A csigamaró-homlokfelület köszörülésének valós modellje

The Realistic Model of the Gear-Hob Rake face Grinding

MÁTÉ Márton[1], TOLVALY-ROȘCA Ferenc[1], HODGYAI Norbert[2] EGYED-FALUVÉGI Erzsébet[3]
Egyetemi docens[1], Tanszéki mérnök[2], Egyetemi adjunktus

Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Marosvásárhely/Koronka Segesvári út 1C, 540485 Târgu-Mureş, O.p. 9, C.p. 4, Tel: +40 265 206 210, fax: +40 265 206 211, mmate@ms.sapientia.ro, https://ms.sapientia.ro

Abstract

The rake face of a gear hob is such a helical surface whose reference helix (situated on the pitch cylinder) is perpendicular to the main helix of the basic involute worm. This, theoretically, is a ruled surface that is described by a radial straight segment while it executes a helical motion about the axis of the hob. In the reality, when this surface is grinded, a series of successive through-cut phenomenon occur. As a result, the grinded surface differs from the theoretical. This paper deals with the deduction of the equations of the grinded surface, as well as with the geometric analysis of the through-cut phenomenon

Keywords: gear-hob, rake face, grinding, flat disc, through-cut

Kivonat

A csigamaró homlokfelülete egy olyan csavarfelület, melynek osztóhengeri csavarvonala merőleges a származtató csiga osztóhengeri csavarvonalára. Elméletileg vonalfelület, amelyet egy sugárirányú egyenes tengely körüli csavarmozgásával képezhető. A valóságban, a homlokfelület köszörülésekor elmetszési jelenségek sorozata keletkezik, melynek következtében a keletkező felület az elméleti vonalfelülettől különbözni fog. Jelen cikk tárgya a síkfelülettel köszörült homlokfelület alakjának felírása, valamint az elmetszési jelenségek geometriai vizsgálata.

Kulcsszavak: csigamaró, homlokfelület, köszörülés, síktárcsa, elmetszés

1. A CSIGAMARÓ HOMLOKFELÜLETÉNEK KÖSZÖRÜLÉSE

A csigamaró homlokfelülete egy olyan csavarfelület, amelynek vezércsavarvonala merőleges a származtató csiga vezércsavarvonalára. Értelem szerint, e két csavarvonal az osztóhengerre illeszkedik. A csigamaró homlokfelületét köszörüléssel hozzák létre, ahol a köszörűszerszám síklapját, vagy a kúpfelületét egyaránt használhatják [1].

A homlokfelület elméletileg egy olyan csavarfelület, amelyet egy sugárirányú egyenes képez, mialatt a csigamaró tengelye körül p_C csavarparaméterű mozgást végez [1]. A valóságban a köszörűtárcsának a kiterjedése, melyet ennek R_p sugarú külső körével jellemzünk, azt eredményezi, hogy a köszörült felület az elméleti felülettől eltér. Az eltérés oka abban áll, hogy a csavarmozgás hatására a tárcsa térfoglalása az egyenesétől különbözik: míg az utóbbi egy nulla térfogatú felületet rajzol a munkadarab koordináta-rendszerébe, addig az R_p sugarú körrel határolt sík egy véges térfogatrészt különít el, amely magába zárja az elméleti felületet [1]. A jelenség magyarázata a csavarfelületek gyártásakor, igen változatos helyzetekben megmutatkozó csavarhatásban rejlik.

A csavarfelületek gyártásához kapcsolódó, jelen dolgozatban tárgyalt jelenséghez hasonló, igen részletes leírások találhatók a szakirodalomban. A gyártás során keletkezett eltérések kiküszöbölésére, illetve csökkentésére különböző sajátos megoldások születtek. Az egyik a szerszám-munkadarab-helyzet iteratív korrigálása [2, 3]. Alapmódszer a számítógépes szimuláció, illetve az elmetszésfeltételek és környezet matematikai vizsgálata [4, 6, 7]. Bizonyos esetekben, például kúpos csigák felületeinek köszörülésekor a technológiai rendszerbe kell olyan korrekciós elemet bevinni, amely a fluktuációk teljes kiiktatásához vagy legalábbis minimalizálásához vezetnek [5].

