

# A gumiabroncs paramétereinek hatása a szlipszabályozás stabilitására

## Effect of the tyre parameters on the stability of slip control

HORVÁTH Ádám, PhD hallgató<sup>1\*</sup>, Dr. BÉDA Péter Balázs, egyetemi tanár<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Railway Vehicles and Vehicle Structure Analysis, Faculty of Transportation Engineering and Vehicle Engineering, Budapest University of Technology and Economics, Stoczek u. 2, 1111 Gudapest, Hungary

\*Corresponding author, email: horvath.adam@edu.bme.hu

### Abstract

*In the case of today's modern vehicle systems, in addition to efficiency, environmental impact and emissions, the issue of vehicle safety is extremely important. Every year, the modern vehicles are equipped with more and more driver assistance software functions. The appropriate control of the braking or driving torque provides a basis of these safety critical control systems. The proper description of the contact between the tyre and the road is essential in case of design and analysis of vehicle control systems. The aim of the here presented research is to identify the effect of different parameters on stability of longitudinal wheel dynamics control, considering the applied tyre model and the feedback delay.*

**Keywords:** tyre dynamics, wheel control, traction control system, time delay, vehicle

### Kivonat

*Napjaink korszerű járműrendszerei esetében a hatékonyság, környezeti terhelés és emisszió mellett kiemelkedően fontos a közlekedésbiztonság kérdése is. A korszerű járművek évről évre egyre több járművezetőt segítő szoftverfunkcióval kerülnek felszerelésre. A járműkerékre ható fékező- vagy hajtónyomaték megfelelő szabályozása szolgál alapjául ezeknek a biztonságot jelentősen növelő szabályozórendszereknek. A kerék és talaj kapcsolatának megfelelő leírása kiemelkedően fontos a járműdinamikai szabályozók tervezése és vizsgálata esetén. A visszacsatolt, szabályozott rendszerek esetén időkéselem alakul ki, mely hatással van a rendszer működésére. Az előadáson bemutatott kutatás célja feltérképezni a különböző paraméterek hatását a hosszirányú kerékdinamikai szabályozás stabilitására és annak határait, figyelembe véve az alkalmazott gumiabroncs modellt és a szabályozás időkéselemét.*

**Kulcsszavak:** kerékdinamika, kerékszabályozás, kipörgésgátló rendszer, időkéselem, járművek

## 1. BEVEZETÉS

A közúti járművek egyik legfontosabb alrendszere a fékrendszer. A járművek a gumiabroncsokon és kerekeken keresztül állnak kapcsolatban az úttal, főként a gumiabroncsok és az útfelület érintkezése és kapcsolata során kialakuló kerékerők határozzák meg a jármű mozgáspályáját. Éppen ezért a kerekek dinamikájának szabályozása kiemelt jelentőséggel bír a jármű mozgásának szabályozása során.

A szakirodalomban számos gumiabroncs modell fellelhető [1]. A megfelelő modell kiválasztása több tényező függvénye. Függ a vizsgálni kívánt jelenség tulajdonságaitól, az elérhető számítási kapacitástól, illetve az alkalmazási céltól is. Így egy állandó kis fékerővel való lassítás szimulációs vizsgálatához egészen más modellre van szükség, mint egy dinamikus, gyorsan váltakozó, nagy fékerővel történő fékezés analitikus vizsgálatához. A kerékre ható fékezőnyomaték minél jobb minőségű szabályozott kivezérése elengedhetetlen a különböző járművezetőt támogató rendszerek megfelelő működésének érdekében. Az egyik elterjedt módszer kerekenként a kerékszlip folytonos, például egyszerű PD vagy PID szabályozókkal történő szabályozása [2]. Visszacsatolt rendszerek esetén megjelenik az időkéselem, melyet az információterjedés véges sebessége magyaráz [3]. Ennek következtében késleltetett differenciálegyenletek (DDE) jelennek meg a modellben [4], [5].

