

# Paraméteresen gerjesztett aeroelasztikus rendszer vizsgálata

## Analysis of a parametrically excited aeroelastic system

Horváth Dávid András, Lelkes János

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Áramlástan Tanszék  
H-1111 Budapest, Bertalan Lajos u. 4-6. Telefon: +36-1-463-4072, Fax: +36-1-463-3464  
Honlap: www.ara.bme.hu, E-mail: hodavand@math.bme.hu, lelkes@ara.bme.hu

### Abstract

*In this paper, we study the dynamics of a two degree of freedom (2DOF) aeroelastic wing model with unsteady wind velocity. The wind velocity is decomposed into average and fluctuating components. We determine the critical flutter wind speed as the function of the average and fluctuating wind components. We investigate the effect of the frequency of periodically fluctuating flow velocity on the stability of the system.*

**Keywords:** aeroelasticity, flutter, parametric resonance, self-excitation, bifurcation

### Kivonat

*Ebben a cikkben egy két szabadsági fokú aeroelasztikus szárnymodell dinamikáját vizsgáljuk időben változó szélesebbeség esetén. A szélesebbeséget egy átlagos és időben periodikusan változó komponensre bontjuk. Meghatározzuk a belebegéshez tartozó kritikus átlagos és változó szélesebbeség értékeket. Vizsgáljuk a periodikusan változó sebesség komponens frekvenciájának a rendszer stabilitására gyakorolt hatását.*

**Kulcsszavak:** aeroelaszticitás, belebegés, paraméteres gerjesztés, öngerjesztés, bifurkáció

## BEVEZETÉS

A forgó lapátok elterjedése a repülésben, szél- és vízerőművekben szükségessé teszi ezen mérnöki szerkezetek részletes stabilitásvizsgálatát. A fáradásos törések elkerülése érdekében szükséges a parametrikus rezonancia jelenségének tanulmányozása a forgó lapátos rendszerekben. Ez akkor léphet fel, amikor a forgási sebesség változásának frekvenciája a rezonancia frekvenciák közelébe esik. Ennek következményeként nagy amplitúdójú rezgések léphetnek fel a szerkezetben [1].

Helikoptereknél gyakrabban előfordul a paraméteres gerjesztésből származó rezgés, mint a merevszárnyú repülőgépeknél. Ennek legfőbb oka az instacioner aerodinamikai környezet és a gyorsan forgó rugalmas lapátok kölcsönhatása. A nemkívánt rezgések csökkentik az utaskomfortot, hibákat okozhatnak a szabályozó rendszerekben, és a lapátok szerkezeti kifáradását is okozhatják [2,3].

## A VIZSGÁLT MODELL

Az időben változó szélesebbeség hatásának vizsgálatára egy két szabadsági fokú aeroelasztikus szárnymodellt alkalmazunk (1.a ábra). A rendszer mozgásegyenlete a következő alakban írható fel az 1.a ábra jelöléseit alkalmazva [4,5]

$$\begin{bmatrix} m_T & m_w x_\alpha b \\ m_w x_\alpha b & I_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{h} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_h & 0 \\ 0 & c_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L \\ M \end{bmatrix}, \quad (1)$$

ahol  $h$  a szárny függőleges elmozdulása,  $\alpha$  az elcsavarodás szöge. A fenti képletben a szárny tehetetlenségi paraméterei a következők:  $m_T$  a szárny tömege rögzítőelemekkel együtt,  $m_w$  a szárny tömege rögzítőelemek nélkül,  $I_\alpha$  a rugalmas tengelyre számított tehetetlenségi nyomaték,  $x_\alpha$  pedig a dimenzióatlan távolság a tömegközéppont és a rugalmas tengely között. A szerkezeti paraméterek a következők:  $c_h$  a hajlítási csillapítási együttható,  $c_\alpha$  a csavarási csillapítási együttható,  $k_h$  a hajlítási merevségi együttható,  $k_\alpha$  a csavarási merevségi együttható. Az aerodinamikai paraméterek közé az  $U$  megfúvás sebesség, a  $\rho$  légsűrűség és a  $b$

