

A kettős burkolás elve a burkoló felületek kinematikailag pontos definíciójához

The Principle of Double Meshing – an Exact Definition of the Meshing Surfaces Manifold from Kinematical Viewpoint

MÁTÉ Márton

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Marosvásárhely/
Koronka Segesvári út 1C, 540485 Târgu-Mureș, O.p. 9, C.p. 4,
Tel: +40 265 206 210, fax: +40 265 206 211, mmate@ms.sapientia.ro, https://ms.sapientia.ro

Abstract

Gears transmit the motion involving coupling surfaces that obey the laws of reciprocal meshing. Tooth cutting technologies based on meshing were grounded on these kinematic laws. The common principle of these technologies consists in the fact that the tooth surface realized by cutting process results as the envelope of the surface family generated by the cutting tool, during its relative motion to the machined gear. Different principal varieties of meshing were structured by Litvin, in order of increasing complexity. In all these principles, the cutting tool is the part that generates the meshed surface family of one or two parameters. Here the elements of the meshed surface manifold differ only by their position relative to the machined workpiece. Thus, equation of gearing based on the normal vector and the relative velocity vector leads to simple and easy computable equations. Furthermore, there exist certain meshing procedures by which, the classical theory leads only to approaching geometric models.

Keywords: curved teeth, meshing, deformation, curvature, modell

Kivonat

A hajtópárok a mozgást olyan felületek segítségével továbbítják, amelyek a kölcsönös burkolás elvének eleget tesznek. Ennek alapján alakultak ki a lefejtéssel történő fogazási technológiák. Ezeknek közös elve, hogy a szerszám által képviselt vagy létrehozott felületsereg burkolójaként jön létre a gyártott elem fogfelülete. A lefejtés különböző elvi változatait Litvin rendszerezte, a komplexitás növekedésének sorrendjében. Az elvek mindegyikében, a származtató felületet a szerszám hordozza és a munkadarabhoz viszonyított relatív mozgás során egy- vagy kétparaméteres felületsereggé duzzasztja. A felületsereg felületei, minden esetben, csak elhelyezkedésükben különböznek egymástól, így a kapcsolódási feltétel világos, egyszerű számításokhoz vezet. Léteznek azonban olyan lefejtési módszerek, amelyeknek a klasszikus burkolás-elmélettel csak megközelítő modellekhez vezetnek. Ilyen a metszőkerekes és a csigamarós fogaskerék-lefejtés, valamint az Arkhimédész-féle spirális, vagy epiciklois fogirány-vonalú hengeres fogaskerék lefejtés. Ezek lefejtési folyamatát a generáló felületek torzulása jellemzi. Jelen közleményben a kettős burkolás elvét és alkalmazási módszerét ismertetem a klasszikus burkolással való összehasonlítás mellett.

Kulcsszavak: görbe fogazat, lefejtés, torzulás, kettős burkolás

1. A KLASSZIKUS FOGASKERÉK LEFEJTÉS-MODELLEK KORLÁTAI

A klasszikus fogaskerék-lefejtés felületburkolás- modelljeinek grafo-analitikus, geometriai alapjait Szeniczai [1] fektette le, de az átfogó, általánosított analitikus burkolás-modelleket Litvin [2] foglalta egységes rendszerbe. A Litvin-féle rendszer vektor- illetve mátrixszámításon alapuló modellek hatékony megoldó és elemző eszközökké váltak, amelyek a fogaskerék-hajtások optimalizálását lehetővé tették. A modellt sikerrel hasznosították, sajátosították, illetve továbbfejlesztették [3,4].

A Litvin-féle matematikai modell a felületseregek burkolófelületének kiszámítását tűzi ki célul. A felületsereg lehet adott fogfelülettel kapcsolódó felület által létrehozott, és ez esetben a sereg egyparaméteres. Amennyiben a hajtás gyártóhajtás, ez esetben a burkolt felületsereget a szerszám hozza létre; ez esetben a felületsereg egy- vagy kétparaméteres lehet.

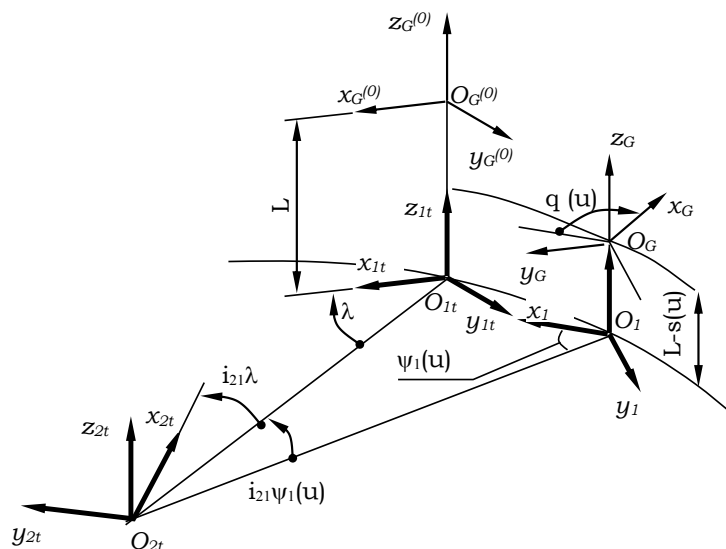
Amennyiben a Litvin-féle modellt adott, létező hajtás kinematikai vizsgálatára alkalmazzuk, a kapcsolódás során a hajtás adott tagjához képest, a relatív mozgás során, a vele kapcsolódó felület olyan egyparaméteres felületsereget generál, amelynek elemei *egybevágó felületek*, a közöttük levő különbség kizárólag az elmozdulásnak tulajdonítható.

A gyártóhajtások esetében a Litvin-féle és ezzel rokon modellek kijelentik, hogy a burkolt felületsereget létrehozó szerszámél (fésűskéses, csigamarós, metszőkeres, marófejes lefejtés) vagy szerszámfelület (Maag vagy Niles-féle köszörülés) a gyártott elemmel ennek működésekor kapcsolódó elem fogfelületét, vagy a hajtás mindkét elemével kapcsolódó harmadik elem (léc vagy síkkerék) fogfelületét hozza létre.