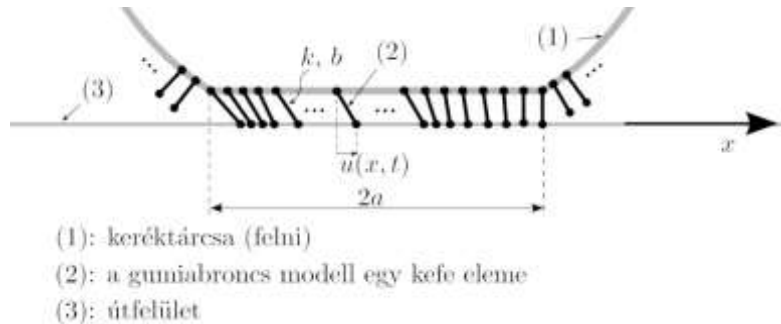
Jelen kutatás célja vizsgálni, hogy miként hat a gumiabroncs fizikai paramétereinek változása a szabályozóból és gumiabronccsal szerelt kerékből álló visszacsatolt dinamikai rendszer stabilitására, ha figyelembe vesszük az időkéselemét.

## 2. ALKALMAZOTT MODELLEK

Az analízishez a kefe típusú gumiabroncs modellt alkalmaztunk [1]. A kefe modell fizikai elveken alapszik, így alkalmas a gumiabroncs fizikai paramétereinek vizsgálatára. A modell a gumiabroncsot kis rugalmas elemek által alkotott kontinuumnak tekinti. Kiinduló feltételezés, hogy az elemek talajjal érintkező pontja tapad az útfelülethez. Így meghatározható az egyes elemek  $u$  deformációját leíró parciális differenciálegyenlet (1), ahol  $R$  a kerék dinamikus gördülősugara,  $\omega$  a kerék szögsebessége,  $V$  a kerék középpontjának haladási sebessége. A deformáció idő szerinti első deriváltja  $\dot{u}$ , míg a hely koordináta szerinti első derivált  $u'$ .

$$\dot{u}(x, t) = R\omega(t) - V(t) + u'(x, t)R\omega(t) \quad (1)$$

Az irodalomban és a gyakorlati alkalmazások között is az (1) egyenlet által leírt dinamikus kefe modell helyett az úgynevezett kvázi-statikusan kefe modell terjedt el, mely a dinamikus modell stacionárius megoldását reprezentálja. Számos alkalmazást találhatunk a szakirodalomban (pl. [6], [7]), ahol kvázi-statikusan gumiabroncs modelleket használnak dinamikus jelenségek numerikus vagy analitikus vizsgálatára. Ezek a modellek egyszerűek és kis számítási kapacitást igényelnek, ám jelentős elhanyagolással élnek a gumiabroncs dinamikus tulajdonságait tekintve. Így a vizsgálatunk során a kvázi-statikusan kefe modellt is felhasználjuk, hogy megmutassuk a két modell okozta eltéréseket a visszacsatolt rendszer tulajdonságait tekintve. A vizsgált fizikai paraméterek a kefe elemek  $k$  merevsége és  $b$  csillapítása, az  $a$  érintkezési félhossz és a kerék egyensúlyi szögsebessége.



1. ábra: A gumiabroncsmodell vázlatos ábrája

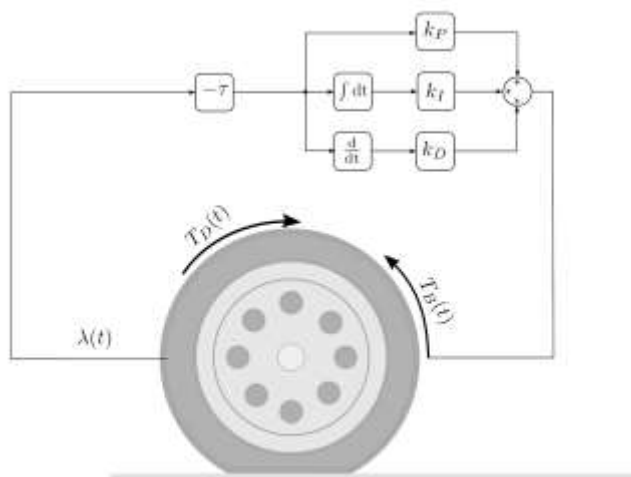
A kerékszabályozáshoz PID szabályozó került alkalmazásra. A szabályozás célja megszüntetni a kerékre ható, a hajtáslánc által kifejtett  $T_D$  hajtónyomatékot, így biztosítva a kerék egyensúlyi állapotát, azaz megakadályozni a nem nulla keréktalpponti erő kialakulását. Mivel a hajtónyomaték és a keréktalpponti erő nem mért mennyiségek, viszont a járműrendszerek képesek mérni a kerekek szögsebességét, illetve becsülni vagy állapotmegfigyelő segítségével megfigyelni a jármű hosszirányú sebességét, ezért az ezekből képzett  $\lambda$  kerékszlip alkalmas lehet szabályozott jellemzőnek. A szabályozójel a kerékre ható  $T_B$  fékezónyomaték. A felhasznált szabályozóformula így