félgúrhossz tartozik.  $L$  az egységnyi fesztávolságra számított felhajtóerő és  $M$  az aerodinamikai nyomaték a következő összefüggésekkel számolható [4]

$$L = \pi \rho b^2 [\dot{h} + U\dot{\alpha} - ba\ddot{\alpha}] + 2\pi \rho U^2 b Q C(k), \quad (2)$$

$$M = \pi \rho b^2 \left[ ba\dot{h} - Ub \left( \frac{1}{2} - a \right) \dot{\alpha} - b^2 \left( \frac{1}{8} + a^2 \right) \ddot{\alpha} \right] + 2\pi \rho b^2 U \left( a + \frac{1}{2} \right) Q C(k), \quad (3)$$

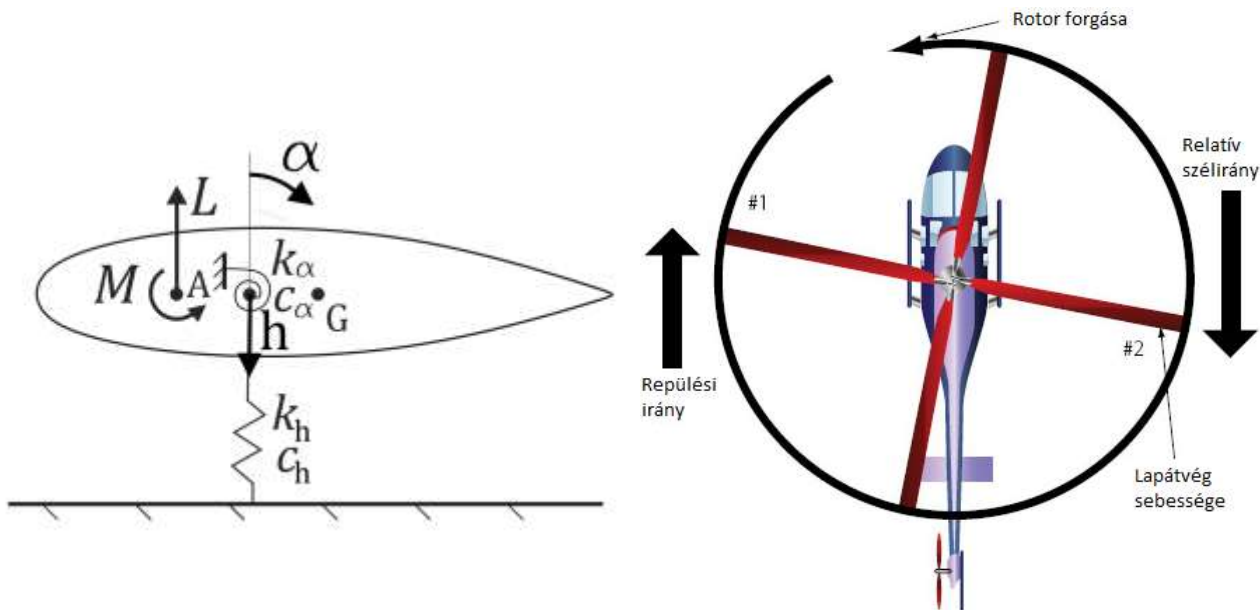
ahol  $a$  a rugalmas tengely pozíciója a félgúrhosszhoz képest, a  $C(k)$  Theodorsen függvény pedig a  $k = \omega b/U$  redukált frekvencia függvénye. A  $Q$  effektív állásszög a következőképpen számolható [4]

$$Q = \alpha + \frac{\dot{h}}{U} + \frac{\dot{\alpha} b}{U} \left( \frac{1}{2} - a \right). \quad (4)$$