Jelen dolgozatban felállított geometria modell megalkotásakor feltételezzük, hogy a munkadarab-szerszám relatív helyzete tájolási hibáktól mentes, a relatív mozgásról pedig feltételezzük, hogy hibamentes, a csigamaró tengelye körül megvalósuló, állandó emelkedésű csavarmozgás.

2. A GEOMETRIAI MODELL

2.1. A SÍKTÁRCSA ÉS A CSIGAMARÓ RELATÍV HELYZETE

A síktárcsával való homlokfelület-köszörülés modellje az 1. ábrán látható. Az álló helyzetű csigamaróhoz rendeljük az $O_2x_2y_2z_2$ koordináta-rendszert. A köszörűtárcsa $O_1x_1y_1z_1$ koordináta-rendszerének y_1 tengelye egybeesik a csigamaróhoz csatolt rendszer y_2 tengelyével, míg a tárcsa x_1z_1 síkját a csigamaró x_2 tengelyéhez képest általánosan a λ_x értékű szöggel döntjük ki. Ezzel a beállítással a tárcsa síkja tartalmazza az r_x sugarú hengerre illeszkedő csavarvonal érintőjét, a csavarfelületek jól ismert $p_C = r_x \operatorname{tg} \lambda_x$ összefüggése alapján. Ezzel a beállítást általánosítottuk, mivel az r_x sugár a csigamaró fogfej- és foglábhenger-sugara között bármely értéket felveheti.

A tengelytávot a következő képlettel számítjuk:

$$a_w = R_p + r_a - h_f = R_p + r_a - \left(2{,}5 \cdot m_n + k + r_h\right) \tag{1}$$

Az $O_3x_3y_3$ koordináta-rendszer a tárcsa származtató síkja és a csigamarót jelentő O_2x_2 tengelyű hengersereg metszése által létrehozott ellipszis-sereg tengelyeire van tájolva.

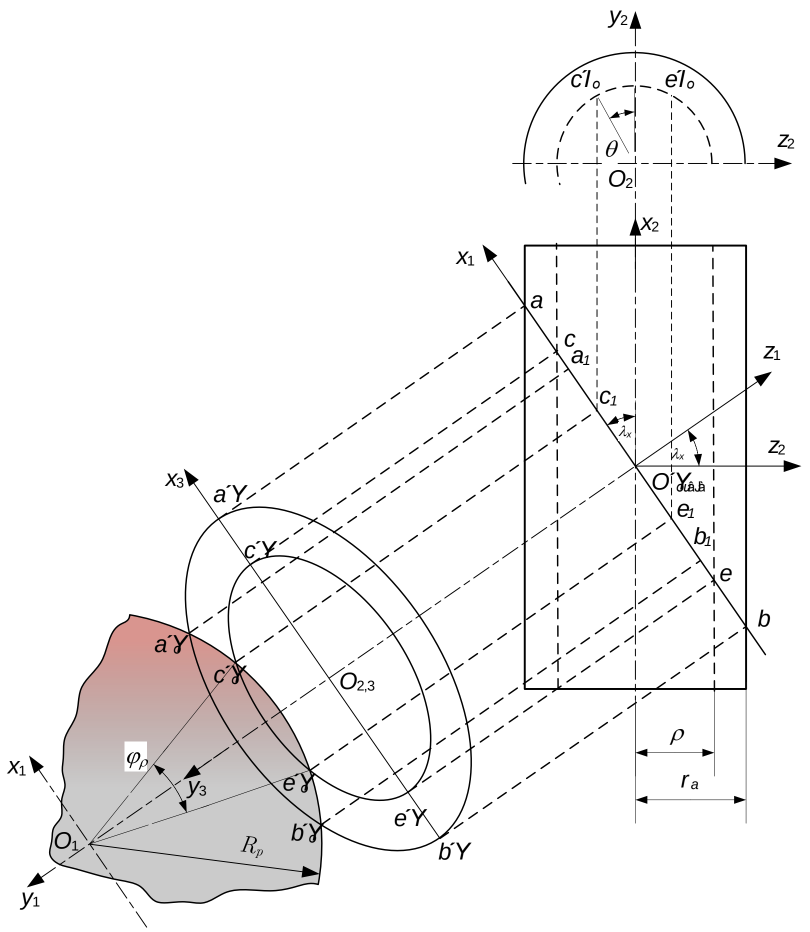
Előző tanulmányunkban [1] definiáltuk és elemeztük azt a pontfelhőt, amit a köszörűtárcsa pontjai képeznek le a munkadarab koordináta-rendszerében. Észre lehet venni, hogy a legtöbb pont nem a határfelületen illeszkedik, amiből világosan következik, hogy a köszörült felület elmetszések sorozataként jön létre. Ebben az esetben a felület előállítását a csigamarót definiáló $r_f \le \rho_i \le r_a, i \in \overline{1,n}$ hengersorozaton definiáljuk. A tetszőleges ρ sugarú henger és az x_1y_1 sík áthatása a $c'e'$ nagytengelyű ellipszis, melyet a tárcsa síkja a c_1', e_1' pontokban metsz. Ennek következtében, a relatív mozgás során az R_p sugarú körnek e két pont közé illeszkedő, és az ellipszisre illeszkedő pontjai írnak le p_C emelkedésű csavarvonalakat a ρ sugarú hengerre. Ezen csavarvonal-seregnek egyetlen tagja marad a képzett csavarfelületen, mégpedig az, amelyik a csavarvonal értelmét is figyelembe véve, a leginkább interferál a munkadarab anyagával, azaz a legjobban helyezkedik – jelen esetben – jobb oldalra.