$$T_B = k_p \lambda(t - \tau) + k_i \int_0^{t-\tau} \lambda(T) dT + k_D \dot{\lambda}(t - \tau), \quad (2)$$

ahol  $k_p$ ,  $k_i$  és  $k_D$  rendre az arányos, integráló és differenciáló tagokhoz tartozó szabályozóparaméterek.

A modell fontos eleme a  $\tau$  időkéésés. A (2) összefüggést a rendszermodell leíró differenciálegyenleteibe helyettesítve a (3) neutrális DDE jelenik meg. A teljes visszacsatolt rendszer vázlatos ábrája a 2. ábrán látható. Az így előálló rendszer gyakorlati alkalmazást tekintve a kipörgésgátló rendszerek (TCS) differenciál fékezés funkciójaként jelenik meg. A kerék mozgásegyenlet-rendszerének rész lesz így a (3) neutrális DDE is, ahol  $\Theta$  a kerék tehetetlenségi nyomatéka,  $F_x$  pedig a keréktalpponton kialakuló erő.

$$\dot{\omega}(t) = \frac{T_D(t)}{\Theta} - k_p \lambda(t - \tau) - k_i \int_0^{t-\tau} \lambda(T) dT - k_D \dot{\lambda}(t - \tau) - RF_x(u) \quad (3)$$



2. ábra: A visszacsatolt rendszer vázlatos ábrája

### 3. ALKALMAZOTT MÓDSZEREK

Mivel a szabályozórendszerek tervezése során általában csak a szabályozóparaméterek megválasztására van lehetőség, ezért az előzőekben bemutatott rendszerek esetén a stabilitási határokat a  $k_p$  és  $k_D$  szabályozóparaméterek terében határoztuk meg, miközben a  $k_I$  paraméter értéke állandó. Így kiszámítható a stabil működést garantáló paraméterpárok halmaza, melyen belül megvizsgálható, hogy mely paraméterpárhoz tartozik a leggyorsabb beállítás, azaz legjobb performancia.

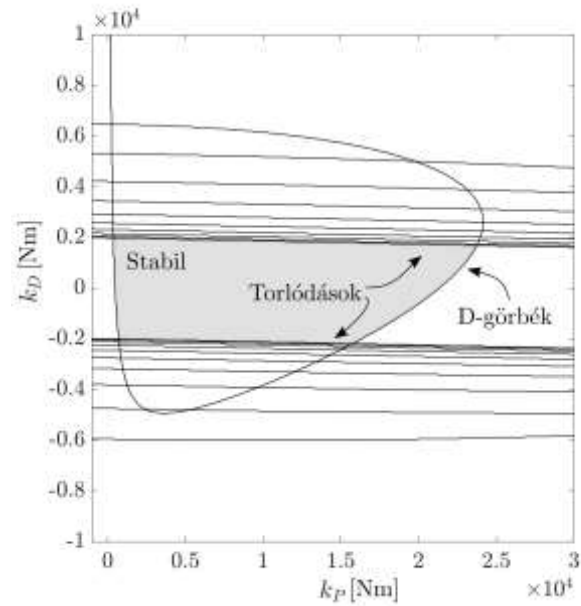
A stabilitási határokat kijelölő D-görbék [4] meghatározására két módszert alkalmaztunk. Az első esetben,  $k_I = 0$  érték mellett tisztán analitikusan, D-szétválasztás [4] módszerét alkalmazva számítottuk ki a stabilitás határait. Ebben az esetben a rendszer karakterisztikus exponenseinek meghatározásához egy transzcendens egyenlet gyökeit kell számítani, melyhez a [9]-ben bemutatott többdimenziós szakaszfelező módszert használtuk fel. Amennyiben aszimptotikus stabilitás biztosítása a cél, pozitív  $k_I$  használata szükséges. Ezekben az esetekben szemi-diszkretizációt [8] használtunk az így előálló késleltetett integro-differenciálegyenletek stabilitásának meghatározásához. A szemi-diszkretizáció módszere lehetőséget nyújt egyben a rendszer karakterisztikus gyökeinek meghatározására is.