Alkalmazva a Wagner függvényt, a Sears- és Padé-féle approximációt [1] az aerodinamikai erők (2,3) időbeli leírására, a szárny mozgásegyenlete a következő mátrix alakban írható fel

$$\mathbf{M}_1 \ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{C}_1(U) \dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_1(U) \mathbf{p} = \mathbf{0}, \quad (5)$$

ahol  $\mathbf{p} = [h \ \alpha \ \bar{x}]^T$  az állapotváltozók vektora, melyben az  $\bar{x}$  az aerodinamikai erők és nyomatékok leírásához szükséges új állapotváltozó. Az  $\mathbf{M}_1$ ,  $\mathbf{C}_1(U)$ ,  $\mathbf{K}_1(U)$  mátrixok rendre a tömeg-, a csillapítási- és a merevségi mátrixok. A vizsgálat során a modell szerkezeti paramétereit az Abdelkefi és munkatársai által írt [4] cikkből vettük. A lineáris stabilitás vizsgálatot elvégezve meghatároztuk, hogy az (5) rendszer stabil, ha  $U < U_{krit} = 11.15 \text{ m/s}$ . A kritikus szélességet ( $U_{krit}$ ) elérve dinamikus stabilitásvesztés figyelhető meg, mely során  $\Omega_0 = 16.21 \text{ rad/s}$  frekvenciával kezd el rezegni a rendszer.



a) Aeroelasztikus rendszer modellje

b) Helikopter előre haladása [6]

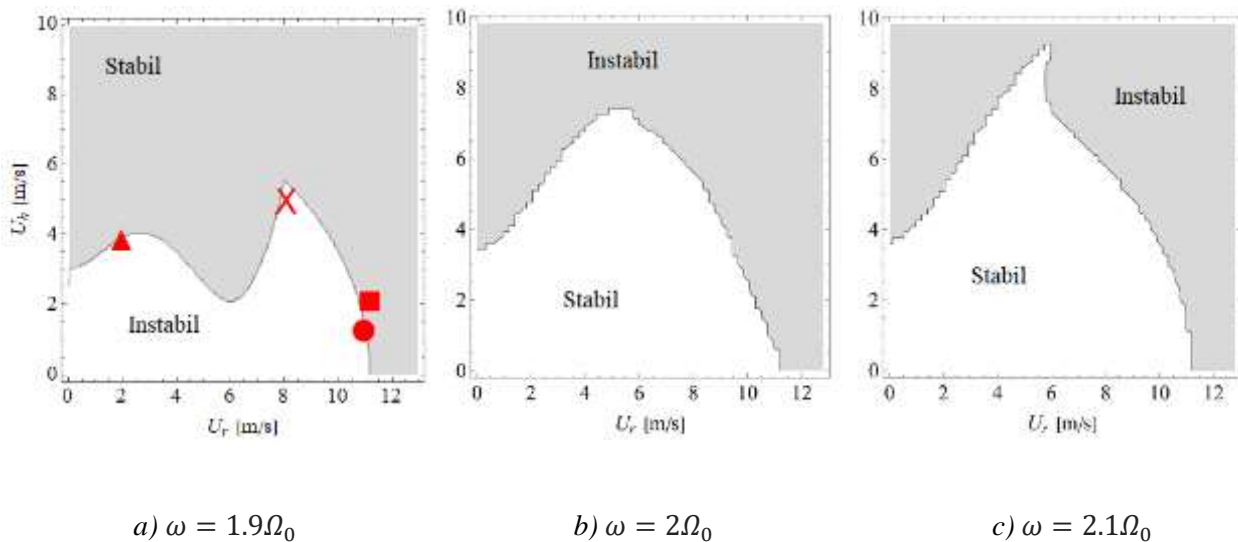
1. ábra: A vizsgált modell.

## VÁLTOZÓ SZÉLSEBESSÉG HATÁSA

A helikopter előrehaladása közben a forgó lapátok lokális szélessége periodikusan változik, ahogyan ezt az 1.b ábra szemlélteti. A szélesség periodikus változásnak leírására a következő összefüggést alkalmaztuk [7]