A fésűskéses fogaskerék-lefejtés esetében a szerszám, ennek minden pozíciójában, a generáló fogasléc felületét hozza létre. Itt a burkolt felületsereg egyparaméteres és elemei egybevágók. A metszőkeres megmunkálás esetében viszont a fő forgácsolómozgás a gördülő eltolás nincsenek különválasztva. A klasszikus modellek szerint a metszőkerék élei a főmozgás során egy egyenes vagy ferde fogazatú fogaskereket sepernek le, amely, a gördülő eltolás miatt, kapcsol a gyártott kerékkel. Ez egy jó közelítés, de a valóságot csak közelíti. Ehhez hasonló a közelítések alapozzák meg a csigamarós lefejtés modelljeit. Az egyik modell a csigamaró diszkrét vágóéleinek hordozófelületét tekinti, ami egy folytonos felületű csiga, amely a függőleges eltoló mozgás során egy virtuális, mozgó és a gyártott kerékkel kapcsolódó lécben csúszik el [2,6]. A másik modell a két, kitérő irányú, de egymással folyamatos kapcsolódásban levő fogasléc, amelyekkel, mozgásuknak megfelelően, egy fogaskerék illetve egy evolvens csiga kapcsol [5]. Ez esetben is a modellben létrejövő felületsereg nem azonos a valóságban létrehozott felületsereggel. Az előbbieken említett, hengeres fogaskerekek generálása kapcsán felvillantott modell- közelítések az ívelt fogú kúpkerék esetére is fennállnak. A következőkben az említett modelleket bővebben elemezzük.

1.1. A metszőkeres lefejtés modellje.

A metszőkeres lefejtés során keletkezett felületsereg-modellt részletesen a [7] közleményben tárgyaltam. A szerszám-munkadarab relatív mozgásához felhasznált négy koordináta-rendszer az 1. ábrán látható.



1. ábra. A metszőkeres lefejtés modellje

Az x_{2t}, y_{2t}, z_{2t} koordináta-rendszer a munkadarabhoz, míg az x_G, y_G, z_G a metszőkerékhez kötött. Ez utóbbihoz csatoljuk a legördülést megvalósító x_{1t}, y_{1t}, z_{1t} koordináta-rendszert, amelynek tetszőleges

helyzetét a munkadarabhoz képest a λ paraméter segítségével adjuk meg. A valóságban a $z_{1r} \equiv z_G$ mentén való transláció sebessége nem állandó, mert a főmozgás mechanizmusának sajátosságai ezt nem teszik lehetővé. A koordináta-rendszerek relatív helyzetei alapján felírható mátrixtranszformációk segítségével, az adott λ paraméternek megfelelő legördülési helyzetben leírt származtató felületsereg elemének parametrikus egyenletei a következők lesznek:

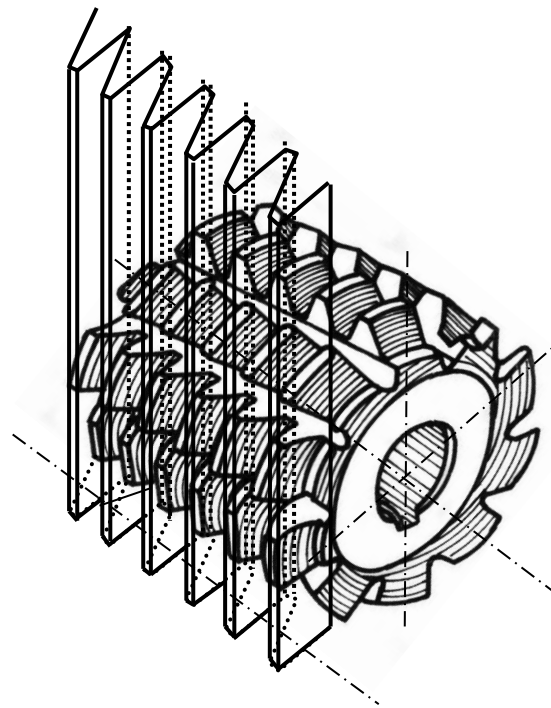
$$\begin{aligned}x_{2r}(\phi) &= R_{bA} [\cos e(u) + v_A(\phi) \sin e(u)] + A_w (\cos \lambda - \cos(i_{21}\psi(u) - \lambda)) \\y_{2r}(\phi) &= R_{bA} [\sin e(u) - v_A(\phi) \cos e(u)] + A_w (\sin \lambda + \sin(i_{21}\psi(u) - \lambda)) \\z_{2r}(\phi) &= p_A(\phi - v_A(\phi)) + L - s(u) \\e(u) &= \phi - (1 + i_{21})\psi(u) - q(u) - \eta\end{aligned}\quad (1)$$

A parametrikus kifejezésekből észre lehet venni, hogy:

- a felület nem az elméletileg elfogadott evolvens csavarfelület, mert az $s(u)$ útfüggvény nem lineáris;
- a felületalakja torzul a legördülés helyzetétől függően.

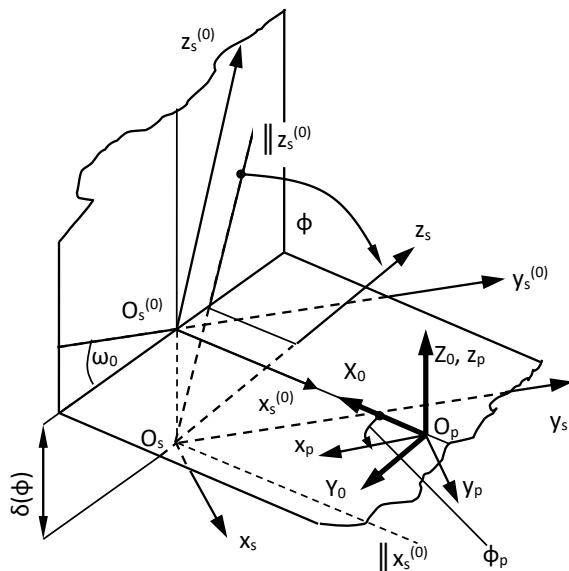
1.2. A csigamarós lefejtés-modell

A csigamarós lefejtés-modellben hasonlóképpen az előző modellhez, az élek által felírt származtatófelületeket számítjuk ki. A részletes számítások a [8] közleményben találhatóak. Az általános szemlélet szerinti lefejtés-kinematikáét, miszerint a csigamaró a lécben csúszik el, a 2.-es szemléltetjük.

