

Tengelymetszetben körív profilú csigához kapcsolódó csigakerék fogfelület meghatározás saját fejlesztésű számítógépes programmal

Determination of the worm gear tooth surface connected to the worm with circle arc profile in axial section by own developed computer program

ÁBEL József¹, Dr. h. BALAJTI Zsuzsanna²
PhD doktorandusz¹, egyetemi docens²

Miskolci Egyetem, Magyarország, H-3515 Miskolc-Egyetemváros, Matematikai Intézet
¹abel.jozsef16@gmail.com, ²balajtiz@abrg.uni-miskolc.hu

Abstract

Computer aided engineering activity is one of the most important condition for increasing of the production efficiency and enhancing the quality of the products. The modelling program, constructed according to a unified from the analytical geometric viewpoint, facilitates the development of worm gear drives having complex production geometry. In this paper, the determination of the tooth surface points of a wheel connected to a worm with a circular arc profile in axial section has been presented. The modelling and analytical description of the wheel tooth surface has been sketched.

Keywords: Constructive geometrical model, production geometry, worm gear, computerized model, bearing pattern.

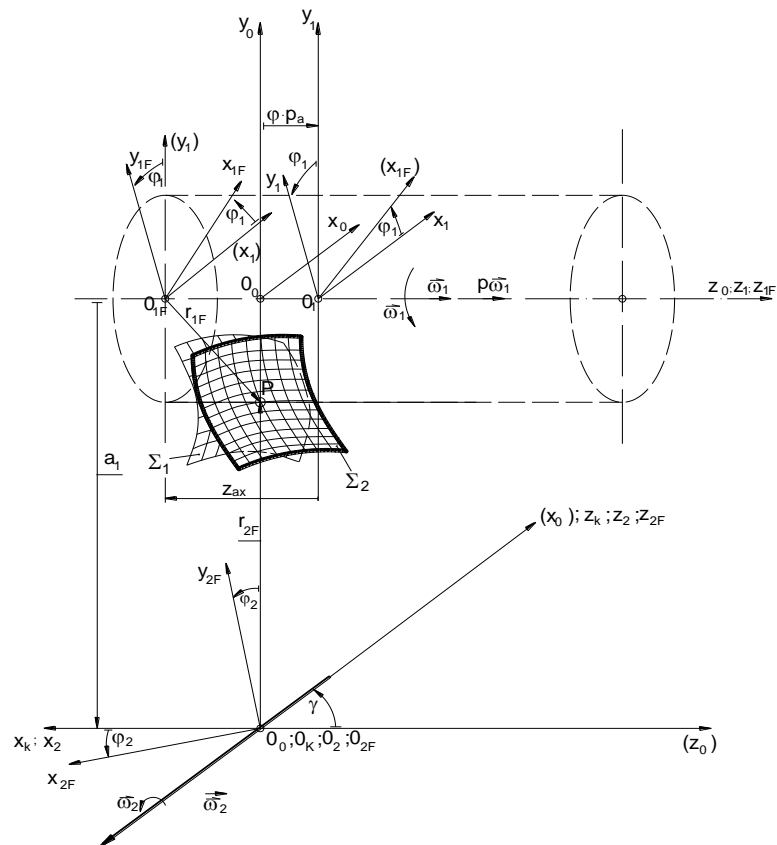
Kivonat

A korszerű mérnöki munka számítógépes támogatása az egyik legfontosabb feltétel a termelés hatékonyságának növeléséhez és a termékek minőségének javításához. Az analitikus geometriai szempontól egységes koncepció szerint konstruált modellező program segíti a csigahajtópárok elemeinek bonyolult gyártásgeometriai fejlesztését. Jelen írásban, egy tengelymetszetben körív profilú csigához kapcsolódó kerék fogfelületi pontjainak meghatározása, számítógépes modellezése és analitikus felírása kerül bemutatásra.

Kulcsszavak: Konstruktív geometriai modell, gyártásgeometria, csigakerék, számítógépes modell, hordkép.