$$U(t) = \beta\omega R + U_h \cos(\omega t), \quad (6)$$

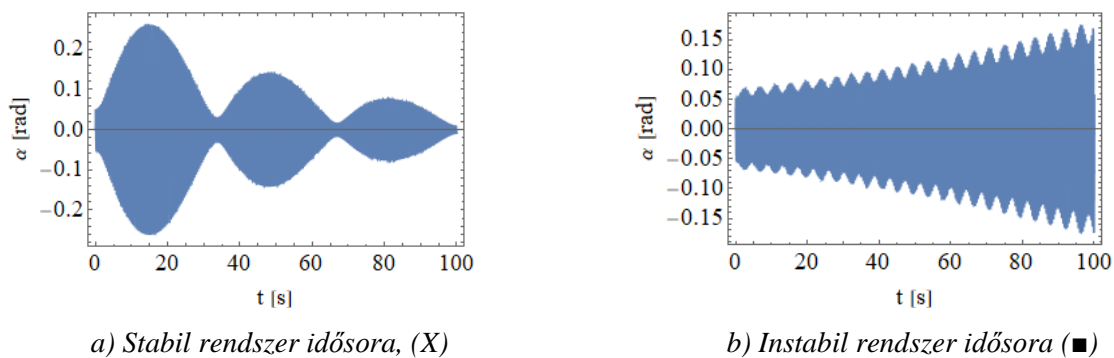
ahol  $\beta$  a dimenziótlan szárnyszelvény pozíció,  $\omega$  a rotor körfrekvenciája,  $R$  a rotorlapát hossza,  $U_h$  pedig a helikopter levegőhöz viszonyított haladási sebessége. A  $\beta$  paraméter meghatározza, hogy az általunk vizsgált kétdimenziós szárnyszelvény hol helyezkedik el a lapát hossza mentén; értéke  $(0,1]$  intervallumban lehet. A lapátok körfrekvenciáját úgy választottuk meg, hogy a paraméteres rezonancia jelensége lejátszódhasson. A paraméteres rezonancia jelenségéhez tartozó alappélda a Mathieu-egyenlet  $\ddot{x} + (\delta + \varepsilon \cos(t))x = 0$ . Erre az egyenletre, ha a  $\delta - \varepsilon$  síkban meghatározzuk a stabilitási határokat, akkor az Ince-Strutt diagramot kapjuk [8].



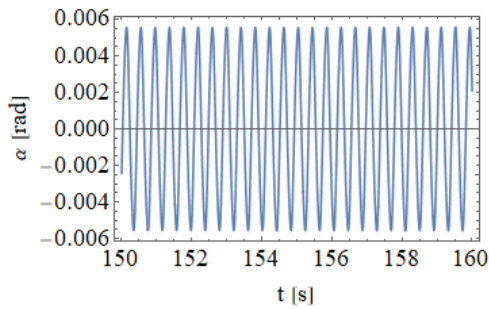
2. ábra: Stabilitástérképek

Az Ince-Strutt diagramhoz hasonlóan numerikus stabilitástérképeket határoztunk meg három különböző  $\omega$  értékre, ezek a 2. ábrán láthatóak. A vízszintes tengelyen  $U_r = \omega R$ , a rotorlapát forgásából adódó sebességkomponense, míg a függőleges tengelyen  $U_h$  az előrehaladási sebesség van ábrázolva. A tartományok a stabilitásuk szerint vannak színezve, fehér a stabil, míg fekete az instabil tartomány. A szimulációt 5000 időegységig futtattuk, 1000 időegység után figyeltük a szög ( $\alpha$ ), és hajlítás ( $h$ ) amplitúdóját. Ha az amplitúdók nem haladták meg a 0.1 m-t, illetve 0.1 rad-t, akkor stabilnak tekintettük, különben instabilnak.

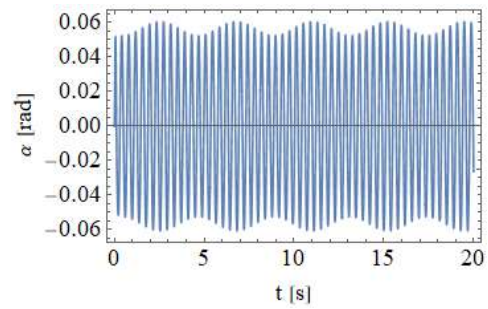
Az  $\omega = 1.9\Omega_0$  körfrekvenciához tartozó stabilitástérképről (2.a ábra) 4 különböző paraméterpárt választottunk. Ezen paraméterértékekhez idősorokat állítottunk elő, lásd 3. és 4. ábra. A 3. ábrán a stabil és instabil paraméterekhez tartozó idősorok láthatóak, melyek 2.a ábrán X-szel ( $U_r = 8.1 \text{ m/s}$ ,  $U_h = 4.9 \text{ m/s}$ ), és négyzettel ( $U_r = 11.2 \text{ m/s}$ ,  $U_h = 2 \text{ m/s}$ ) jelölt paraméterekhez tartoznak. Az 4. ábrán a stabilitási határhoz tartozó paraméterek idősorait mutatjuk be, melyek 2.a ábrán körrel ( $U_r = 11 \text{ m/s}$ ,  $U_h = 1.3 \text{ m/s}$ ) és háromszöggel ( $U_r = 2 \text{ m/s}$ ,  $U_h = 3.9 \text{ m/s}$ ) jelölt paraméterekhez tartoznak.



