

# Bingham-plasztikus közeg áramlása egyenes csőben

## The flow of Bingham Plastic Fluids in a pipe

*MINKÓ Martin<sup>1</sup> MSc hallgató, Dr. CSIZMADIA Péter<sup>2</sup> egyetemi adjunktus*

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,  
1111 Budapest Műegyetem rkp. 3, tel.: 463-1680, martin.minko999@gmail.com, www.hds.bme.hu

<sup>2</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,  
1111 Budapest Műegyetem rkp. 3, tel.: 463-2553, pcsizmadia@hds.bme.hu, www.hds.bme.hu

### Abstract

*Non-Newtonian fluids are frequent in mechanical engineering practice, so it is important to understand their behaviour. This paper is about a specific type of non-Newtonian, the Bingham plastic fluids. We examine their flow in a straight pipe with numerical simulation, and compare the pressure drop value of the simulation with that of the literature formulas, thus evaluating the accuracy of the CFD model. Performing this exercise on different sand-grain roughness values we can understand which values are negligible. We summarize these results in Moody diagrams.*

**Keywords:** *CFD simulation, rough pipe, flow engineering, non-Newtonian, Bingham-plastic fluid.*

### Kivonat

*A nemnewtoni folyadékok a gépészmérnöki gyakorlatban gyakran megjelenő közegek, így áramlástanai viselkedésük megismerése kiemelten fontos. A dolgozat a nemnewtoni folyadékok Bingham-plasztikus típusával foglalkozik. Numerikus szimuláció segítségével vizsgáljuk a folyadék áramlását egyenes csőben, majd a nyomásvesztés lekérdezett és szakirodalom alapján számított értékeit összevetve értékeliük a szimuláció pontosságát. A vizsgálatot különböző érdességű csövek esetén elvégezve képet kaphatunk arról, hogy mely homokérdesség-érték alatt tekinthetjük elhanyagolhatónak a fali érdességet. Eredményeinket Moody-diagramban foglaljuk össze.*

**Kulcsszavak:** *áramlástechnikai rendszer, nemnewtoni, Bingham-plasztikus közeg, numerikus CFD szimuláció.*

## 1. BEVEZETÉS

A mai mérnöki tudományban a mérések és számítások mellett fontos szerepet kap a számítógépes szimuláció, mellyel úgy vizsgálhatunk meg különböző jelenségeket, szerkezeteket, folyamatokat, hogy a valódi geometriákat nem kell hozzá létrehozni. Ezzel időt és pénzt takaríthatunk meg, illetve viszonylag egyszerűen megismerhetjük a vizsgált rendszer tulajdonságait. Ezen szimulációk egyik fő ágazata a CFD (Computational Fluid Dynamics), azaz a numerikus áramlástanai szimulációk, mellyel ebben a dolgozatban is foglalkozunk.

Vizsgálataink során szükség van a Reynolds-szám ismeretére, mellyel egy áramló közeg áramlásának jellegét szokás leírni. Kis Reynolds-számok ( $Re < 2300$ ) mellett lamináris, nagyok mellett ( $Re > 4000$ ) pedig turbulens áramlásról beszélünk. További fontos tényező a csőáramlás esetén a cső egy adott szakaszán való nyomásesés, melyet a  $\zeta$  veszteségtényező, és a dinamikus nyomás szorzataként számíthatunk. A veszteségtényezőt a csősúrlódási-tényezőből, és a csőgeometriából kapjuk meg. [1]

$$\Delta p' = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 = \lambda \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2. \quad (1)$$

A fenti egyenlet jobb oldalának első tagja a csősúrlódási-tényező, amely  $Re$ , és a cső falának homokérdességének ( $\epsilon$ ) függvénye. A csősúrlódási tényezőt több összefüggéssel számíthatjuk ki. Lamináris áramlásnál:  $\lambda = \frac{64}{Re}$  analitikus összefüggést, turbulens tartományban:  $\lambda = \frac{0,316}{\sqrt[4]{Re}}$  Blasius-formulát használjuk

sima csőfal esetén. Amennyiben érdes a csőfal, a lamináris tartományra vonatkozó összefüggés nem változik, turbulens tartományon pedig a Colebrook-White-formulával közelítjük a csősúrlódási tényezőt. [5]

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log_{10} \left( \frac{\varepsilon}{3,7 \cdot D} + \frac{2,51}{Re \cdot \sqrt{\lambda}} \right) \quad (2)$$

A dolgozat fő célja a nemnewtoni, azon belül is a Bingham-plasztikus közegek áramlásának vizsgálata. Ilyen közegek pl. a zagy, a fogkrém, és a paradicsomszós. Közös jellemzőjük, hogy szilárd szemcséket tartalmaznak, melyek hatására nyugalmi állapotban szilárd testként viselkednek. Ahhoz, hogy folyjanak, a  $\tau_0$  határfeszültségüknél nagyobb feszültséget kell kifejteni, például „meg kell nyomni” a fogkrém tubusát. Ezt a fajta reológiai viselkedést a következő egyenlet írja le:

$$\tau = \mu_B \cdot \dot{\gamma} + \tau_0, \quad (3)$$

ahol  $\mu_B [Pa \cdot s]$  a közeg dinamikai viszkozitása, és  $\dot{\gamma} \left[ \frac{1}{s} \right]$  az alakváltozási sebesség.