1. BEVEZETÉS

A csigahajtópár elemek gyártásának elméleti fejlesztésére kimunkált első, nemzetközileg is ismert matematikai kinematikai modellt a referencia henger és kúp közös alkotóra döntésével készült [1]. A csigahajtópárok gyártásgeometriai fejlesztésére számos további, a munkánkhoz kapcsolódó tudományos írás született napjainkban is [2], amelyek célja a csigák gyártási pontosságának növelése [3], csigahajtópárok méretezése [4] és modellezése [5]. A matematikai kinematikai modell egy továbbfejlesztett változata a referencia kúp és henger közös forgástengelyen történő elhelyezésével, azok közti projektív transzformációs kapcsolatra épült [6]. A csiga és csigakerék kapcsolódásának vizsgálata komoly matematikai [7] gépészeti [8] és geometriai [9] háttérrel került vizsgálatra. Jelen cikk egy saját készítésű szoftverrel mutatja be a kúpos és hengeres csigák fogfelületének geometriai paraméter alapú analitikus modellezését, majd a továbbfejlesztett matematikai modellben a kapcsolódó kerék fogfelületi pontjainak meghatározását. A kúpos és hengeres csigahajtások elemeinek gyártásgeometriai fejlesztésére kimunkált matematikai-kinematikai modell továbbfejlesztett verziójában a referencia kúp és henger közös forgástengelyen kerültek elhelyezésre, így a kúpos csigák megmunkálása esetén változó $a = a_0 \pm p_r \cdot \varphi_1$ tengelytávval történik a megmunkálás, ahogyan azt az 1. ábra szemlélteti. A $K_0(x_0, y_0, z_0)$ az álló koordináta-rendszer, a $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ a csavarfelület koordináta-rendszere, melyben az felület meghatározásra kerül az η [mm] és ϑ [°] paraméterekkel a csavarfelület, a $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ pedig a szerszámhoz, illetve kerékhez kötött forgó koordináta-rendszer. A matematikai kinematikai modell alkalmas a csavarfelületekkel érintkező kerék fogfelületének gyártásgeometriai és érintkezési viszonyainak vizsgálatára is.



1. ábra. Alkalmazott koordináta-rendszerek kapcsolata hengeres csiga hajtás esetén $a=0$, $c=0$, $p_r=0$, $\alpha=0$, $\gamma=\Sigma=-90^\circ$ paraméterértékekkel [5]

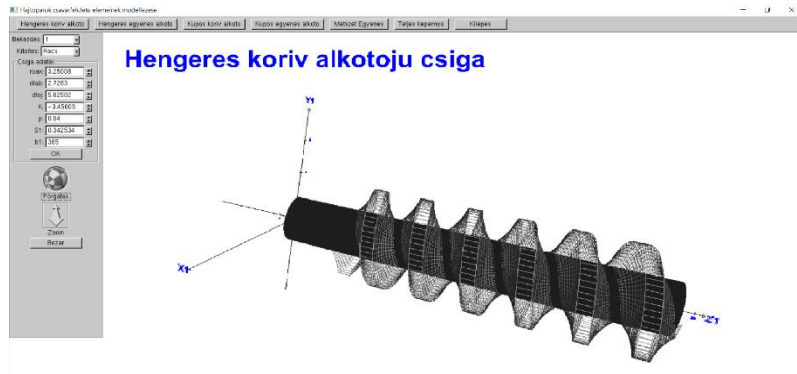
2. A PROGRAM

A továbbfejlesztett konstruktív geometriai modellben a hengeres és kúpos csigahajtások szimulációjához készített szoftver a hardver közeli C programnyelven készült. A C programnyelv a rendszerszoftverek megvalósítására készült és széles körben használt hordozható alkalmazásszoftverek fejlesztésére is. A C minden idők egyik legszélesebb körben alkalmazott programozási nyelve, könyvtárakat használ elsődleges kiterjesztésként. Minden könyvtárhoz tartozik egy fejlécfile, mely tartalmazza a könyvtárban található függvények prototípusait, amelyeket egy program használhat, valamint az ezekhez a funkciókhoz használt speciális adattípusok és makroszimbólumok deklarációit. Ahhoz, hogy a program könyvtárat használhasson, tartalmaznia kell a könyvtár fejlécfájl, illetve a könyvtárat össze kell kapcsolni a programmal, amely sok esetben fordítói jelzőket igényel.

A matematikai általánosítás eredményeként a csigák referencia-hengere és -kúpja centrális kollineációs kapcsolatban kerültek elhelyezésre. A csigához kapcsolódó csigakerék fogazatát a csiga fogazata határozza meg, mivel az érintkező fogfelületek egymást kölcsönösen burkoló felületek [10]. A tervezési, bemenő adatok alapján kerültek kijelölésre a vizsgálat határai, majd a peremfeltételeknek megfelelően a kereső eljárással meghatározásra kerülnek az érintkezési pontok. Az eredményül előállt ponthalmazt egy-egy érintkezési görbe sorbarendezett pontjainak szintén sorbarendezett csoportjává alakítja a program. A csatlakoztatott paraméterekkel további gyártási folyamatok modellezhetők és vizsgálhatók [4].

2.1. Hengeres csigák fogfelület modellezése

A program a különböző típusú hengeres csigák fogfelületeinek modellezésével is segíti a tervezési folyamatot. A programban a helikoid felületek mind egyenes, mind tengelymetszetben körív profillal létrehozhatók, ahogyan az a 3. ábrán látható. A hengeres csavarfelületek közül az archimédeszi, involut és a konvolút felület modellezése is megvalósítható. A C programozási nyelv itt is biztosítja a további fejlesztések lehetőségét.