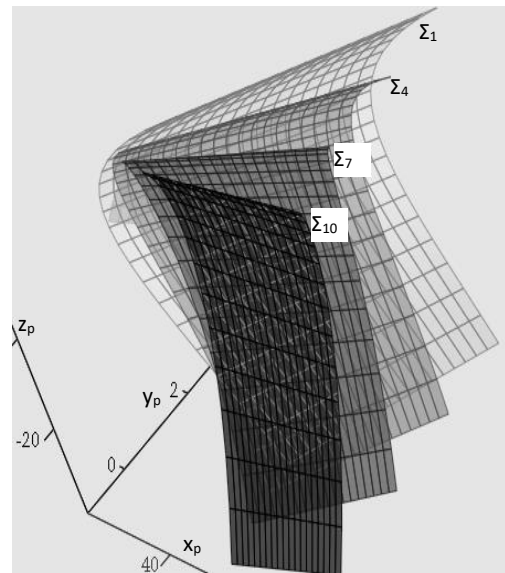


2.ábra. A csigamaró és a fogazó lécszerszám relatív helyzete

A valóságban azonban a gépállványhoz rögzített koordináta-rendszerben a csigamaró és a fogazott darab a saját tengelyeik körül állandó szögsebességgel forognak, a csigamaró tengelye pedig ezenkívül a darab tengelyével párhuzamosan egyenesvonalú egyenletes mozgást végez. Az alkalmazott koordináta-rendszerekl a 3. ábrán vannak feltüntetve. A valóságban a kitérő tengelyek körüli forgómozgást végző elemek relatív mozgásaik megfelelő pillanatnyi csavartengely körüli elemi mozgások sorozata keletkezik, amelyek eredményeképpen a származtató felületek serege nem csavarfelületekből, hanem a vágóélek által leírt felületelemekből tevődik össze (4. ábra).



3. ábra. Az alkalmazott koordináta-rendszerek



4. ábra. A származtató felületek

Mire ugyanaz a fogárok generálása ismét sorra kerül, a csigamaró s_{ax} tengelyirányú előtolás értékével a megmunkált fogazat tengelye mentén elcsúszik, ferde fogazat esteében pedig az osztóhengeri csavarvonal szerint mozdul el. Ezzel tulajdonképpen a burkolás két fázisban történik. Az első fázisban azok az élek, amelyek a kapcsolószakaszon belül fejtik ki hatásukat, létrehozzák a 4-es ábrán feltüntetett felületcsoportot. Ennek a felületcsoportnak meg kell határozni a burkolóját. A második fázisban ezek a burkolók alkotnak felületsereget, a tengelymenti vagy a csavarvonal-menti elmozdításukkal. A megmunkált fogfelület burkolója a második sereg burkolójaként jön létre.

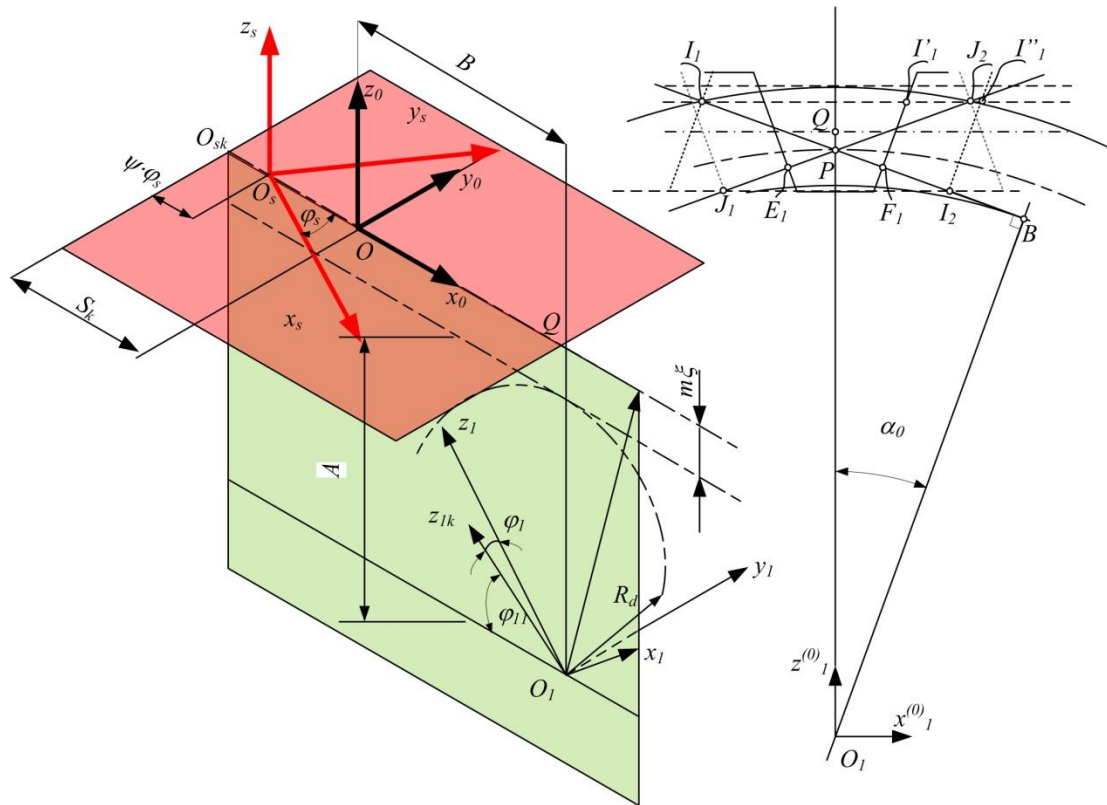
1.3. Arkhimédész-féle spirális fogirány-vonalú hengeres fogaskerék-lefejtés modell

Az Arkhimédész-féle spirális fogirány-vonalú hengeres fogaskerek lefejtése Olivier első elvére, a közös származtatófelületet hordozó elemmel való szimultán kapcsolódás elvére épül [2,5]. A konvex-konkáv fogfelületen való kapcsolódást lehetővé tevő hajtópár generálási modellje két változatban készült el: sugárirányú beszúrásos előtolással [9], illetve az előbbi hordképlokalizáció lehetőséghatárainak bővítésére, tangenciális előtolással [10].

