

# Az izomműködéshez kapcsolódó nemlinearitások szerepe az emberi egyensúlyozásban

## The effect of muscle nonlinearities in human balancing

TÓTH Rudolf R., MOLNÁR Csenge A., Dr. STÉPÁN Gábor

Műszaki Mechanikai tanszék  
Gépészmérnöki Kar  
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,  
Magyarország, Budapest H-1521  
Tel.: +36 1 463 1369, fax.: +36 1 463 3471  
mechanics@mm.bme.hu, www.mm.bme.hu

### Abstract

*Human balancing has time delay introduced by the central nervous system and the related reaction time. The saturation of the passive ankle stiffness and active control torque serve the relevant nonlinearity in the mechanical model. This nonlinear model is established with the help of measurements available in the literature. The nonlinear mechanical model explains real phenomena observed in human balancing, such as the postural sway.*

**Keywords:** Balancing, Stability, Postural sway, Time delay

### Kivonat

*A központi idegrendszer működése és az ehhez kapcsolódó reakcióidő miatt időkéés jelenik meg az emberi egyensúlyozás mechanikai modelljében. A bokánál fellépő passzív bokamerevség és aktív szabályozó nyomaték együttes szaturációja jelenti a meghatározó nemlinearitást. Ennek a nemlinearitásnak a jellemzésére az irodalomban rendelkezésre álló mérési adatok nyújtanak lehetőséget. A nemlineáris modell magyarázatot adhat a valóságban megfigyelhető jelenségekre, mint az egyensúlyozás közben kialakuló lengések.*

**Kulcsszavak:** egyensúlyozás, stabilitás, billegés, időkéés

## 1. BEVEZETÉS

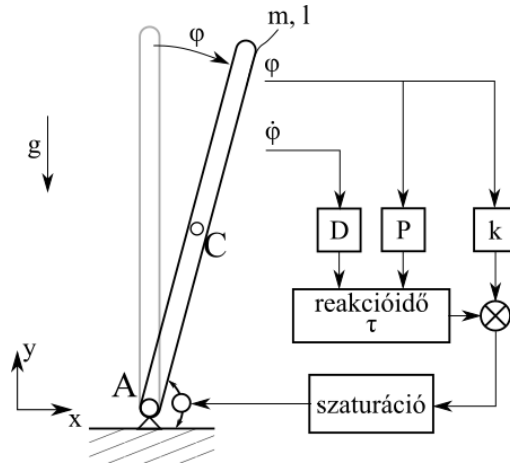
A folyamatosan idősödő társadalomban egyre gyakoribbá válnak az egyensúlyvesztéshez köthető balesetek, amelyeket a mozgásszegény életmód, az érzékszervek érzékelési pontosságának romlása, az izomzat gyengülése és a reakcióidő megnövekedett értéke okozhat [1]. Az emberi egyensúlyozás modellezése segíthet előre jelezni, illetve megelőzni az ilyen eredetű baleseteket. A különböző meghatározó okok figyelembe vehetők a mechanikai modellben. Például az időkéés növelésével a visszacsatolásban modellezhető a megnövekedett reakcióidő.

A leggyakoribb és legegyszerűbb egyensúlyozási feladat az egyhelyben állás. A felső egyensúlyi helyzet az érzékszervek és a muszkuloszkeletális rendszer segítségével stabilizálható. A vizuális, vesztibuláris és szomatoszenzoros rendszerek receptorai mérik az emberi test környezethez viszonyított dőlésszögét, dőlési sebességét és gyorsulását. Ezeket a jeleket a központi idegrendszer dolgozza föl. A megfelelő beavatkozást az izmok hajtják végre [2]. Az érzékszervek által biztosított információk feldolgozása, idegpályákon történő továbbítása időigényes, ezért a mechanikai modellben időkéés jelenik meg. Ezt az időkéést reakcióidőnek is nevezik.

A nemlineáris modell a legegyszerűbb, egy szabadságfokú esetben kerül alkalmazásra [3,4]. Ez a megközelítés lehetőséget biztosít a stabilitáson kívül egyéb jelenségek vizsgálatára is, mint a poszturális ingadozás [5]. Az egyik legfontosabb ízület ebben, és sok más egyensúlyozási feladatban, a boka. Az egy szabadságfokú modellben ennek az ízületnek a mozgása van egyedül figyelembe véve. Ennek megfelelően a nemlineáris modell a bokamerevség karakterisztikájának mérésére alapozható [6].

