

# Mérőperem átfolyási tényezőjének kísérleti vizsgálata hatványfüggvény közeggel

## Experimental investigation of orifice discharge coefficient with power-law fluid

Dr. CSIZMADIA Péter<sup>1</sup>, TILL Sára<sup>1</sup>, LUKÁCSI Dávid Lajos<sup>1</sup>, MINKÓ Martin<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,  
H-1111, Budapest, Műegyetem rkp. 3., tel.: +36-1-463-16-80  
www.hds.bme.hu  
e-mail: pcsizmadia@hds.bme.hu

### Abstract

*Concentric orifice plate has long been a common, standardized way to determine volume flow rate experimentally. Several iterative calculation formulas are known for the discharge coefficient of the orifice, which, however, are valid only for Newtonian fluids and in a specific range of Reynolds numbers. Our work experimentally investigated the discharge coefficient of an orifice plate with water and a power-law fluid. We compared our measurement results with estimation methods from the literature.*

**Keywords:** power-law fluid, experimental method, orifice discharge coefficient, non-Newtonian fluid, flow metering

### Kivonat

*Az átfolyó mérőperemmel történő mérés régóta elterjedt, szabványosított módja a térfogatáram kísérleti meghatározásának. A mérőperem átfolyási tényezőjére több iteratív számítási összefüggés ismert, amik azonban csak newtoni közegekre és meghatározott Reynolds-szám tartományban érvényesek. Munkánkban kísérleti úton vizsgáltuk meg egy mérőperem átfolyási tényezőjét vízzel és egy hatványfüggvény közeggel. Mérési eredményeinket összevetettük szakirodalmi becslési módszerekkel.*

**Kulcsszavak:** hatványfüggvény közeg, kísérleti módszer, mérőperem átfolyási tényező, nemnewtoni közeg, térfogatáram mérés

## 1. BEVEZETÉS

A mérőperem a szűkítőelven működő térfogatáram mérők egyik széleskörben alkalmazott, szabványos formája. Jellemzője az átfolyási tényező, ami adott geometriájú mérőperem esetén a Reynolds-szám függvénye. Mivel ez utóbbi a sebesség függvénye, iteratív számítási módszerrel állapíthatjuk meg az átfolyási tényezőt. Szabványos mérőperemek esetében az EN ISO 5167-2 szabvány alapján számolhatunk [1], ami csak newtoni közegekre adott [2].

A szabványban és a további szakirodalomban rendelkezésre álló számítási összefüggések vagy lamináris, vagy turbulens tartományra adnak becslést a keresztmetszetviszony és a Reynolds-szám ismeretében [3][4][5][6]. A formulák alkalmazhatósága limitált, minden esetben méréssel alátámasztott validációt igényelnek. Ha a mérőperemmel nemnewtoni anyag áramlását szeretnénk mérni, további kérdések merülhetnek fel, hiszen ezeknél az anyagoknál már a Reynolds-szám megállapítása sem egyértelmű.

Ntamba Ntamba munkájában összefoglalva mutatja be az átfolyási tényezőre vonatkozó eddigi méréseket és összefüggéseket, továbbá összeveti ezeket saját méréseivel hatványfüggvény közeggel [5]. Salas-Valerio & Steffe munkájukban közölnek mérési eredményeket szintén power-law közegekre [3]. Azt találták, hogy a folyadék konzisztencia indexének növekedésével az átfolyási tényező csökken. Hollingshead [7] dolgozatában CFD segítségével vizsgálta, továbbá Miller [8] korábbi kísérleteinek és saját, olajjal végzett méréseinek eredményével vetette össze az átfolyási tényezőt.

## 1.1. Összefüggések

A mérőperemen átfolyó térfogatáram ( $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ]) és a hozzá kötött manométeren mért nyomáskülönbség ( $\Delta p$ , [Pa]) között fennálló összefüggésből a mérőperem átfolyási tényezője ( $C_d$ , [-]) a következőképpen határozható meg [9]:

$$C_d = \frac{Q}{\frac{d^2 \pi}{4} \sqrt{\frac{2 \Delta p}{\rho}}} = \frac{C}{\sqrt{1 - \beta^4}}$$

ahol  $\beta = d/D$  az átmérőviszony, amiben  $d$  [m] a mérőperem szűkebb,  $D$  [m] a tágabb átmérője,  $\rho$  [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ] a folyadék sűrűsége,  $C$  [-] az átfolyási szám.