Az 1. ábra alapján az ellipszis implicit egyenlete

$$\frac{x_3^2}{\left(\dfrac{\rho}{\sin \lambda_x}\right)^2} + \frac{y_3^2}{\rho^2} - 1 = 0 \tag{2}$$

Az R_p sugarú kör parametrikus egyenleteit, célszerűen, a következőképpen írjuk fel:

$$\begin{cases} x_3(\varphi) = R_p \sin \varphi \\ y_3(\varphi) = a_w - R_p \cos \varphi \end{cases} \tag{3}$$



1. ábra. *A köszörülési beállítás geometriája*

Az áthatás mértékét a φ_ρ szöggel fejezzük ki, amely az ellipszis által kimetszett R_p sugarú körívnek megfelelő központi szög fele. Ezt a (3) parametrikus függvények (2) implicit egyenletbe való behelyettesítés eredményeként kapott másodfokú egyenlet gyöke. A $\cos\varphi = t$ változócsere bevezetésével és a kifejezés rendezésével a következő másodfokú egyenletet kapjuk *t*-ben:

$$R_p^2 \cos^2 \lambda_x t^2 - 2R_p a_w t + R_p^2 \sin^2 \lambda_x + a_w^2 - \rho^2 = 0 \tag{4}$$

Geometriai megfigyelés alapján kijelenthető, hogy amennyiben $\rho = a_w - R_p = r_f$, az R_p sugarú kör és az r_f sugarú hengerre leképzett ellipszis érintők, aminek a $\varphi_0 = 0$ kontaktszög-érték felel meg, ami ekvivalens a (4) egyenlet $t_{1,2} = 1$ gyökével.

Az egyenlet diszkriminánsa, ρ függvényében a következő:

$$\Delta(\rho) = R_p^2 \left(a_w^2 \sin^2 \lambda_x - \frac{R_p^2}{4} \sin^2 2\lambda_x + \rho^2 \cos^2 \lambda_x \right) \tag{5}$$

Az (5) diszkrimináns, $\rho = r_f$ értékre a $\Delta_{r_p} = R_p^2 \left(a_w - R_p \cos^2 \lambda_x \right)^2$ alakot ölti, mellyel

$$t_1 = \frac{R_p a_w + \sqrt{\Delta_{r_p}}}{R_p^2 \cos^2 \lambda_x} = \frac{2a_w}{R_p \cos^2 \lambda_x} - 1 > 1$$

$$t_2 = \frac{R_p a_w - \sqrt{\Delta_{r_p}}}{R_p^2 \cos^2 \lambda_x} = 1 \tag{6}$$

A (6) kifejezésekből következik, hogy t_2 a jó megoldás. Rendezés után, az áthatás-szög koszinuszának ρ sugár-függvénye a következő alakot ölti:

$$t_2(\rho) = \frac{R_p a_w - \sqrt{\Delta(\rho)}}{R_p^2 \cos^2 \lambda_x} \tag{7}$$

Az áthatás- szög segítségével be lehet határolni azokat a pontokat a tetszőleges ρ sugarú hengeren, amelyekből felületképző csavarvonalak indulnak.