## 2. EGYENSÚLYOZÁS MODELLEZÉSE

Az egyhelyben állás legegyszerűbb mechanikai modellje egy inverz inga a szagittális síkban, a boka ízületet tekintve csuklópontnak. Az emberi test homogén rúdként van közelítve. Az egyensúlyozást a bokánál fellépő egyensúlyozó nyomaték teszi lehetővé. Az egyensúlyozó nyomaték tartalmazza az aktív izommunkából származó nyomatékot, amelyben a korábban említett időkésés is megjelenik, valamint a passzív bokamerevségből származó nyomatékot is.



1. ábra. Kombinált mechanikai és neurális modell.

Az 1. ábra jelölései:  $m$  az ember tömege,  $l$  a magassága és  $\tau$  a reakcióidő. Az itt alkalmazott értékek

$$l = 1,8 \text{ m}, \tau = 0,15 \text{ s.} \quad (1)$$

Kis  $\varphi$  dőlési szögekre a mechanikai modell az aktív beavatkozást késleltetett PD-típusú szabályozó formában írja le, míg a passzív részt a  $k$  relatív lineáris torziós merevség segítségével az  $mg/2$  referencia értékhez képest. Nagy  $\varphi$  szögek esetén az aktív és passzív komponensek egy szaturációs görbét követnek, amely az egyensúlyozó nyomaték nagyságának határát szabja meg [3]. Ezt a nemlineáris karakterisztikát az irodalomban rendelkezésre álló mérési adatok alapján határoztuk meg [6].

Egy kísérleti elrendezéssel a bokamerevséget, tehát az egyensúlyozó nyomaték passzív részét mérték az aktív tagok nélkül [6]. A szaturáció jelensége leírható tangens hiperbolikus függvénnyel. A mért merevség értékekre ennek derivált függvényét lehet illeszteni. A merevség karakterisztika várhatóan aszimmetrikus függvény, mert előre- illetve hátra dőlés esetén más izmok, ízületek és csontok kerülnek terhelés alá. Azonban aszimmetrikus függvénnyel végrehajtva az illesztést az aszimmetria mértéke elhanyagolhatóan adódott,  $0.1^\circ$  nagyságrendű. Kiegészítve az illesztett karakterisztikát az aktív tagokkal és a kritikus merevséggel, a fellépő egyensúlyozó nyomaték:

$$M = -\frac{1}{2}mgl\alpha \tanh\left(\frac{1}{\alpha}(k\varphi(t) + P\varphi(t-\tau) + D\dot{\varphi}(t-\tau))\right), \quad (2)$$

ahol a dimenziótlan  $\alpha$  a szaturáció relatív értékét adja. Figyelembe véve az inverz inga modellt és bevezetve a  $\beta^2 = 3g/2l$  paramétert, az inga stabil egyensúlyi helyzet körüli kis rezgési körfrekvenciájának négyzetét, a mozgásegyenlet

$$\ddot{\varphi}(t) - \beta^2 \sin \varphi(t) = -\beta^2 \alpha \tanh\left(\frac{1}{\alpha}(k\varphi(t) + P\varphi(t-\tau) + D\dot{\varphi}(t-\tau))\right). \quad (3)$$

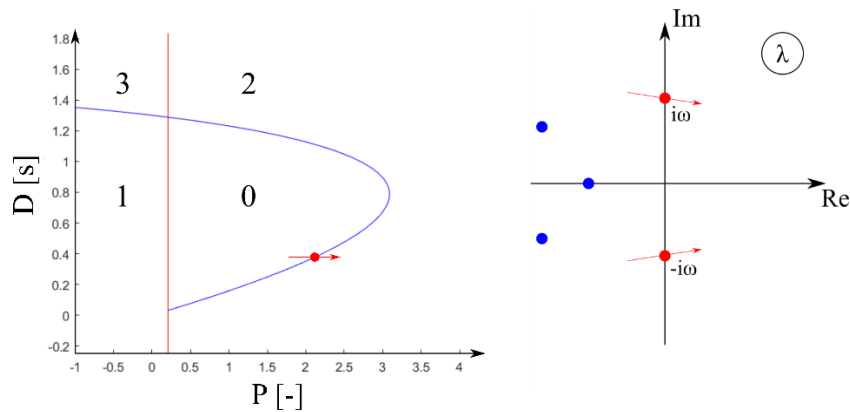
### 3. LINEÁRIS ANALÍZIS

A (3) mozgásegyenlet linearizálható a felső egyensúlyi pont, azaz a triviális megoldás, körül:

$$\ddot{\varphi}(t) - \beta^2 \varphi(t) = -\beta^2 (k\varphi(t) + P\varphi(t-\tau) + D\dot{\varphi}(t-\tau)). \quad (4)$$