A tangenciális előtolással való lefejtés elmélete három változatban fogalmazható meg: kétparaméteres burkolással, egyparaméteres burkolással és *kettős burkolással* [10]. A kétparaméteres burkolás, alkalmazása, látszólagos egyszerűsége ellenére, igen körülményes, mivel a megoldások periodikus jellege megnehezítik a műszaki szempontból elfogadható pontthalmaz kiválasztását a teljes megoldás halmazából.

Az egyparaméteres burkolás a valósághoz az előbbinél közelebb álló modell. A szerszám-munkadarab relatív elmozdulás során létrehozott származtatófelület-sereg kinematikai paramétereiként szerszámelfordulás φ_s szögét tekintjük. A legördülés φ_l szöge és az s tangenciális előtolás a szerszám-elfordulási szög függvényen írjuk fel.

A fogárkot egy konkáv és egy konvex fogfelület határolja. A két felületet két, Arkhimédész-féle származtatófelület fejt le. A lefejtő szerszám [10] 3-5 Arkhimédész-féle, egyenlő szögosztású spirálisra illesztett késcsoportból áll. Ebből kifolyólag a virtuális fogaslécnek a lefejtett fogárokhoz viszonyított mozgása összetett, egyenesvonalú haladó mozgás, amelynek két komponense van: a lécs előrehaladása lefejtés közben, ami megfelel a megfigyelt fogárok megmunkálásának, illetve a lécs egyidejű tangenciális előtolási sebességgel való haladása. Ennélfogva a lécs mozgása a fogárokhoz képest pulzáló jellegű: működő lécként előre szalad a kapcsolóhossznak megfelelő szakasszal, majd pedig visszahúzódik, a gördülésnek megfelelően előretolt új alaphelyzetbe, ahonnan újból előretör, hogy a fogárok-felületnek soron következő részalmozását burkolja. A kinematikai viszonyokat és az alkalmazott koordináta-rendszereket az 5 ábráról olvashatjuk le.



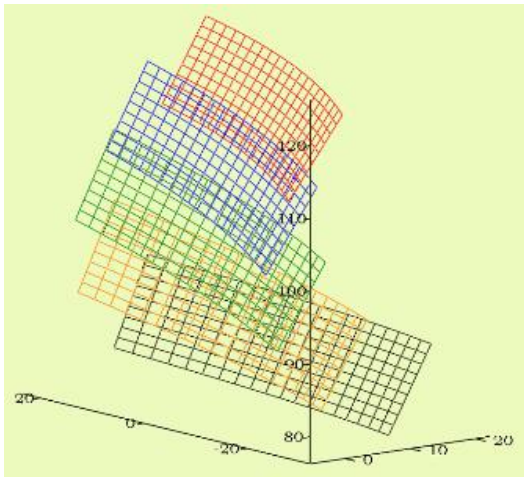
5. ábra. Az alkalmazott koordinátarendszerek és a középszelvényben szaladó lécc (jobbra)

Ha a klasszikus megközelítést tekintjük, akkor minden egyes φ_1 szögértékre a szerszám φ_s elfordulására, a z adott csoportban levő késélek egy Arkhimédész-féle felületet feszítenek ki, melynek kinematikai hatása a radiális irányban történő $a\varphi_s$ elmozdulás, vagyis egy olyan léccnek az elmozdulása, amelyeknek a fogfelülete görbült. A felületsereg egyenletei mátrixos felírásban

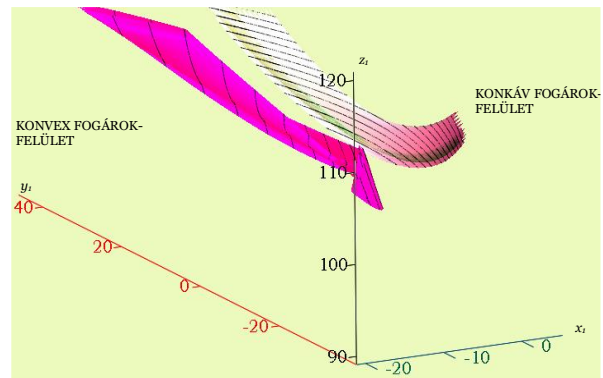
$$\mathbf{r}_1 = \mathbf{M}_{12}(\varphi_s) \mathbf{r}_2(u, v) \quad (2)$$

ahol \mathbf{M}_{12} a transzformációs mátrix, u az él paramétere, v pedig az él csoportban való szöghelyzete. Valóban, ha az x_0, y_0, z_0 rögzített rendszerhez képest írjuk fel a lécc felületét, ez minden előtolási helyzetre azonos. Ez viszont nem felel meg a valóságnak. A szerszám- munkadarab relatív mozgása során az él a szerszám tengelye körül elfordul, miközben az előtolás irányában halad és a munkadarab a saját tengelye (O_1, y_1) körül ezzel arányosan elfordul. Az él által, a relatív mozgás során lesöpört felület alakja és kiterjedése az előtolás által meghatározott helyzet függvényében változik. Így mind az egy- mind a kétparaméteres burkolás modellje és a valóság között érzékelhető rész áll fenn. A matematikai modell kiértékelése során lehetőség nyílt a fogárok burkolásának ábrázolására. A 6. ábrán láthatók a késcsoport éle által létrehozott felületek a fogazott kerék rendszerében, míg a 7. ábra a burkolt fogárok felületeket mutatja, egy adott szerszámhelyzetben. Világosan látszik, hogy a fogazott kerék fogoldalainak a burkolása szekvenciálisan történik. A teljes fogárok-felületet véges számú burkoló felület szuperponációjával közelítettem. A fogárok domború oldalát a 8., míg a homorú oldalát a 9. ábra szemlélteti.