2. ábra. Egy tengelymetszetben körív profilú hengeres csavarfelület modellje

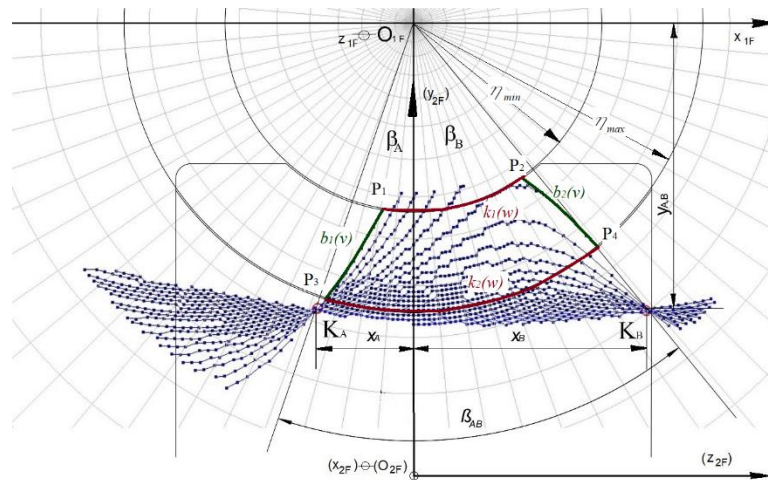
3. KAPCSOLÓDÁSI VISZONYOK

A kerék felületének vizsgálata összefügg a kapcsolóvonalak és a kapcsolódási csomópontok által erősen determinált hordkép, illetve a kapcsolókép vizsgálatával, melyre több jelentős munka született [11, 12]. A direkt eljárás során a csiga fogfelületének ismeretében a hajtópár viszonylagos mozgása által jön létre a burkolt kerék fogfelület. A kétparaméteres burkolás eredményezi a kapcsolódás érintkezési vonalait, melynek meghatározása [10] szerint történt. A tengelymetszetben körív profilú csiga felülete az (η, ϑ) felületi paraméterekkel az 1. ábrán látható modell K_{1F} forgó koordináta-rendszerében [1] szerint a következő alakba írható

$$\left. \begin{aligned} x_{1F} &= -\eta \cdot \sin \vartheta; \\ y_{1F} &= \eta \cdot \cos \vartheta; \\ z_{1F} &= p \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

A csigakerék Σ_2 fogfelülete a K_{2F} csigakerékhez rögzített koordináta-rendszerben felírt pillanatnyi érintkezési vonalak burkolófelületeként számítható.

$$\left. \begin{aligned} f(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \underline{r}_{1F} &= \underline{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \underline{r}_{2F_kerék} &= \underline{M}_{2F_1F} \cdot \underline{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$



3. ábra. Érintkezési vonalak a tengelymetszetben körív profilú csiga hajtás esetén

Programunkat egy megtervezett és legyártott csigahajtás esetére futtattuk a $z_1=3, m=12,5, \gamma_0=21^\circ 2' 15''$, $\rho_{ax}=50, \bar{S}_{a1}=10, \bar{S}_{n1}=13^{+0.0}_{-0.125}$, $a=280, d_{o1}=97,5, H=117,809722, \delta_{ax}=24^\circ 31' 10''$, $z_2=35, F_{r1}=\pm 0,017$,

$f_{p1}=\pm 0,016, f_{\gamma}=\pm 0,018, f_f=0,08$ alapadatokkal, majd az érintkezési pontok a 3. ábrán kerültek bemutatásra. A kerék koordináta-rendszerébe transzformált η_{\min} paraméterrel rendelkező érintkezési pontok közül P_1 és P_2

pontok a köztük arányosan kiválasztott pontokkal együtt alkotják a $\mathbf{k}_1(w)$ harmadfokú Bezier-görbét. Az η_{\max} paraméterű P_3 és P_4 érintkezési pontok a köztük szintén arányosan kiválasztott pontokkal együtt alkotják a harmadfokú $\mathbf{k}_2(w)$ Bezier-görbét. A P_1 és P_3 a köztük arányosan kiválasztott érintkezési pontokkal együtt alkotják a $\mathbf{b}_1(v)$, valamint a P_2 és P_4 a köztük arányosan kiválasztott érintkezési pontokkal alkotják a $\mathbf{b}_2(v)$ harmadfokú Bezier-görbét

$$\mathbf{c}(v,0)=\mathbf{b}_1(v); \quad \mathbf{c}(v,1)=\mathbf{b}_2(v); \quad \mathbf{c}(0,w)=\mathbf{k}_1(w); \quad \mathbf{c}(1,w)=\mathbf{k}_2(w) \quad (3)$$