2.2. Az ellipszis ívszakasz parametrikus koordinátái

Az ellipszis-ívszakasz pontjainak koordinátáit a 2. ábra alapján számítjuk ki. A $c_1'e_1'$ ellipszis-ívszakasznak a felülnézeti c_1e_1 egyenes szakasz felel meg, amely az R_p sugarú kör azon húrjával egyenlő, amelyet az áthatás- szög határoz meg (1. ábra). Ennek alapján

$$c_1e_1 = 2R_p \sin\varphi_\rho = 2R_p\sqrt{1-t_2^2(\rho)} \tag{8}$$

Jelöljük *w*-vel az ívszakasz tetszőleges *h'* pontjának távolságát a vetület-szakasz középpontjától (takarásban O_2-vel). Könnyen belátható, hogy $w \in \left[-R_p\sqrt{1-t_2^2(\rho)}\,, R_p\sqrt{1-t_2^2(\rho)}\right]$.

A vetületekből leolvashatók a *h* pont koordinátái a csigamaróhoz csatolt $O_2x_2y_2z_2$ rendszerben. A O_2h'' sugár és az O_2y_2 tengely által bezárt υ szög értéke:

$$\sin\upsilon = \frac{w \sin\lambda_x}{\rho}\,, \tag{9}$$

ezzel pedig az ellipszis- ívpont koordinátái

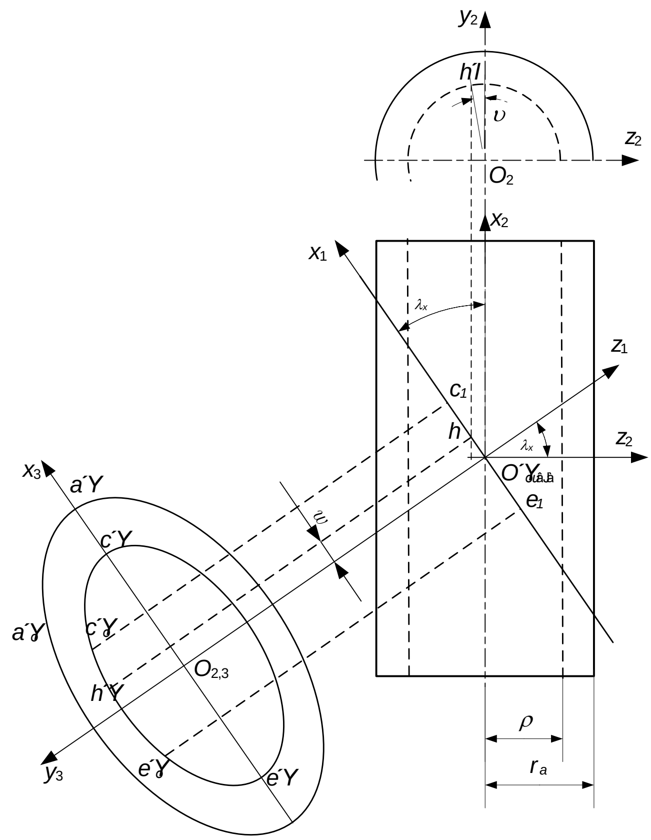
$$\begin{cases} x_2(w) = w\cos\lambda_x \\ y_2(w) = \rho\cos\upsilon = \sqrt{\rho^2 - w^2\sin^2\lambda_x} \\ z_2(w) = -\rho\sin\upsilon = w\sin\lambda_x \end{cases}. \tag{10}$$