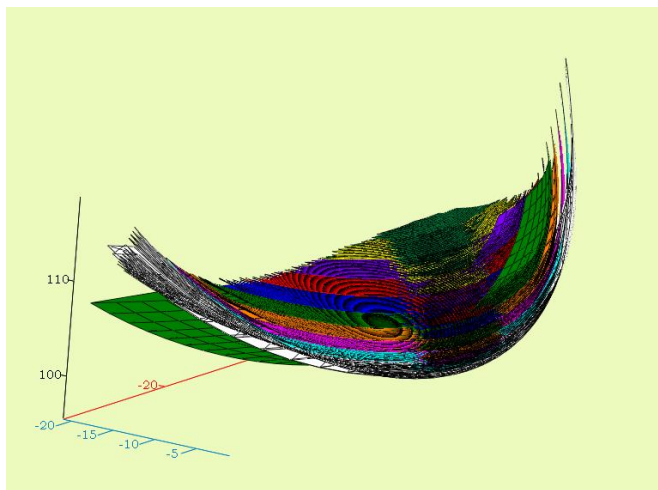
A 7.8. és 9. ábrák együttes vizsgálatából kiderül, hogy a burkolt felületsereg elemei nem egybevágók. Ennek egyik oka az, hogy az élnek a maró forgástengelyétől való távolsága ezek szöghelyzetével lineárisan változik, hiszen $0,5Z_s m$, paraméterű Arkhimédész-féle spirálisra illeszkednek, osztóvonalai pontjaik. Gyakorlatilag ebben az esetben egy olyan léccel kell számolnunk –



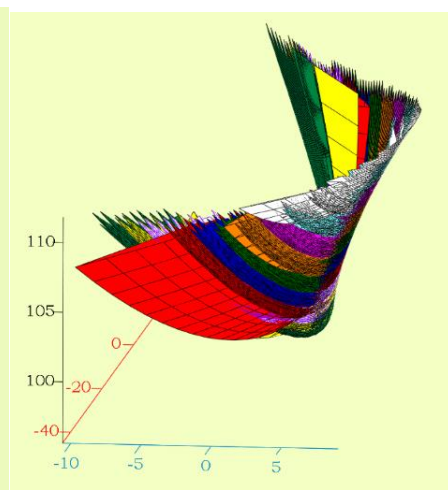
6. ábra. Az élek által generált felületek



7. ábra. Az élek által generált felületek



8. ábra. A burkoló fogárok domború oldala



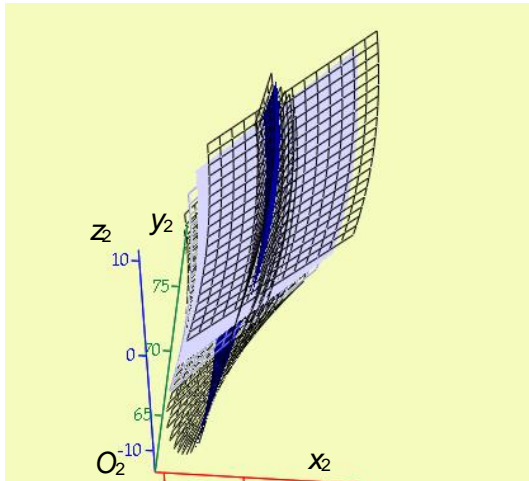
9. ábra. A burkoló fogárok homorú oldala

amennyiben ragaszkodunk a lécmódelhez – melynek fogfelület-görbülete ennek előrehaladása közben változik: jelen esetben növekedik.

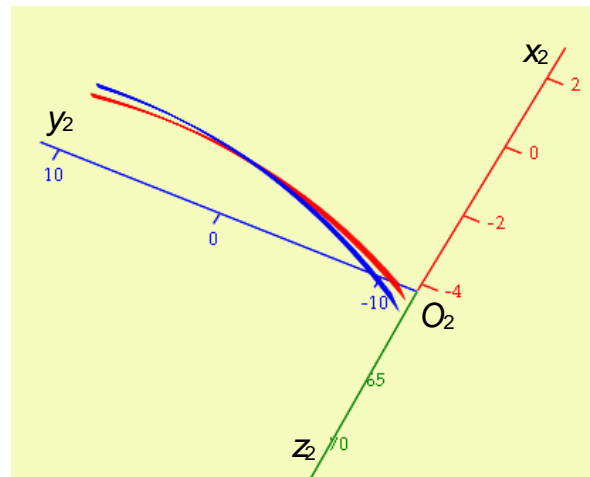
1.4. Epicikloid fogirány-vonalú hengeres fogaskerékfejlesztés modell

Az epicikloidális fogaskerék lefejtése a kúpogaskerek elméletéből jól ismert eloid fogazat [8] lefejtési elvének sajátosításával valósul meg. A szerszám ez esetben is egy Z_s késcsoportot tartalmazó marófej. A kések profiljának szimmetriavonala a forgástengelytől R_s távolságra illeszkedik; ezt a szerszám referenciasugarának nevezzük. Az r_r sugarú gördülőkör a szerszám referenciakörével koncentrikus, és egy egyenesen, csúszásmentesen gördül le. Ezáltal a gördülő síkkerék helyett [8] egy futó fogasléc valósul meg. A lécs osztása πm_n , a csúszásmentes gördülés feltételéből pedig azonnal következik, hogy $r_r = 0,5 m_n Z_s$. Amennyiben a kések a fogárok oldalait felváltva dolgozzák meg, a homorú és domború fogárok generáló késeit úgy kell a marófejbe rendezni, hogy a domború oldalakat megmunkáló késnek a helyzete az alaphelyzet, a homorú oldalt vágó késre pedig a kompenzációt alkalmazzuk.