A nemnewtoni folyadékokra egy módosított Reynolds-számot definiálunk, mely tartalmazza a folyadék viselkedésének leírásához szükséges paramétereket, azaz a dinamikai viszkozitást, és a határfeszültséget. Ez Bingham-típusú közegekre a következő: [4]

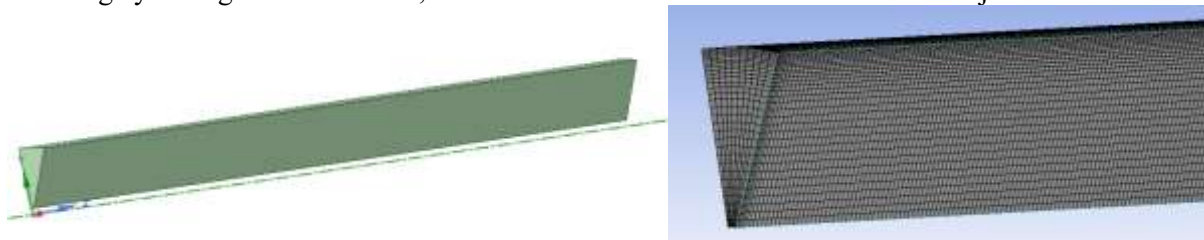
$$Re_{mod,Bingham} = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\frac{\tau_0}{8} \cdot \frac{D}{v} + \mu \cdot \frac{3m+1}{4m}}, \quad (4)$$

$$m = \frac{\mu \cdot \frac{8v}{D}}{\tau_0 + \mu \cdot \frac{8v}{D}} \quad (5)$$

A szimulációk megkezdése előtt átfogó irodalomkutatást végeztünk a geometria hálózása, a használandó programcsomag, és az elméleti háttér megismerése céljából. Ez, illetve a Tanszéki gyakorlat alapján az Ansys CFX szoftvert használtuk a szimulációk elvégzésére.

## 2. NUMERIKUS SZIMULÁCIÓ

Modellünk az 1. ábrán látható 1 m hosszú, 50 mm átmérőjű egyenes cső 1/16-od cikkelye, melyből a szimmetriatengelyhez legközelebb lévő 2,5 mm-t eltávolítottuk a numerikus stabilitás céljából.



1. ábra: Bal oldalt: A vizsgált geometria  
Jobb oldalt: A geometria numerikus felbontása

A geometria hálózásánál törekedtünk egy strukturált, négyzetekből és téglalapokból álló háló elkészítésére, mely a falak mentén sűrűbb, mint a belső rétegekben, hogy a fali súrlódás jól számítható legyen. Fontos volt továbbá, hogy a rétegek között ne legyenek hirtelen méretbeli ugrások, ahol információt veszíthetünk. A numerikus felbontáson hálófüggetlenségi vizsgálatot végeztünk, mely során a 105.000 elemből álló hálót elegendően jónak ítéltük meg.

A szimuláció peremfeltételeként a belépésnél állandó átlagsebességet állítottunk be, mellyel az áramlás Reynolds-számát is beállítottuk egyszerre, míg a kilépő peremen állandó nyomás peremfeltételt szabtuk. Az alsó falrészén súrlódásmentes áramlást feltételeztünk, az oldallapokon pedig szimmetria peremfeltételt választottunk. A csőfalat sima, illetve érdes csőként is modelleztük, mindig az adott modell szerinti beállításokat használva. Az alkalmazott turbulenciamodell pedig SST.