A Reynolds-szám ( $Re$  [-]) newtoni közegek csőáramlása esetén:  $Re = v \cdot d/\nu$ , ahol  $v$  [m/s] az átlagsebesség és  $\nu$  [ $\text{m}^2/\text{s}$ ] a közeg kinematikai viszkozitása. Hatványfüggvény közegekre a Reynolds-szám például Madlener [10] alapján adott, ami a mérőperem szűkebb keresztmetszetére felírva:

$$Re_d = \frac{\rho d^n v_d^{2-n}}{K \cdot \left(\frac{3n+1}{4n}\right)^n 8^{n-1}}$$

ahol  $v_d$  [m/s] az átlagsebesség a szűkebb keresztmetszetben,  $K$  [ $\text{Pa} \cdot \text{s}^n$ ] a közeg konzisztencia indexe,  $n$  [-] a folyási indexe. Az általunk használt mérőperem geometriára és turbulens esetre Benedict & Wyler [11], továbbá Swamee [9] adott meg összefüggést a Reynolds-szám ismeretében. Emellett ismert az említett szabvány alapját képező Stolz-formula is a mérőperem átfolyási tényezőjének számítására [2].

Swamee 2010-es tanulmányában [4] korábbi mérési eredmények alapján más becslési módszert ajánl, ami viszkózus anyagoknál és mind lamináris, mind turbulens tartományban is használható. Az átfolyási tényezőre a  $d/\nu \cdot (\Delta p/\rho)^{0.5}$  mennyiség függvényében ad becslést:

$$C_d = 0,611 \cdot \left\{ 87 \left( \frac{v}{d \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}} \right)^{1,43} + \left( 1 + \frac{4,5 \cdot v}{d \sqrt{\frac{\Delta p}{\rho}}} \right)^{-1,16} \right\}^{-0,7}$$

## 2. MÉRÉSI MÓDSZEREK

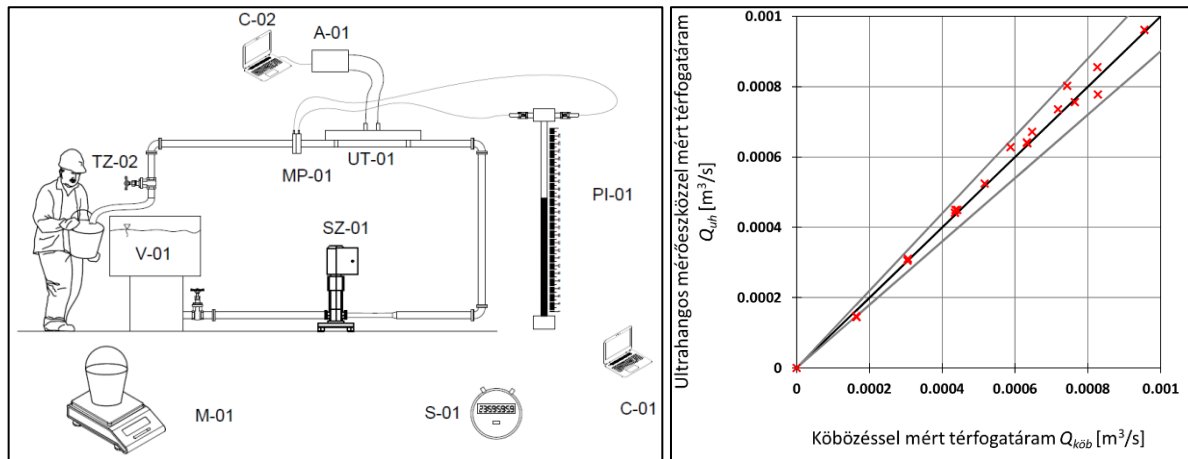
### 2.1. Reológiai mérések

Az átfolyási tényezőt vízzel, és egy fürdőszelével, mint hatványfüggvény szerint viselkedő nemnewtoni közeggel végeztük el. A zselés anyag reológiai tulajdonságainak meghatározását Anton Paar Physica MCR301 rotációs viszkoziméterrel végeztük el, a 0-100 1/s alakváltozási sebesség tartományban, kúp-lap mérőfej használata mellett. A hatványfüggvény közeg folyási tulajdonságai:  $\tau$  [Pa] =  $K \cdot \dot{\gamma}^n$  [1/s], ahol  $K = 0,1256 \text{ Pa} \cdot \text{s}^n$  és  $n = 0,6527$  ( $R^2 = 0,9269$  mellett);  $\rho = 998 \text{ kg}/\text{m}^3$  voltak.