3. ábra: Stabil és instabil paraméterekhez tartozó idősorok



a) Körrel jelölt paraméterekhez tartozó idősor (●)



b) Háromszöggel jelölt paraméterekhez tartozó idősor (▲)

4. ábra: Stabilitás határán létrejövő rezgések

## ÖSSZEFOGLALÁS

Egy kétszabadságfokú modell segítségével vizsgáltuk a helikopterek esetében fellépő belebegés és paraméteres rezonancia kölcsönhatásának jelenségét. A helikopter előrehaladása során szükséges figyelembe venni a lapátok megfűvási sebességének periodikus változását. Meghatároztuk az állandó megfűváshoz tartozó kritikus szélsősebességet és stabilitásvesztés esetén fellépő rezgés frekvenciáját. Ezen frekvencia kétszerese körül választottuk meg a megfűvási sebesség változásának frekvenciáját. Stabilitástérképeket ábrázoltunk különböző frekvenciákra. Idősorokat állítottunk elő egy adott frekvenciára különböző paraméterpárok esetén.

További terveink közt szerepel a stabilitástérképek meghatározása az  $U_h - \omega$  síkon, és ezek összehasonlítása a Mathieu egyenlethez tartozó stabilitástérképpel.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Az Innovációs és Technológiai Minisztérium ÚNKP-20-3 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült. A jelen publikációban megjelenő kutatások az ITM NKFIA által nyújtott TKP2020 IKA támogatásokból, az NKFIH által kibocsátott támogatási okirat alapján valósultak meg (projekt azonosítók: TKP2020 BME-IKA-VÍZ, TKP2020 BME-NKA).

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Arvin, H., Tang, Y.-Q., Ahmadi Nadooshan, A. Dynamic stability in principal parametric resonance of rotating beams: Method of multiple scales versus differential quadrature method. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Elsevier 2016, 85 118–125.
- [2] Ganguli, R., & Chopra, I. Aeroelastic optimization of a helicopter rotor to reduce vibration and dynamic stresses. *Journal of Aircraft*, American Institute of Aeronautics and Astronautics 1996, 12(4) 808–815.
- [3] Ganguli, R. Optimum design of a helicopter rotor for low vibration using aeroelastic analysis and response surface methods. *Journal of Sound and Vibration*, Elsevier 2002, 258(2) 327–344.
- [4] Abdelkefi, A., Vasconcellos, R., Nayfeh, A.H. et al. An analytical and experimental investigation into limit-cycle oscillations of an aeroelastic system. *Nonlinear Dynamics*, Springer 2012, 71 159–173.
- [5] Lelkes, J., Kalmár-Nagy, T. Analysis of a piecewise linear aeroelastic system with and without tuned vibration absorber. *Nonlinear Dynamics*, 2020, 1-22, Online First.
- [6] Kép forrása: [http://avstop.com/ac/Aviation\\_Maintenance\\_Technician\\_Handbook\\_General/3-58.html](http://avstop.com/ac/Aviation_Maintenance_Technician_Handbook_General/3-58.html)
- [7] Meshki, M.M., Nobari, A.S. and Sadr, M.H., A study on nonlinear, parametric aeroelastic energy harvesters under oscillatory airflow. *Journal of Vibration and Control* 2020, 1-11, Online First
- [8] Kovacic, I., Richard R., and Si Mohamed S., Mathieu's equation and its generalizations: overview of stability charts and their features *Applied Mechanics Reviews* 2018, 70.2