3. A DOMINÁNS CSAVARVONALAK KIVÁLASZTÁSA

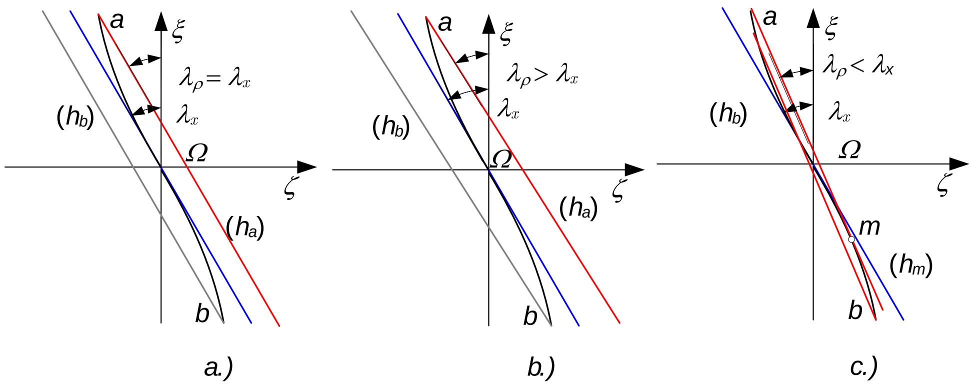
A $c_1'e_1'$ ívszakasz mindenik pontja, a szerszám- munkadarab relatív mozgása során egy-egy p_C paraméterű csavarvonalat ír le. Ezek közül az a domináns csavarvonal, amelyiket a halmaz többi tagja nem törli el. Egy adott ρ sugarú hengeren egyetlen domináns csavarvonal marad. Ennek pontjai beletartoznak a köszörült homlokfelületbe.

Jelen esetben a csavarfelület balsodrású. Ennek következtében a köszörűtárcsa síkja a képzett felület bal oldalára illeszkedik. Ebből következik, hogy a domináns csavarvonal az a csavarvonal, amelyik a csavarvonal -sereg jobb oldali határeleme.

A domináns csavarvonal elkülönítését könnyebben végezzük el a kiterített ábrázolásban, ugyanis ekkor a csavarvonalak egyenessé torzulnak. A 3. ábrán három különböző esetet láthatunk: a 3.a. ábrán a csavarvonalak dőlésszöge a beállítás λ_x szögével egyenlő, a 3.b. ábrán ennél nagyobb, míg a 3.c. ábrán ennél kisebb.



2. ábra. *Az ellipszis-ív parametrikus koordinátáinak számítása*



3. ábra. *A köszörülési beállítás geometriája*

Nagyobb csavarvonal- dőlésszögek a beállítási r_x sugárnál nagyobb sugarú, míg ennél kisebb dőlésszögek az r_x -nél kisebb sugarú hengereken keletkeznek.

Rendeljük a kiterített ábrákhoz az $\Omega\zeta\xi$ koordináta-rendszert. A 2. ábra alapján kijelenthető, hogy a hengerek x_2y_2 síkban illeszkedő generátoraira van illesztve az $\Omega\xi$ tengely. A kiterített ellipszisív egyenletei, a 2. ábra alapján, a következők:

$$\begin{cases} \xi(w) = w\cos\lambda_x \\ \zeta(w) = -\rho\upsilon = \rho\arcsin\dfrac{w\sin\lambda_x}{\rho} \end{cases} . \tag{11}$$

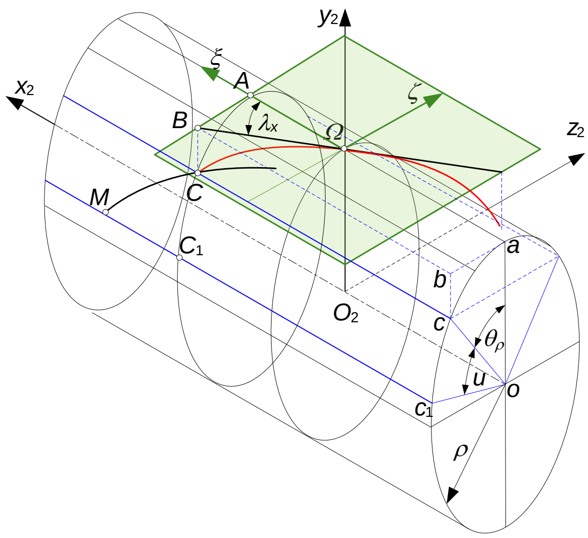
Az Ω origó ($w=0$) a függvény inflexiós pontja, a függvény alakja az első és a második deriváltból következik. Észre lehet venni, hogy az origóban a függvény grafikonjához húzott érintő, a henger ρ sugarától függetlenül, λ_x szöget zár be az $\Omega\xi$ tengellyel. Minél kisebb a henger sugara, annál rövidebb a teríték hossza, tehát annál inkább illeszkedik az érintőre. Ezen megfigyelések alapján kijelenthetjük a következőket:

Ha $\rho \geq r_x$, akkor a domináns csavarvonal az *a* pontból indul;

Ha $\rho < r_x$, akkor a domináns csavarvonal a görbe IV. negyedben illeszkedő ívének azon pontjából indul, amelyhez a $\lambda(\rho)$ dőlésszögű érintőt lehet rendelni.

4. A LEFEJTETT CSAVAR-HOMLOKFELÜLET PARAMETRIKUS EGYENLETEI

A köszörült homlokfelület a domináns csavarvonalak seregéből keletkezik. Parametrikus egyenleteit a 4. ábra alapján vezetjük le. A ρ sugarú hengerre illeszkedő domináns csavarvonal az ellipszis-ív *C* pontjából indul, melynek koordinátái a (9) és (10) kifejezések segítségével írhatók fel, a *w* paraméter domináns csavarvonalra való sajátosításával. Jelöljük ezt az értéket $w(\rho)$-val. A ρ sugarat független változónak tekintvén, a felület egyenletei formálisan a domináns csavarvonal egyenleteivel lesznek azonosak:



4. ábra. *A felületgeneráló csavarvonal-sereg*

$$\begin{cases} x_2(\rho,u) = w(\rho)\cos\lambda_x + p_C u \\ y_2(\rho,u) = \rho\cos\left(\arcsin\dfrac{w(\rho)\sin\lambda_x}{\rho} + u\right) \\ z_2(\rho,u) = \rho\sin\left(\arcsin\dfrac{w(\rho)\sin\lambda_x}{\rho} + u\right) \end{cases}. \qquad (11)$$

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Jelen kutatás a Sapientia Hungariae Alapítvány Collegium Talentum tehetséggondozó programja keretén belül nyújtott támogatással készült.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

[1] Hodgyai, N., Márton Máté, M., Tolvaly-Roșca, F., Drăgoi, M. V. P*eculiarities of the Grinding Process of a Gear Hob Helical Rake Face*. Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering, 13 (2021) 39-51. DOI: 10.2478/auseme-2021-0004.

[2] Balajti, Zs., Ábel, J., Dudás, I. *Examination for post-sharpening adjustment of cutting edge of a worm gear hob with circle arched profile in axial section.* Procedia Manufacturing 55(5-8), 2021: 260-265, DOI: 10.1016/j.promfg.2021.10.037

[3] Balajti, Zs., Ábel, J. *Edge geometry test method with correctly positioned CCD cameras for production geometrical development of a worm gear hob with arched profile*, Procedia Manufacturing 51(1), 2020: 365-372, DOI: 10.1016/j.promfg.2020.10.052

[4] Balajti, Zs., Ábel, J., Dudás, I. *The Monge theorem and its application in engineering practice*. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology 91(1-4), 2017, DOI: 10.1007/s00170-016-9763-1

[5] Balajti, Zs., Mándy, Z. *Proposed solution to eliminate pitch fluctuation in case of conical screw surface machining by apex adjustment.* Procedia Manufacturing 55(5-8) 2021, 266-273. DOI: 10.1016/j.promfg.2021.10.038

[6] Balajti, Zs. *Development of the Manufacturing Geometry of Conical and Cylindrical Worms by Analysing of Their Axoids*. Manufacturing Technology 20(1), 2020. DOI: 10.21062/mft.2020.003

[7] Balajti, Zs. *Examination and adjustment of the bearing pattern in case of helicoid drives*. Procedia CIRP 77:267-270, 2018. DOI: 10.1016/j.procir.2018.09.012