A gumibroncs már bemutatott paramétereinek változtatása mellett, paramétersöpréssel határoztuk meg a stabilitási határokat. Összehasonlító vizsgálatokhoz a stabil zóna területének méretét, illetve az elérhető  $k_p$  és  $k_D$  együtthatók szélsőértékeit használtuk fel.

### 4. EREDMÉNYEK

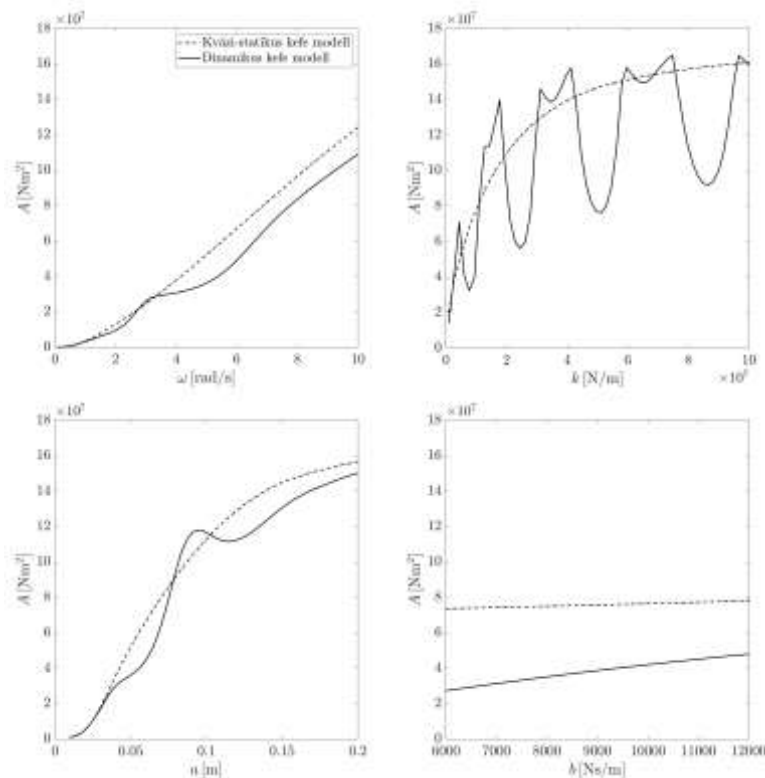
Az eredmények azt mutatják, hogy a gumibroncs fizikai paramétereinek és a kerék szögsebessége szignifikáns hatással bír a visszacsatolt rendszer stabilitási határainak alakulására. Látszik az is, hogy jelentősnek mondható különbség mutatkozik a dinamikus és kvázi-statisztikus gumibroncs modellek alkalmazása között.

A 3. ábra a rendszer stabilitástérképét ábrázolja. Az ábrán a rendszer D-görbéje látható, mely önmagát többször elmetszi. A szürkével jelölt belső területen található a stabil működést biztosító szabályozóparaméterek. A stabil zóna alakját tekintve elmondható, hogy a terület nagyságának változását főleg a  $k_D$  paraméter határainak változása okozza. A stabil zónát felülről és alulról nagyobb frekvenciájú Hopf-bifurkációhoz tartozó határok övezik. Itt a görbeszakaszok torlódása figyelhető meg, mely a neutrális DDE-k egy sajátossága, a végtelen instabilitáshoz tartozó határ. Ezen a határon átlépve végtelen sok instabil karakterisztikus gyök jelenik meg, azaz végtelen sok Hopf-bifurkáció történik.