A marófej forgása során megvalósuló virtuális lécs haladási irányban párhuzamosan tangenciális előtolást is kap, akár a csigakerék-lefejtő csigamarók, vagy az Arkhimédész-féle spirális fogazatot lefejtő marófej. A mozgásviszonyok ugyanazok, mint az előbbi pontban tárgyaltak, és leírásuk részletesen megtalálható a [16] közleményben. Jelen eljárás abban különbözik az előbbitől, hogy itt, adott fogárkot nem egy késcsoport, hanem egyetlen kés alakít ki.

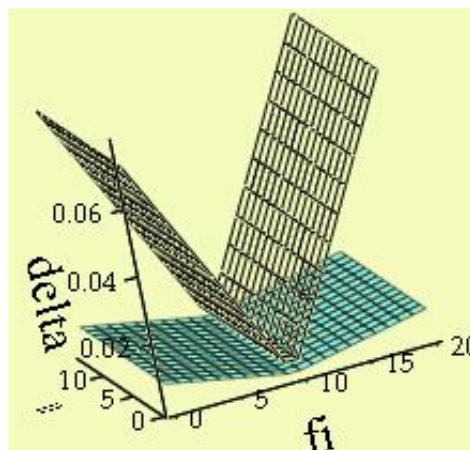


10. ábra. A származtató felületsereg



11. ábra. Két származtató felület összehasonlítása

Ennek ellenére, az él által lesöpört felület alakja és kiterjedése változni fog a fogaskerék rendszerében. A 10 és 11 ábrák a lefejtés numerikus szimulációja alapján készültek. Annak érdekében, hogy számszerűen is igazoljuk a felületek közötti különbséget, vagyis azt a tényt, hogy a lefejtéshez csatolt lécmódel felületének kiterjedése és görbülete változik, az egyes helyzetben kialakult felületeket pólusra rendezzük. Ha a hagyományos lécet a keréken legördítjük, akkor a gördülővonalhoz csatolt profil, a póluson áthaladó profilhoz képest elfordul, és az osztóvonal mentén, az elfordulással arányosan, elcsúszik. Ha a mozgást visszafelé végezzük el, a profil ismét referencia-helyzetbe kerül. Ezt a módszert alkalmazzuk a szerszám két, különböző előtolási helyzetében megvalósított, ugyanarra a fogárokra vonatkozó származtató felületre. A kiértékelés a 12. ábrán látható.



12. ábra. Származtató felületek különbségének eloszlása

A bemutatott esetek arra engednek következtetni, hogy a referencia-származtatófelület-sereg nem minden esetben írja le valóságában a burkolás folyamatát. Legismertebb példa erre a lécmódel burkolásának kétfajta megközelítése: az egyik, a keréken legördített lécmódel egyenes profilserege, a másik pedig a Szeniczei-fél modell [1], amelyben a profil minden pontja által leírt görbék seregének burkolójaként jön létre az alapkör evolvensze. Ez utóbbi esetben világosan látszik a fogláb görbe is, ami az egyenessereggel való burkolás során nem annyira szembeszökő. Valóságosabb modelleket lehet alkotni abban az esetben, ha a szerszám élei által, a fogazott kerékhez viszonyított relatív mozgás során kialakított felületekből alkotjuk meg a burkolt felületsereget.

2. A KETTŐS BURKOLÁS ELMÉLETE

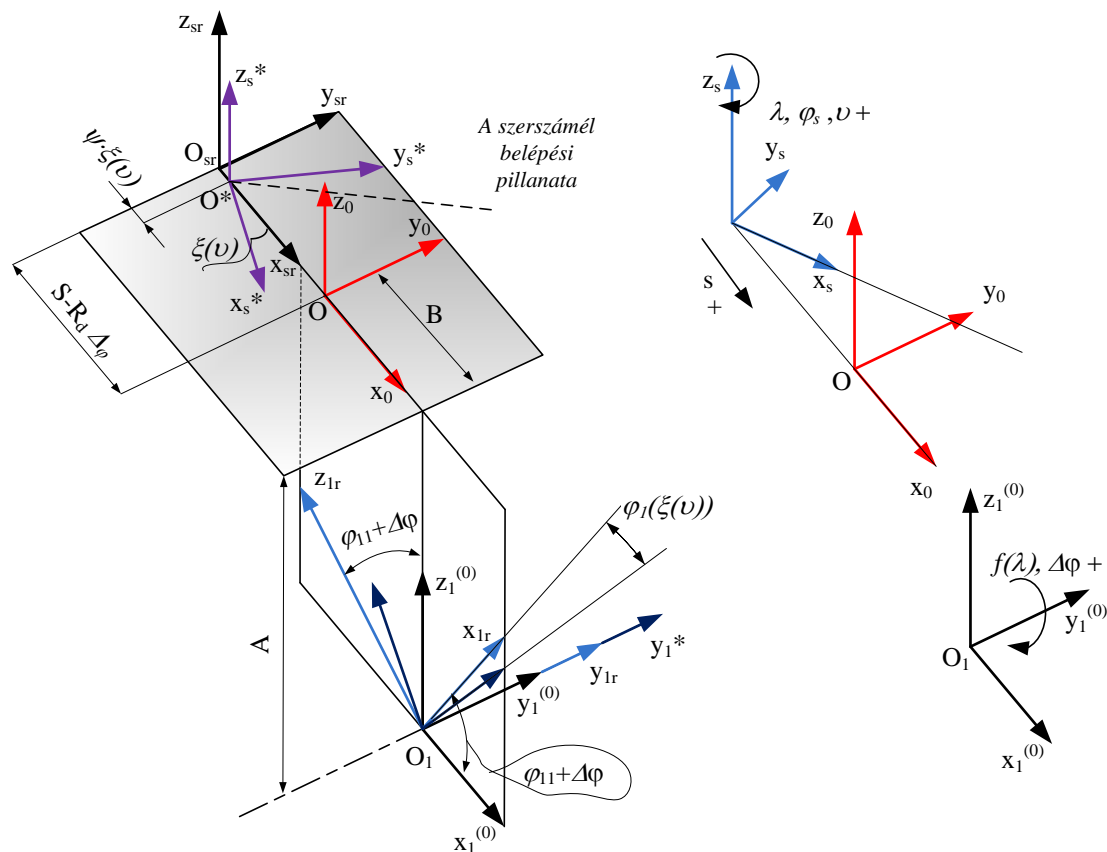
A kétparaméteres és egyparaméteres burkolási modellek a bemutatott spirális vagy epiciklois-vezérvonalú hengeres fogazatok lefejtése esetében idealizált modellek. Az előbbi okfejtésből egyértelműen levonható az a következtetés, hogy a fogárkot lefejtő virtuális lécs-fog kétfajta sebességgel halad a fogaskerékhez képest: az összegezett sebességgel, amikor lefejt, illetve a tangenciális előtoló sebességgel, amikor a kérdéses árok megmunkálási zónán kívül helyezkedik el. Ez valójában azt jelenti, hogy, bár adott késcsoport által alkotott klasszikus értelemben vett származtató felület kerülhet olyan helyzetbe, hogy a kapcsolódási egyenlet (akár) a fogazandó kerék tértartományán belül kielégíti, valójában mégsem fog hasznos burkoló felületet generálni. Emiatt különlegesen nehéz kétparaméteres burkolás esetében kiszűrni azokat az értékeket, amelyeknek gyakorlati értelme van.