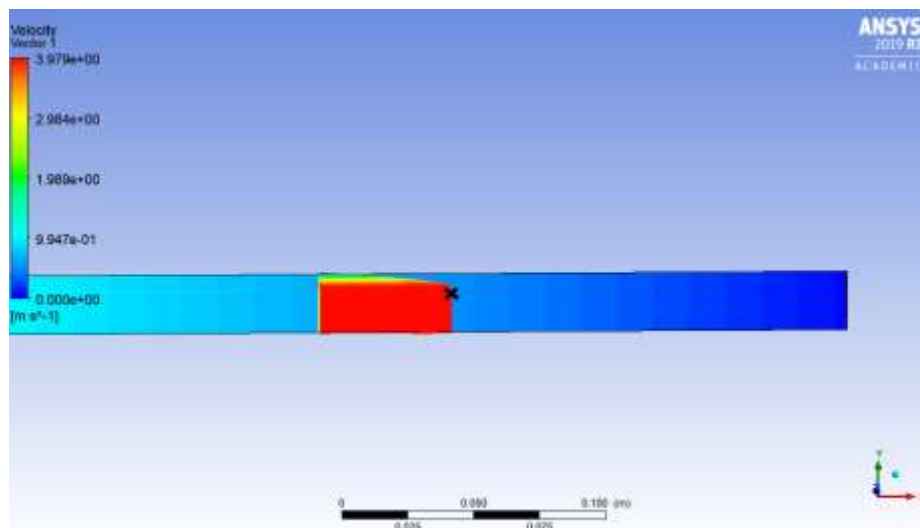
Az Ansys CFX programcsomagjában megadhatók az áramló közeg tulajdonságai. Az első tesztfázisban 20 °C-os víz került vizsgálat alá a szakirodalommal történő összevetés céljából; a geometriát, a numerikus felbontást, és az egyéb beállításokat validáltuk. Ezeket követték a Bingham-plasztikus közeggel végzett szimulációk. A számítások során, az iterációs lépések között – a jobb követhetőség érdekében – folyamatosan monitorozásra került a csőben kialakuló nyomásesés, mivel ez ellenőrzési pontot jelentett. Ezt a nyomáskülönbség-értéket használtuk fel arra, hogy az analitikus megoldással összehasonlítsuk a szimulációt.

Az összehasonlítás során a CFX-Post programból kapott, 0,2 m hosszú csőszakaszra vonatkozó nyomásesést az (1) képletbe helyettesítve kiszámítottuk a csősúrlódási tényezőt a geometria és az áramlási sebesség ismeretében. Szintén az áramlási sebességet felhasználva, szakirodalmi összefüggések alapján szintén meghatározható a csősúrlódási tényező. A két érték relatív különbségét véve megállapítjuk a szimuláció pontosságát a szakirodalmi összefüggésekhez képest.

Bingham-plasztikus közegeknél egy másik validációs módszert is alkalmazhatunk, mely a dugószerű sebességprofil analitikus dugóméretének meghatározásán alapul. Ezt meghatározhatjuk az alábbi összefüggéssel: [2][3]

$$r_{dugó} = \frac{2L \cdot \tau_0}{\Delta p} \quad (6)$$

A kiszámított méret összevethető a CFX-Post-ból lekérdezett sebességprofillal, így relatív különbségük megmutatja a szimuláció pontosságát.



2. ábra: Dugószerű sebességprofil 3,4 m/s áramlási sebességnél, az analitikus dugóméretet a fekete X jelzi