### 2.2. Átfolyási tényező megállapítása

A vizsgált mérőperem geometriai adatai:  $d = 0,032 \text{ m}$ ;  $D = 0,052 \text{ m}$ ;  $\beta = 0,615$  voltak. A mérések során egy tartály-szivattyú-csővezetékrendszerből álló berendezést használtunk, aminek nyomóoldalán, hosszú vízszintes szakaszon került beépítésre a vizsgált mérőperem. A vizsgált munkapontokat egyrészt a szivattyú fordulatszámának változtatásával, másrészt a nyomóoldali tolózárral tudtuk beállítani. A mérőberendezés vázlata látható az 1. ábra bal oldalán.

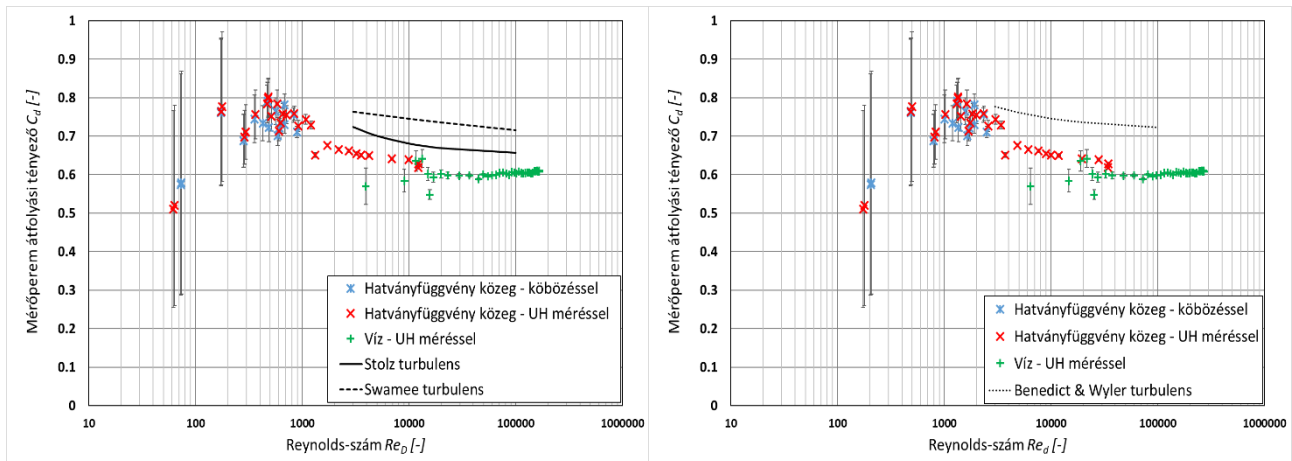
A térfogatáram mérést kétféle módon is elvégeztük. Egyrészt egy Fuji Electronic FSV-2 típusú ultrahangos áramlásmérőt helyeztünk a mérőperem előtti csőszakaszra; másrészt hogy az előbbi hatványfüggvény közegre validáljuk, mértünk köbözés módszerrel is. A köbözéshez mérleget és stoppert használtunk. Ez utóbbi módszernek azonban a berendezés méreteiből adódóan felső korlátja volt. Ahogy ez az 1. ábra jobb oldalán látható, a két térfogatáram nagyon jó egyezést mutatott a zselés anyagnál ( $R^2 = 0,9924$ ), így a nagyobb térfogatáramoknál az ultrahangos készülék által mutatott értéket elegendően pontosnak ítéltük. A mérőperemen eső nyomást egycsöves higanyos manométerrel mértük.



1. ábra. Bal: A mérőberendezés vázlatja (V-01: folyadéktartály, SZ-01: szivattyú, MP-01: mérőperem, PI-01: manométer, UT-01: ultrahangos térfogatáram mérő, A-01: adatgyűjtő, C-01 és C-02: PC, TZ-02: tolózár, M-01: mérleg, S-01: stopper). Jobb: A mért térfogatáramok összehasonlítása  $\pm 10\%$  hibával.

