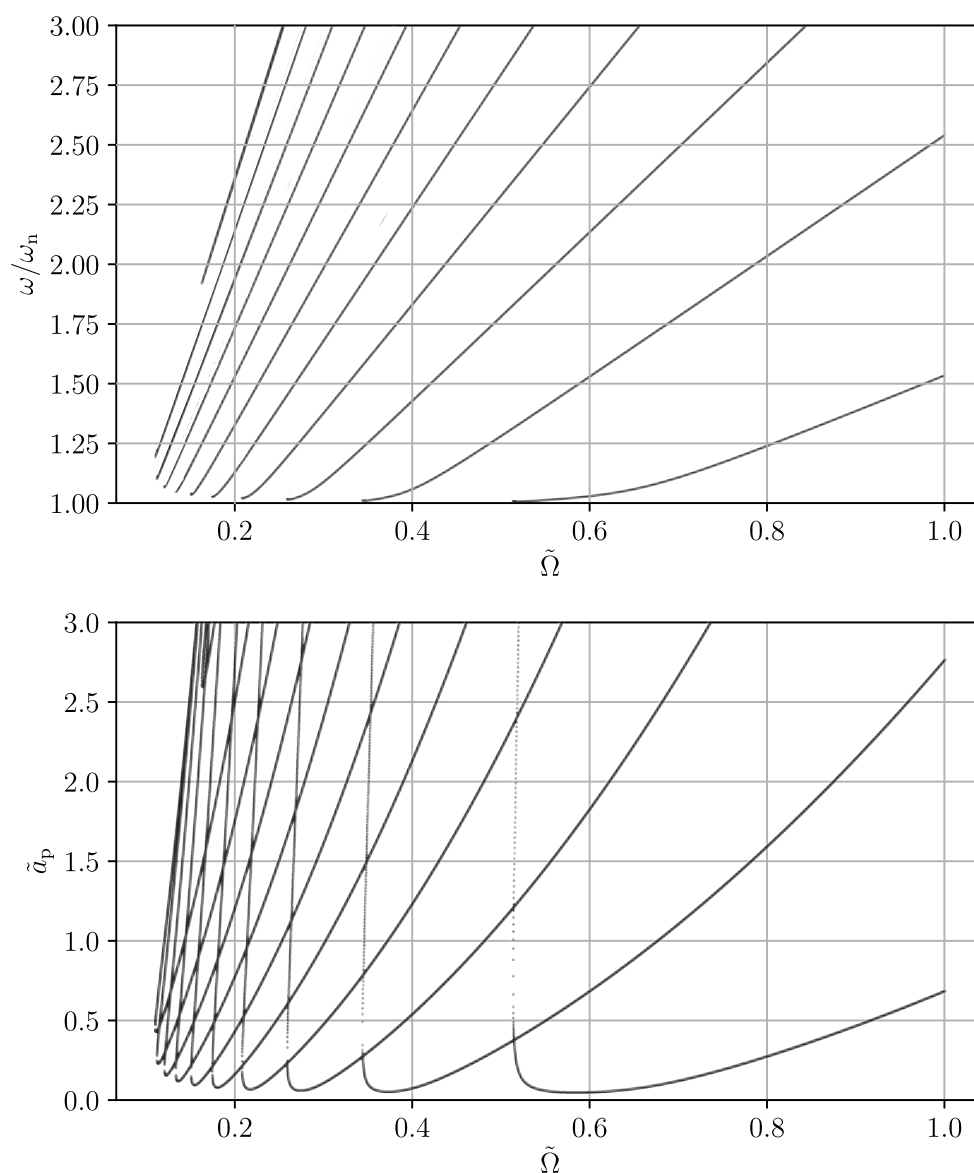
Az egyenlet jobb oldalán megjelenő F_r^{st} tag azt fejezi ki, hogy a rugalmas–tökéletesen képlékeny feltevés miatt már egyensúlyban is kialakul a deformált terület (a 3. ábrán látható ABC háromszög), amelynek megmunkálás közben a szerszám rugalmasságából származó erő tart ellen.

A fenti egyenlet nehézségét az állapotfüggő $\tau(\xi_t)$ késleltetés adja, amely miatt az integrál alsó határa nem ismert, így az integrálás sem végezhető el. A részletes levezetést itt nem ismertetem, de a hosszabb munkáim alapján az egyensúlyi helyzet körüli lineáris közelítésben az alsó határ állapotfüggése az egyensúlyi pont stabilitása szempontjából elhanyagolható, ezért $\tau(\xi_t)$ helyére az egyensúlyi τ_{st} érték írható. Ezzel a konstans tagok kiesnek, és a stabilitást meghatározó linearizált alak:

$$m \ddot{\xi}(t) + c \dot{\xi}(t) + \left(k + \frac{3}{4} K a_p f_0^{-1/4} \right) \xi(t) = k_V a_p \bar{r} \Omega \int_{-\tau_{\text{st}}}^0 (\xi(t + \vartheta) - \xi(t)) d\vartheta + \frac{3}{4} K a_p f_0^{-1/4} \xi \left(t - \frac{2\pi}{\Omega} \right). \quad (11)$$

3. AZ ESZTERGÁLÁST LEÍRÓ MODELL STABILITÁSVIZSGÁLATA

Ebben a fejezetben az esztergálási folyamat stabilitását vizsgálom. Ehhez a (11) egyenlet egyensúlyi pontjának stabilitását elemzem, vagyis azt, hogy a szerszám kis perturbációjának hatására a megoldás lecseng-e (aszimptotikusan stabil) vagy felerősödik (instabil).