A fenti leírás egyértelműen egy olyan különleges tulajdonságú virtuális lefejtő fogasléchez vezet, amely pulzáló kinematikával dolgozik: nagy sebességgel gördül és lefejt, majd kis sebességgel közeledik az újabb lefejtési helyzethez. Ezt a kinematikát –szerintem- sem a két, sem az egyparaméteres burkolás nem írja le helyesen. Következésképpen olyan relatív kinematikai leírást kell találni, amelyik a véges generálóprofilal rendelkező szerszámból indul el, nem pedig a megelőlegezett generáló felületből – ez utóbbi ugyanis csak a köszörűszerszámok esetében felel meg a valóságnak.

2.1. A kettős burkolás elve

A szerszámél által lefejtett felületsereg burkoló felületét csak akkor tudjuk helyesen meghatározni, ha figyelembe vesszük a tangenciális előtolás és a relatív forgás kombinációja által megvalósított „pulzáló” lécs lefejtő tulajdonságait. A szerszám adott késcsoportja, amikor forgácsol, véges számú felületet hoz létre a munkadarab adott pozíciójához képest.

Ezt a jelen esetben a késcsoport késszámainak megfelelő számú felületet matematikai modellkiterjesztést végezve a kэшhelyzet v paraméterének folytonosításával, egy egyszerű végtelenségnyi felületsereggé duzzasztjuk, amelynek seregszámát maga a v helyzetparaméter.



13. ábra. A lefejtés adott pillanatának megfelelő referencia-helyzet és a belépés helyzete

Legyen a lefejtés kinematikai vezérparamétere a fogaskerék elfordulásának φ_1 szöge (13. ábra) Ennek adott, rögzített φ_{11} értékére az előbb említett felületseregnek burkolója adja azt a virtuális lécfelületet, amivel a lefejtett kerék fogfelülete az adott helyzetben kapcsol.

Mivel a fogaskerék folytonosan forog, a szerszámfej késcsoportja viszont csak azután lép be újra a fogárokba, hogy a fogaskerék közelítőleg egy teljes fordulatot végzett, következik, hogy az előbbi bekezdésben leírt felületburkolási jelenség a valóságban csakis véges számú alkalommal jöhet csak létre, azaz a vezérparaméter különböző, $\varphi_{10}, \varphi_{10} + i\delta_\varphi, i \in [0, 1, [l_s / s_r^{fk}]]$ értékeire, amelyek száma a fogárok lefejtéséhez szükséges szerszám-elmozdulás és a tangenciális, egy darabfordulatra eső eltolás hányadosának egész része.

Ismét matematikai modell kiterjesztést végezve elfogadjuk, hogy a késcsoportok száma is végtelen, azaz a virtuális lécfelület nem szekvenciálisan ér hozzá a lefejtett fogoldalhoz, hanem folyamatosan. Ezáltal a φ_1 vezérparamétert folytonosítjuk. Az előbbieknél során levezetett burkolófelület, mint a virtuális fogasléc fogfelülete, a második kiterjesztés következményeként egy újabb felületsereget hoz létre, melynek seregparamétere pontosan a relatív kinematika vezérparamétere.

A fogfelület e második felületseregnek a burkolójaként jön létre.

A kettős burkolás modelljének valóságghűsége abban áll, hogy a szerszámél által a fogazandó kerékre ráforgácsolt felületek alakjára alapoz:

1. A begördülő késcsoport egy adott helyzetnek megfelelő felületsereget generál, amelynek burkolója a virtuális konjugált gépelem (jelen esetben lécfelület) kapcsolódó felülete lesz.

2. A virtuális konjugált gépelem és a fogazandó kerék között létrejövő végtelen sok relatív helyzetnek a fenti burkolófelület végtelenszer létrejön, tehát egy újabb burkolt sereget alkot.

Ennek a másodlagos seregnek a burkolója lesz a keresett fogfelület.