Késleltetett lineáris differenciálegyenletek stabilitásvizsgálatára használható a D-szétválasztás módszere [4]. A stabilitási határokat a  $\varphi(t) = Ce^{i\omega t}$  próbafüggvénnyel keresve  $\omega$  szerint paraméterezett görbék kaphatók. Az  $\omega = 0$  eset által leírt határt statikus stabilitási határnak is nevezik. Az  $\omega \neq 0$  eset a dinamikus stabilitási határt adja meg. Ezeket a stabilitási határokat együtt ábrázolva a  $(P, D)$  síkon

megkaphatjuk a stabilitási térképet (2. ábra). Az ábrán az is látható, hogyan alakulnak a karakterisztikus exponensek a dinamikus stabilitási határon.



2. ábra. Stabilitási térkép a  $(P, D)$  síkon, illetve a karakterisztikus exponensek szemléltetése.

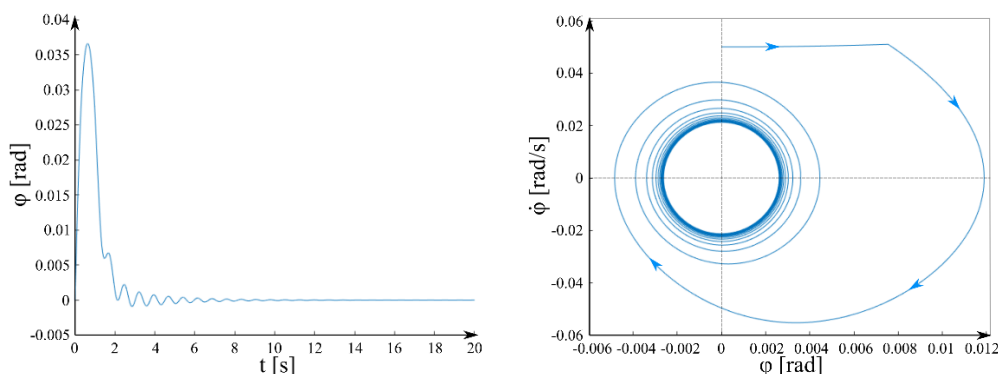
Az 2. ábrán látható számok az adott területhez tartozó instabil gyökök számát mutatják, így a stabil tartomány a 0 számhoz tartozó D-alakú terület [4]. A 2. ábrán látható piros egyenes felel meg a statikus stabilitási határnak, míg a kék görbe jelenti a dinamikus stabilitási határt. A dinamikus stabilitási határ átlépésekor Hopf-bifurkáció mehet végbe. A Hopf bifurkációs tétel előre jelzi határciklusok, öngerjesztett rezgések létezését. Bifurkációs paraméternek az időkésést tekintjük.

A dinamikus stabilitási határgörbe növekvő időkésés esetén egyre csökkenő stabil területet határoz meg az időkéséstől független statikus stabilitási határral együtt. Minden választott reális  $P, D$  paraméterkombináció mellett létezik egy  $\tau_c$  kritikus időkésés, amihez tartozó dinamikus stabilitási határgörbén rajta van a kiválasztott  $P, D$  pont és a kritikus karakterisztikus exponensek  $\pm i\omega_c$ . A kritikus értékek meghatározásához a Walton-Marshall módszer használható [7], amely ebben az esetben zárt alakú analitikus formulákat eredményez.

## 4. NUMERIKUS SZIMULÁCIÓK

Először az egyhelyben állás nemlineáris dinamikáját numerikus szimulációk segítségével vizsgáljuk. Ehhez a negyedfokú Runge-Kutta séma alkalmazható, állandó  $\Delta t = \tau/200$  időlépéssel. A kezdeti feltételek állás közbeni hirtelen lökésnek felelnek meg:  $\varphi(0) = 0$ ,  $\dot{\varphi}(0) = \omega_0$  és  $\varphi(t) \equiv 0$ ,  $\dot{\varphi}(t) \equiv 0$  a  $t \in [-\tau, 0)$  intervallumban.