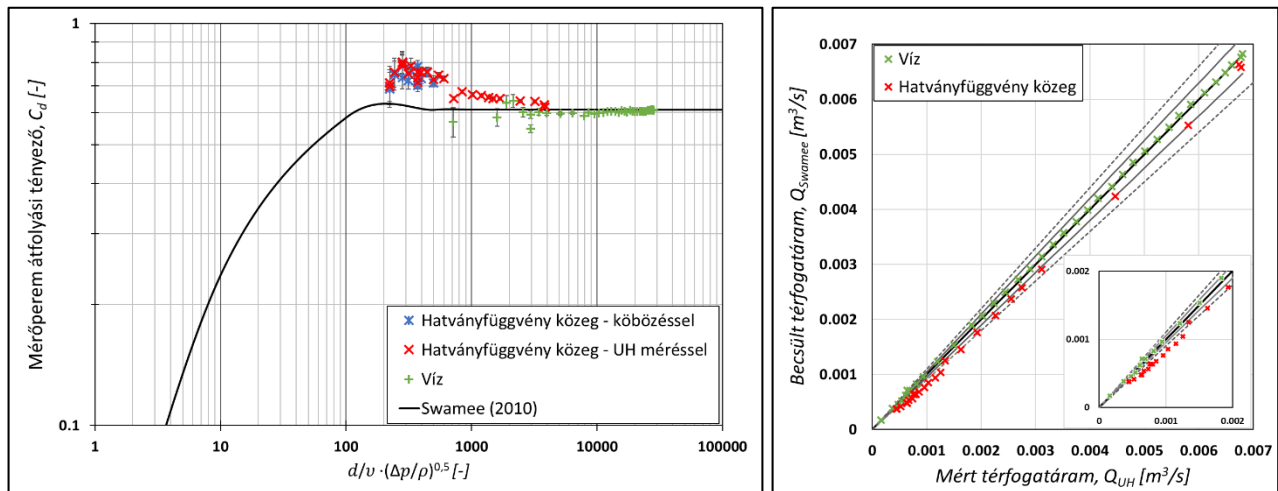
### 3. EREDMÉNYEK

A mért átfolyási tényezőket a módosított Reynolds-szám függvényében ábrázolva kvalitatív értelemben a várt eredményt kaptuk. A kísérleti eredményeket a turbulens tartományban az irodalomban található képletekkel is összevetettük, amik rendre a tág, ill. szűk keresztmetszetre értelmezhetők. A 2. ábra azt mutatja, hogy mind a vízzel, mind a zselés anyaggal mért átfolyási tényező esetében a vizsgált szakirodalmi összefüggések (Stolz-, Swamee- és Benedict & Wyler képletek) túlbecsülik a méréseinket. Az elvégzett hibabecslésből az is látható, hogy a legkisebb mért Reynolds-számok esetében az átfolyási tényező becslt hibája igen jelentős, így a továbbiakban a 10%-nál nagyobb hibával terhelt értékeket elvetettük. A módosított Reynolds-szám kb. 500-200 000 tartományban kapott eredmények tekinthetők csak elfogadhatónak.



2. ábra: Mérőperem átfolyási tényezője a tág (bal) és a szűk (jobb) keresztmetszetre számolt módosított Reynolds-szám függvényében; a Stolz-formulával, Swamee összefüggésével és Benedict & Wyler képletével becslve

A 3. ábra bal oldala Swamee újabb, 2010-es összefüggésével hasonlítja össze a mért átfolyási tényezők értékeit a  $d/v \cdot (\Delta p/\rho)^{0.5}$  mennyiség függvényében. Víz közeggel nagyon jó egyezést tapasztaltunk. Az összefüggéssel becslt és a mért térfogatáramok eltérése  $\pm 5\%$  határon belül adódott, ahogy ez a 3. ábra jobb oldalán is látható. A hatványfüggvény közeg átfolyási tényező értékei jellegre szintén követték az irodalmi görbét, de csak a nagyobb térfogatáramok esetében kaptunk  $\pm 10\%$ -on belüli eltérést a térfogatáramban. Megjegyzendő azonban, hogy az összefüggésben található viszkozitásérték megadása kérdéses hatványfüggvény közeg esetében, mivel ezeknél az anyagoknál a viszkozitás nem konstans. Mi a reológiai mérések 1-100 1/s tartományban felvett pontjaira illesztett newtoni görbét használtuk becslésére, ahol  $\tau [Pa] = 0,00322 [Pa \cdot s] \cdot \dot{\gamma} [1/s]$  ( $R^2 = 0,877$  mellett).