6. ábra. A stabilitási határgörbék dimenziótlan paramétersíkon (alul) és a stabilitás határán kialakuló rezgési körfrekvenciák (felül).

Ezt a vizsgálatot a (11) mozgásegyenletbe való próbafüggvény helyettesítéssel végeztem el. Bár az egyenlet késleltetett, de lineáris és állandó együtthatós, ezért a megoldást exponenciális próbafüggvénnyel kerestem: $\xi(t) = A e^{\lambda t}$, ahol $A, \lambda \in \mathbb{C}$. A stabilitást a karakterisztikus gyökök valós részének előjele dönti el, azonban visszahelyettesítés után λ -ra egy transzcendens egyenlet adódik, végtelen sok megoldással, így a stabilitási tartományok meghatározása matematikailag nem triviális feladat.

A vizsgálat eredményeként a dimenziótlan fordulatszám–dimenziótlan fogásmélység paramétersíkon meghatároztam a stabil és instabil tartományokat elválasztó határgörbét, amelyeket a 6. ábra mutat be. A modell egyelőre több bizonytalan paramétert is tartalmaz (például K , k_V , x_{el} empirikus értékek), ezért a dimenziótlanítást úgy választottam meg, hogy ezek közvetlen beállítására ne legyen szükség, és emiatt a konkrét numerikus értékeknek egyelőre nincs közvetlen relevanciája. Az ábrán a görbesereg minimuma adja a tényleges stabilitási határt, amely alatt a stabil, felette pedig az instabil tartomány adódik. A görbék jellegében megjelenik a regeneratív hatásra jellemző lebeny („lobe”) struktúra, és az alacsony fordulatszám-tartományban a stabilitási határ felfelé tolódása is, amely a hátlapi érintkezés csillapító hatásával magyarázható. A stabilitási határgörbe felfelé tolódásával együtt jól látható a berezgési frekvenciák növekedése is, és ezzel elmondható, hogy a modell jellegében képes produkálni a szakirodalom alapján elvárt stabilitási határgörbét. További érdekes megfigyelés ugyanakkor a 6. ábra bal felső sarka alapján, hogy a stabil tartomány nemcsak a fordulatszám csökkenésével, hanem a fogásmélység növekedésével is szélesedik. Ezt a jellegét a szakirodalomban található modellek általában nem tartalmazzák, ezért ennek fizikai relevanciáját és a paraméterválasztásra való érzékenységét további vizsgálatokkal szükséges tisztázni.

4. KONKLÚZIÓ

A munka célja az volt, hogy bemutassa az esztergálás során az elő- és hátlapon fellépő erőrendszerek stabilitásra gyakorolt hatását, és értelmezhető képet adjon arról, hogy a hátlapi érintkezés milyen fizikai mechanizmuson keresztül módosítja a stabilitási határt. A bemutatott módszer már jelen formájában is hasznos támpontot adhat a hátlapi érintkezés szerepének megértéséhez és a stabilitási görbék kvalitatív értelmezéséhez, ugyanakkor egy következő lépést jelenthet az ismeretlen paraméterek pontosítása és a rugalmas–tökéletesen képlékeny kiinduló modell finomítása.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFI-KKP-133846) támogatta.

HIVATKOZÁSOK

- [1] SA Tobias és Wilfred Fishwick. „Theory of regenerative machine tool chatter”. *The engineer* 205.7 (1958), 199–203. old.
- [2] Stephen A. Tobias. *Machine-Tool Vibration*. Glasgow: Blackie, 1965.
- [3] H. E. Merritt. „Theory of Self-Excited Machine-Tool Chatter”. *Journal of Engineering for Industry* 87.4 (1965), 447–454. old. DOI: [10.1115/1.3670861](https://doi.org/10.1115/1.3670861).
- [4] F. Koenigsberger és J. Tlustý. *Machine Tool Structures, Vol. 1*. Oxford: Pergamon Press, 1967.
- [5] J. Tlustý. „Analysis of the State of Research in Cutting Dynamics”. *CIRP Annals* 27 (1978), 583–589. old.
- [6] Y. Altintas. „Chatter Stability of Metal Cutting and Grinding”. *CIRP Annals* 53.2 (2004), 619–642. old.
- [7] Gábor Stépán. *Retarded Dynamical Systems: Stability and Characteristic Functions*. 210. köt. Pitman Research Notes in Mathematics Series. Co-published with Wiley, New York. London: Longman Scientific & Technical, 1989. ISBN: 0470213353.
- [8] Ekrem Budak és tsai. „Identification and Modeling of Process Damping in Turning and Boring”. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology* 2.4 (2010), 204–215. old. DOI: [10.1016/j.cirpj.2010.06.004](https://doi.org/10.1016/j.cirpj.2010.06.004).
- [9] Zoltán Dombóvári és Gábor Stépán. „Experimental and Theoretical Study of Distributed Delay in Machining”. *Proceedings of the 9th IFAC Workshop on Time Delay Systems (TDS 2010)*. Prague, Czech Republic, 2010, 109–113. old.