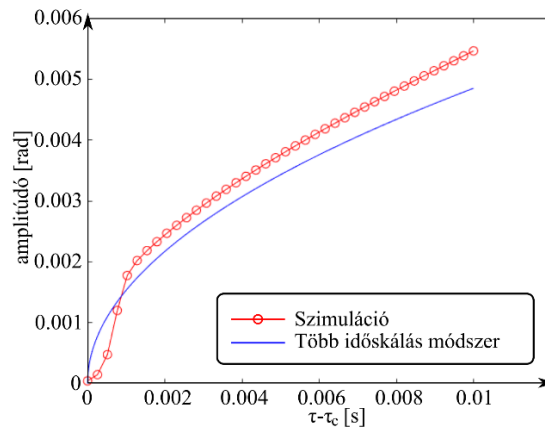
Az első szimulációt a stabil egyensúlyozó paraméter tartományban végeztem ( $P = 2, D = 1$  s). Ez a 3. ábra bal oldalon látható szimulációnak felel meg, ahol az egyensúlyozás sikeres. A 3. ábra második szimulációja instabil egyensúlyozási paraméterekkel történt ( $P = 3, D = 1$  s). Itt stabil határciklus figyelhető meg, amely valószínűleg szuperkritikus Hopf-bifurkáció eredménye. Az öngerjesztett rezgés frekvenciája 1,3 Hz, ami reális érték poszturális lengéseknél [5]. A kiválasztott  $\Delta t = 0,00075$  s időlépés elegendően kicsi ilyen frekvenciájú rezgések szimulációjához.



3. ábra. Numerikus szimulációk stabil és instabil paraméterek mellett.

## 5. TÖBB IDŐSKÁLÁS MÓDSZER

A Hopf-bifurkáció előre jelzi a határciklusok létezését, valamint a nagyságuk és stabilitásuk becslésére is lehetőséget ad. A több időskálás módszer [8] segítségével megadtuk a keletkező határciklusok amplitúdójára vonatkozó zárt alakú képletet, aminek eredményét a 4. ábra kék görbéje mutatja. A becsült határciklus amplitúdó összehasonlítható a szimulációk eredményével. Ez látható a 4. ábrán  $P = 3, D = 1$  s mellett. A szimuláció és az analitikus megoldás jó egyezést mutat.



4. ábra. Határciklusok amplitúdója numerikus és analitikus módszerekkel.

## 6. EREDMÉNYEK

Az irodalomban található mérések alapján elkészült a bokamerevség és egyensúlyozó nyomaték egy nemlineáris modellje. Ezt a modellt az egyhelyben állás esetében alkalmaztuk. A stabilitásvizsgálat eredménye egy stabilitási térkép a  $P$ ,  $D$  szabályozási paraméterekre vonatkozóan. A stabilitás határát átlépheti az egyensúlyozó ember például megnövekedett reakcióidő esetén.

Megmutattuk, hogy Hopf-bifurkáció megy végbe a dinamikus stabilitási határon. Ez stabil határciklusok létezéséhez vezet, amelyek az instabil paramétertartományon jelentkeznek. Ez a szuperkritikus Hopf-bifurkáció magyarázza a poszturális lengések jelenségét.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A szerző konferencia részvételét a BME Gépészmérnöki Kar NTP-HHTDK-21-0051 pályázata, illetve a Magyar Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFI- K- 132477) támogatja.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Robinovitch SN, Feldman F, Yang Y, Schonnop R, Lueng PM, Sarraf T, Sims-Gould J, Loughin M. 2013 Video capture of the circumstances of falls in elderly people residing in long-term care: an observational study. *Lancet* 381, 47 – 54.
- [2] Winter, D.A., (2010). *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*, Fourth edition.
- [3] Zhang, L., Stepan, G., & Insperger, T. (2018). Saturation limits the contribution of acceleration feedback to balancing against reaction delay. *Journal of The Royal Society Interface*,
- [4] Stepan, G. (1989). Retarded dynamical systems: stability and characteristic functions.
- [5] Kiemel T, Oie KS, Jeka JJ. 2006 Slow dynamics of postural sway are in the feedback loop. *J. Neurophysiol.* 95, 1410– 1418.
- [6] Vlutters, M., Boonstra, T. A., Schouten, A. C., & van der Kooij, H. (2015). Direct measurement of the intrinsic ankle stiffness during standing. *Journal of Biomechanics*, 48(7), 1258–1263
- [7] Walton, K., & Marshall, J. E. (1987, March). Direct method for TDS stability analysis. In *IEE Proceedings D-Control Theory and Applications* (Vol. 134, No. 2, pp. 101-107). IET.
- [8] Nayfeh, A. H. (2007). Order reduction of retarded nonlinear systems – the method of multiple scales versus center manifold reduction. *Nonlinear Dynamics*, 51(4), 483–500.