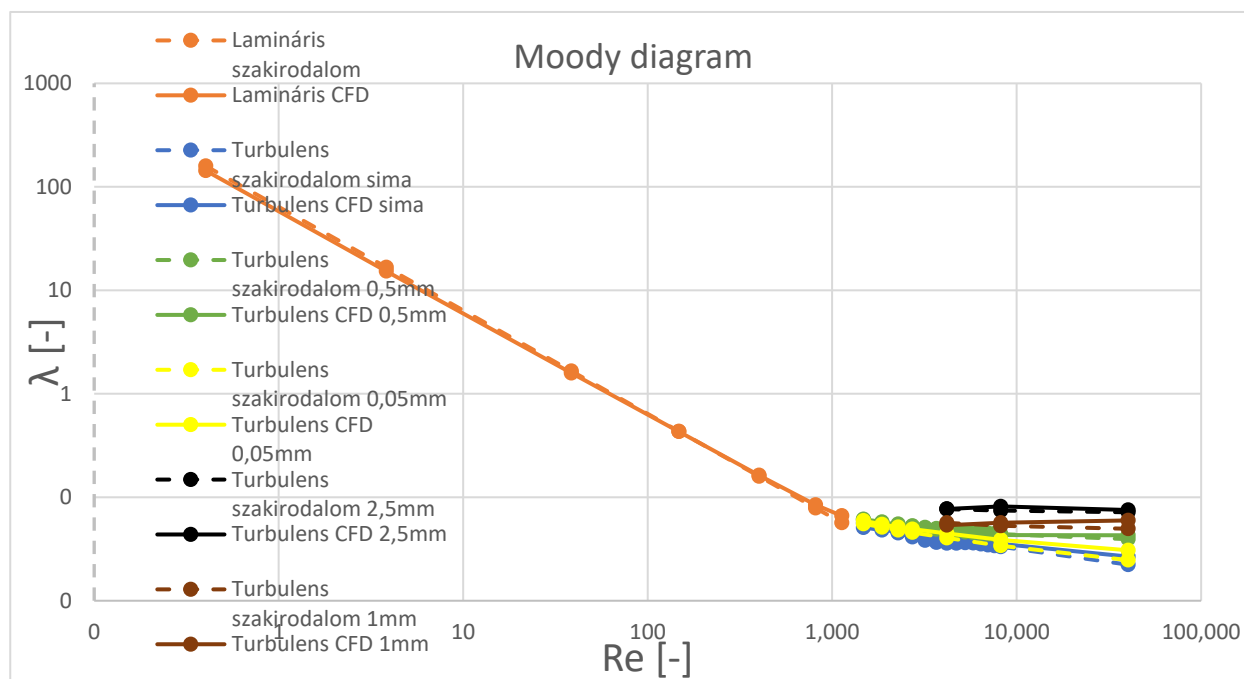
### 3. EREDMÉNYEK

Az első tesztszámítások tiszta vízzel és hidraulikailag sima csőfállal készültek;  $Re = 100$ -tól felfelé haladva először szásasával, majd ezresével. A fenti módszerrel számított  $\Delta\lambda$  [%] értékek jellemzően 5%-nál pontosabb eredményeket mutattak, a lamináris-turbulens átmeneti tartomány kivételével, ahol az illesztett görbe hiánya okozza a különbséget. Érdes cső esetén több szakirodalmi összefüggést is teszteltünk, és a kiértékelés azt mutatta, hogy a Colebrook-White-formulához kerültek a legközelebb az eredményeink; kis érdességeknél az eltérések 10% alatt maradtak. Nagy érdességek ( $\varepsilon = 2,5$  mm) mellett azonban sokszor 20%-nál nagyobb eltérés adódott, amely azonban a mérnöki gyakorlaton igen ritka eset.

Bingham-plasztikus tesztközegeként egy átlagos fogkrémet választottunk, melyhez 210 Pa nyírófeszültség, illetve 0,08 Pa·s dinamikai viszkozitást társítottunk. Hidraulikailag sima csőben a vízhez hasonló eredményeket szolgáltatott a szimuláció, annyi eltéréssel, hogy a közeg viszkozitása miatt jóval kisebb Reynolds-szám tartományok is mérnöki jelentőssé váltak. További különbség, hogy a számítási idők jelentősen megnöttek a vízzel végzett kísérletekhez képest, akár két nagyságrenddel hosszabbak voltak Bingham-plasztikus közeg esetén.

Ezen közeggel az érdes tartomány vizsgálata a megfelelő belépő turbulencia intenzitás beállításával kezdődik. Megfigyelhető, hogy kis  $Re$  mellett az 1%-os turbulencia-szint a pontosabb, de  $Re = 1500$  felett ez változik, és az 5%-os adja a pontosabb eredményt.

Ezt felhasználva vizsgáltuk 0,05, 0,5, 1, 2,5 mm homokérdességű csövekben az áramlást, mely eredményeképp a 3. ábrán látható Moody-diagramot kaptuk. Az eredmények tekintetében az  $\varepsilon = 0,5$  mm érdesség kiemelkedően pontos eredményeket adott, itt szinte minden vizsgált pontban 2%-on belül adódott az eltérés. A számított értékeink jól közelítik a szakirodalmi adatokat, így megállapíthatjuk, hogy az alkalmazott módszer valóban alkalmas Bingham-plasztikus közegek áramlásának szimulációjára érdes csőfal mellett.



3. ábra: A vizsgált érdességek mellett kirajzolt Moody-diagram

## 4. ÖSSZEFOGLALÁS

A témában való vizsgálataink során arra a következtetésre jutottunk, hogy jelen Bingham-plasztikus anyagunk esetében  $Re = 4000$  módosított Reynolds-szám, illetve  $\varepsilon = 2,5$  mm homokérdesség alatt a cső érdességének hatása elhanyagolható, ezen értékeket átlépve azonban hamar a vártnál jóval nagyobb nyomásvesztéseket tapasztalunk. Ezen értékek azonban jóval nagyobbak a mérnöki szempontból fontos értékeknél.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-5-BME-156 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának szakmai támogatásával készült.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Csizmadia, Péter, és Sára Till. *Áramlástechnikai rendszerek jegyzet*. Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 2019.
- [2] Bobok, Elemér. *Áramlástan bányamérnököknek*. Budapest: Műszaki Könyvkiadó, 1987.
- [3] Litvai, Elemér. *Válogatott fejezetek az áramlástan köréből - Nem-Newtoni folyadékok mechanikája*. Budapest: Tankönyvkiadó, 1965.
- [4] Madlener, Frey, és Ciezky. „GENERALIZED REYNOLDS NUMBER FOR NON-NEWTONIAN FLUIDS.” *Progress in Propulsion Physics*, 2009: 244.
- [5] Menon, E. Sashi. *Pipeline Planning and Construction Field Manual (164)*. 2011.