3. ábra: Bal: Mérőperem átfolyási tényezője a  $d/v \cdot (\Delta p/\rho)^{0,5}$  mennyiség függvényében a Swamee (2010-es) összefüggéssel összehasonlítva. Jobb: Swamee (2010-es) összefüggésből becsült és mért térfogatáramok víz és hatványfüggvény közegre  $\pm 5\%$  és  $\pm 10\%$  hibásávot feltüntetve.

#### 4. ÖSSZEGLÉZÉS

A Reynolds-szám széles tartományában kísérleti úton határoztuk meg egy mérőperem átfolyási tényezőjét newtoni és nemnewtoni anyaggal. A mérőperem átfolyási tényezőjének mért értékei jelleget követve a szakirodalomból ismert iteratív, Reynolds-szám alapú összefüggéseket, azonban jelentős eltérést tapasztaltunk a számértékekben mind víz, mind hatványfüggvény közeg esetében is.

Swamee 2010-ben publikált vizkózus közegre is alkalmazható becslése a térfogatáramra azonban vízzel, és nagyobb átfolyás esetén a hatványfüggvény közeggel is elegendően pontosnak bizonyult. További vizsgálatot igényelnek az alacsonyabb térfogatáramokhoz tartozó értékek.

#### KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A munka Dr. Csizmadia Péter témavezető által elnyert, az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-21-5 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával, valamint a Bolyai János Kutatási Ösztöndíj támogatásával készült. A mérőrendszer a Wilo Magyarország Kft. támogatásával épült.

#### IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] CEN. EN ISO 5167-2:2003 European Standard. Brussels. 2003.
- [2] Reader-Harris, M. *Experimental Fluid Mechanics, Orifice Plates and Venturi Tubes. Bs 1042-1*. 2015.
- [3] SALAS-VALERIO, W. F., STEFFE, J. F. "Orifice Discharge Coefficients for Power-Law Fluids". *Journal of Food Process Engineering*, 12(2), pp. 89–98. 1990. DOI:10.1111/j.1745-4530.1990.tb00043.x
- [4] Swamee, P. K., Swamee, N. "Discharge equation of a circular sharp-crested orifice". *Journal of Hydraulic Research*, 48(1 EXTRA ISSUE), pp. 106–107. 2010. DOI:10.1080/00221680903568626
- [5] Ntamba Ntamba, B. M. *Non-Newtonian pressure loss and discharge coefficients for short square-edged orifice plates*. Cape Peninsula University of Technology. 2011.
- [6] Sahin, B., Ceyhan, H. "Numerical and experimental analysis of laminar flow through square-edged orifice with variable thickness". *Transactions of the Institute of Measurement & Control*, 18(4), pp. 166–174. 1996. DOI:10.1177/014233129601800401
- [7] Hollingshead, C. L. *Discharge coefficient performance of Venturi, standard concentric orifice plate, V-cone and wedge flow meters at low Reynolds numbers*. All Graduate Theses and Dissertations. 2011.
- [8] Miller, E. R. *Flow Measurement Engineering Handbook* (3rd ed.). New York: McGraw-Hill Inc. 1996.
- [9] Swamee, P. K. "Discharge equations for venturimeter and orificemeter". *Journal of Hydraulic Research*, 43(4), pp. 417–420. 2005. DOI:10.1080/00221680509500137
- [10] Madlener, K., Frey, B., Ciezki, H. K. "Generalized reynolds number for non-newtonian fluids". *Progress in Propulsion Physics*, 1, pp. 237–250. 2009. DOI:10.1051/eucass/200901237
- [11] BENEDICT, R. P., WYLER, J. S. "A Generalized Discharge Coefficient for Differential Pressure Type Fluid Meters". *Transactions of the ASME*, ((NOVEMBER, 1973)), pp. 440–448. 1973.