3. ábra: A rendszer stabilitástérképe

A különböző paraméterek hatására bekövetkező területváltozásokat a 4. ábra foglalja össze. Látható, hogy az  $\omega$  szögsebesség növekedése esetén a stabil zóna mérete nő. Hozzávetőlegesen  $\omega = 3 [\text{rad} / \text{s}]$  felett a kvázi-statisz modell nagyobb méretű stabil zónát eredményez. A gumiabroncs elemek  $k$  merevségének növelése szintén növekvő terület nagyságot eredményez, ám itt fontos figyelembe venni a dinamikus modell mutatta jelenséget. A dinamikus modell esetén a zóna mérete jelentős mértékű hullámzást mutat, ami robosztusság szempontjából igen kedvezőtlen. Az  $a$  kerék-talaj érintkezés félhossz esetén elmondható, hogy növekménye a stabil zóna méretének növekedéséhez vezet, ám itt is jelentős különbség lép fel a két modell eredménye között, a kvázi-statisz modell használata szintén nagyobb értékekhez vezet. A  $b$  csillapítási tényező esetén szintén ez mondható el.



4. ábra: A különböző paraméterek változásának hatása a stabil zóna területére

## 5. KONKLÚZIÓ ÉS PERSPEKTÍVÁK

Konklúzióként elmondható, hogy a minél pontosabb gumiabroncsmodellek készítése, és ezek felhasználása a szabályozótervezés során nagyban javíthat az elkészült rendszer tulajdonságain. A bemutatott esetben nem csak kvantitatív, de kvalitatív különbségek is megjelennek a stabil zóna méretének változásában. Az egyszerűbb kvázi-statikussal nem szolgáltat olyan részletes képet a visszacsatolt rendszer stabilitásáról, mint a dinamikus társa, ám egy elfogadható becslést biztosít hozzá.

Az eredmények azt a következtetést engedik levonni, hogy PID szabályozó esetén érdemes figyelembe venni a különböző fizikai paraméterek változását, és ettől függően megválasztani a szabályozóparaméterek értékét. Az  $\omega$  szögsebesség üzemi paraméternek tekinthető, és a jármű működése során értéke pontosan mérhető, így az itt bemutatott az esetben fontos lehet a szabályozóparamétereket az üzemi viszonyok szerint változtatni.

A jelen kutatás eredményeinek alátámasztásának érdekében érdemes lenne méréseket végezni, aminek segítségével igazolható a számítások pontossága. Figyelembe véve a valós alkalmazásokat, a digitális mintavételezés hatásának modellezése pontosabb eredményeket szolgáltathat.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Ezt a kutatást a Pro Progressio Alapítvány támogatta.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Pacejka H. B., Besselink I. *Tire and vehicle dynamics*, Elsevier/Butterworth-Heinemann, Amsterdam, 2012.
- [2] Savaresi S. M., Tanelli M. *Active braking control systems design for vehicles*, Springer Verlag, London ; New York, 2010.
- [3] Hu H., Wang Z. *Dynamics of Controlled Mechanical Systems with Delayed Feedback*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2002.
- [4] Stépán G. *Retarded Dynamical Systems: Stability and Characteristic Functions*, Longman Scientific and Technical, Harlow, 1989.
- [5] Kolmanovskii V. B., Nosov V. R. *Stability of functional differential equations*. Academic Press, London, Orlando, 1986.
- [6] Kyun-Sang P, Jong-Tae L. *Wheel Slip Control for ABS with Time Delay Input using Feedback Linearization and Adaptive Sliding Mode Control*, 2008 International Conference on Control, Automation and Systems, IEEE, 2008, 290-295.
- [7] V. Krishna Teja Mantripragada, R. Krishna Kumar. *Sensitivity analysis of tyre characteristic parameters on ABS performance*. Vehicle System Dynamics,
- [8] Insperger T., Stépán G. *Semi-Discretization for Time-Delay Systems*. Springer New York, New York, 2011.
- [9] Bachrathy D., Stepan G., *Bisection method in higher dimensions and the efficiency number*. Periodica Polytechnica-Mechanical Engineering 56:(2) pp. 81-86. (2012)