A $v, w \in [0,1]$ húrhossz szerint definiált paraméterekkel a bilineárisan súlyozott Coons-folt a négy határgörbével a 3. ábrán feltüntetésre került és a következő formában írható

$$\mathbf{c}(v,w)=\begin{bmatrix} 1 & -v & v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{c}(0,w) \\ \mathbf{c}(1,w) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}(v,0) & \mathbf{c}(v,1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-w \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & -v & v \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{c}(0,0) & \mathbf{c}(0,1) \\ \mathbf{c}(1,0) & \mathbf{c}(1,1) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1-w \\ w \end{bmatrix} \quad (4)$$

A kifejlesztett számítógépes programmal a csiga fogfelületén meghatározott karakterisztikus pontok a csigakerék koordináta-rendszerébe transzformálva kerültek meghatározásra. A hordképet határoló interpolációs görbékkel a bilineárisan súlyozott Coons-foltként az egész felület analitikusan kezelhetőnek tekinthető.

4. ÖSSZEZÉS

A C programozási nyelven készített számítógépes modellező program kúpos és hengeres helikoid felületek tervezését egyidejűleg szintetikus és a meghatározó geometriai paraméterekkel analitikusan egyidejűleg teszi lehetővé. A helikoid felületek kapcsolódó felületei a kétparaméteres burkolás elvén kerülnek meghatározásra. Egy konkrét tervezett és legyártott csigához kapcsolódó csigakerék fogfelület pontjainak számításával a térbeli elhelyezkedésük modellezésre és analitikus felírásra került. Ezzel lehetősége nyílt a csiga fogfelületének és a hozzá kapcsolódó kerék fogfelületének geometriai jellemzőinek megválasztásával a csigahajtások élettartamának, működésének és hatásfokának optimalizálására. A teljes matematikai elemzés a készülő PhD dolgozat részét képezi.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A cikkben ismertetett kutató munka a Miskolci Egyetemmel együttműködési megállapodásban lévő DifiCAD Mérnökiroda támogatásával valósult meg.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Dudás, I. *The Theory & Practice of Worm Gear Drives*, Kogan Page US. Sterling, USA, 2000.
- [2] Dezső G., Szigeti F. *A műszaki szimulációs módszerek helye a mérnökképzésben*, Műszaki Tudományos Közlemények (HU) 6., 2017., ISSN 2393 – 1280, pp.: 63-71.
- [3] Bercsey, T., Horák, P. *Modelling of the contact and tribological relations of spatial gear pairs*, International Conference on Gears. München. pp. 91-105. (ISBN: 3-18-091665-6)
- [4] Felhő, Cs., Szentesi, A., Tóth, G. *Geometrical Dimensioning of Worm Drives*, Proceeding of the 11th International Conference on Tools: ICT-2004. Miskolc, Hungary, University of Miskolc, pp. 177-182.
- [5] Dudás, L. *The effect of worm profile on contact lines*. microCAD, XXIV. International Scientific Conference 2010, ISBN:978 963 661 919 0, Miskolc, Hungary, pp. 39-44,
- [6] Balajti, Zs. *Kapcsolódó felületek páros gyártásgeometriai fejlesztése, ábrázoló geometriai alkalmazással*, Habilitációs Tézisfüzet, Miskolc. p. 80. 2016.
- [7] Vadászné Bognár, G. *Matematika informatikusok és műszakiak részére 2.*, Miskolc, Magyarország, Miskolci Egyetemi Kiadó, ISBN: 9636615764, p. 347. 2003.
- [8] Litvin, F. L., Fuentes, A. *Gear Geometry and Applied Theory*. Englewood Cliffs. Prentice Hall. NJ. 1994.
- [9] Balajti Zs. *Hordképelemzés változó tengelytávú matematikai modellben*, OGÉT, XXV. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, 2017, Kolozsvar, ISSN 2068-1267, 51-54. old.
- [10] Balajti, Zs. *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriai fejlesztése*. PhD disszertáció, Miskolc, 126. old. 2007.
- [11] Máté, M., Hollanda, D., Tolvaly-Rosca, F., Popa-Müller, I. *Az Archimédész-féle spirális vezérgörbék fogazat hordképeinek lokalizációja a tangenciális eltolás megfelelő beállításával*. OGÉT XXI, Arad, 2013. ápr. 25-28, Konferenciakiadvány, ISSN 2068-1267, pp.: 265-268.
- [12] Kelemen, Cs., Máté, M.: *An Analysis of Manufacturing Precision of Involute Worms Using a Kinematical Model*, Műszaki Tudományos Közlemények Vol. 14. (2021) 44–50.