2.2. A matematikai számítások menete

A kettős burkolás elméletének alkalmazása a következő számítások elvégzésével történik. Először felírjuk az elsődleges felületsereget a munkadarab adott vezérszög-értékkel megadott helyzetére, a szerszámélek és ezek marófejben való helyzetének figyelembevételével:

$$\mathbf{r}_1(u, \lambda, \Delta_{\varphi_1}, \underline{v}) = \mathbf{M}_{10}(\lambda, \Delta_{\varphi_1}, \underline{v}) \mathbf{M}_{0s}(\lambda, \Delta_{\varphi_1}, \underline{v}) \mathbf{r}_s(u, \underline{v}) \quad (3)$$

A (3) egyenletben u az él paramétere, \underline{v} pedig a csoportban elfoglalt helyét jellemző szög: ezt a paramétert folytonosítjuk, és ezáltal írjuk le a végtelenített elsődrendű felületsereget. Az \mathbf{M}_{10} mátrix a munkadarab és a rögzített rendszer közötti transzformáció mátrixa, amely a felületleíró szerszámelfordulás λ , illetve a végtelenített pozíció \underline{v} és a vezérparaméter kezdeti értékét módosító Δ_{φ_1} helyzetparaméter függvénye. Az \mathbf{M}_{0s} mátrix a szerszám és a rögzített rendszer között elmozdulást írja le. A folytonos tangenciális eltolás miatt, ez is mind a négy paramétertől függ. E négyparaméteres felületseregnek a Δ_{φ_1} paraméterét passzívnek tekintjük. Az elsődleges felületsereg paraméterei közötti kapcsolatot a jól ismert [2] egyenletből nyerjük:

$$\frac{\mathbf{D}(x_1, y_1, z_1)}{\mathbf{D}(u, \lambda, \underline{v})} = 0 \quad (4)$$

Ebből célszerű volna az elsődleges sereg \underline{v} paraméterét kiejteni. Ha analitikusan ez lehetséges, akkor az $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_1(u, \lambda, \Delta_{\varphi_1})$ alakú egyenletekhez jutunk.

A másodlagos burkolót az elsődleges burkoló kiterjesztésével és a Δ_{φ_1} paraméter kiküszöbölésével kapjuk. Erre a (4) egyenletet Δ_{φ_1} -re értelmezzük:

$$\frac{\mathbf{D}(x_1, y_1, z_1)}{\mathbf{D}(u, \lambda, \underline{\Delta_{\varphi_1}})} = 0 \quad (5)$$

4. KÖVETKEZTETÉSEK

A kettős burkolás elméletének alkalmazása a valósághoz közelebb álló kinematikai modellekhez vezet.

Alkalmazása magyarázatot adhat a lefejtés során keletkező torzulásokra, például a csigamarós lefejtés során bekövetkezőkre, és elősegíti azoknak orvoslását, a technológia rendszer megvalósítható pontosságán belül.

A generáló felületek torzulása miatt, adott felületi pont környezetében a normálvektor iránya is változhat, a relatív helyzet, azaz a kinematikai paraméterek értéke szerint.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen kutatás a Sapientia Hungariae Alapítvány Collegium Talentum tehetséggondozó programja keretén belül nyújtott támogatással, illetve a A2-NJN-TOK-13-0009 számú Neumann János Nemzetközi Ösztöndíj keretén belül megvalósult eredmények felhasználásával készült.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Szeniczai L. *Általános fogazás*. Nehézipari Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1955.
- [2] Litvin, F.L. *A fogaskerékkapcsolás elmélete*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1972.
- [3] Dudás, I. *The theory and practice of worm gear drives*. Penton Press, London, 2000.
- [4] Dudás, I. *Csigahajtások elmélete és gyártása*. Műszaki Könyvkiadó, Budapest., 2007.
- [5] Máté, M. *Hengeres fogaskerekek gyártószerszámai*. Erdélyi Múzeum-Egyesület, Kolozsvár, 2016.
- [6] Hollanda, D. *Bazele aşchierii și generării suprafețelor*. Universitatea „Petru Maior” Târgu-Mureș, 1994.
- [7] Máté, M. *About Tooth Flank Line Deviation by Cutting Using Fellow's Cutter*. MicroCAD 2003 International Computer Science Conference, February 24-25, 2003 Section G: Production engineering. Manufacturing systems/ [editors: Lehoczky László, Kalmár László].
- [8] Máté, M. *Evolvenskereket lefejtő csigamaró származtató felületei*. Országos Gépész Találkozó, 2006. ápr. 27-30. Konferenciakötet.
- [9] Máté, M. *The Single-Parametric Model of the Meshing By Cutting Cylindrical Gears Having Archimedean Spiral Curved Tooth Line*. Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering, volume 5, 2013, pp.73-84. ISSN 2066-8910 (online version), ISSN 2065-5916 (printed version) EBSCO.
- [10] Máté, M. *Tangenciális lefejtéssel megvalósított Arkhimédész-féle spirál vezérgörbű fogazatok lefejtésének tanulmányozása*. . A2-NJN-TOK-13-0009. sz Neumann János Kutatási Szerződés, 2013-2014.
- [11] Máté M., Hollanda D. *Az Arkhimédészi spirál fogirányvonalú fogaskerék burkolásának a burkolt felületsereg eloszlását jellemző aspektusáról*. XV. Műszaki Tudományos Ülésszak Előadásai 2014, Kolozsvár. Műszaki Tudományos Közlemények - Volume 2. kötet (2015). pp. 153-160, <http://hdl.handle.net/10598/28534>, ISSN 2393- 1280. <https://doi.org/10.33895/mtk-2015.02.16>
- [12] Máté, M. *Hengeres fogaskerekek teherbírásának növelését és hordképlokalizációját megvalósító alternatív lefejtési módszerek elemzése*. pp.33-40. Műszaki Tudományos Füzetek - FMTÜ XIX. sz. (2014). <https://doi.org/10.36243/fmtu-2014.0028>.
- [13] Balajti, Zs. *Development of the Manufacturing Geometry of Conical and Cylindrical Worms by Analysing of Their Axoids*. Manufacturing Technology 20(1), 2020. DOI: 10.21062/mft.2020.003
- [14] Balajti, Zs. *Examination and adjustment of the bearing pattern in case of helicoid drives*. Procedia CIRP 77:267-270, 2018. DOI: 10.1016/j.procir.2018.09.012.
- [15] Hollanda, D. *Aschiere si scule*. I.I.S. Târgu-Mureș, 1981.
- [16] Máté M., Tolvaly-Roșca, F., Gyéresi, H., Hodgylai, N., Egyed-Faluvégi, E. *Származtató felületek görbületváltozása lefejtőmegmunkálások során*. XXX. Országos Gépész Találkozó, Székelyudvarhely, 2022. ápr. 24-26. <https://ojs.emt.ro/> (megjelenés alatt)