Aneurizmában megjelenő kaotikus pályák vizsgálata fraktálokra jellemző mérőszámokkal

Investigation of chaotic particle paths in an aneurysm with fractal metrics

***GYÜRKI Dániel László*[1],**
Dr. PAÁL György*[2], *egyetemi tanár

[1,2]Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Hidrodinamikai Rendszerek Tanszék,
1111 Budapest Műegyetem rkp. 3. D ép. 3. em., tel.: 06-1-463-16-80, www.hds.bme.hu
E-mail: [1]dgyurki@hds.bme.hu, [2]gypaal@hds.bme.hu

Abstract

Local dilations of blood vessels at different points of the arterial network are called aneurysms. This study aims to characterize with fractal metrics the chaotic paths of passive particles placed in the flow in an aneurysm. The settings of the lattice-Boltzmann simulation and the numerical integrator, which provides the flow field and the particle paths, have to be well-chosen. This study presents a minimum limit for the settings of the simulation but further refinement is necessary.

Keywords: aneurysm, lattice-Boltzmann simulation, particle path, chaotic advection, fractal metric

Kivonat

Az érhálózat egyes szakaszain megjelenő értágulatokat aneurizmáknak nevezzük. Jelen kutatás témája az, hogy fraktál mérőszámokkal jellemezzük egy aneurizmában létrejövő áramlásba helyezett passzív részecskék kaotikus jelleget mutató pályáit. Ehhez az áramlási teret előállító rács-Boltzmann szimulációk és a pályagörbéket biztosító integrátor beállításai jól legyenek megválasztva. A jelen kutatás eredményei egy alsó határt szabnak a szimulációs beállítások értékeire, azonban további finomítás szükséges.

Kulcsszavak: aneurizma, rács-Boltzmann szimuláció, pályagörbe, kaotikus advekció, fraktál mérőszám

1. BEVEZETÉS

Az artériás érhálózat legfőbb szerepe eljuttatni az oxigén-, és tápanyagdús vért a szervekhez és izmokhoz. Azonban az érhálózat egyes helyein súlyos érfal-elváltozások jelenhetnek meg. Az elváltozások egyike az értágulat, másnéven aneurizma. Az aneurizma két elterjedt formája az orsós tágulat, amely jellemzően a hasi artérián található, másik típusa a zsákszerű kidudorodás, ami az agyi erek jellemzője.

Az agyi aneurizmák legtöbbször tünetmentesek, ám jelentős veszélyforrásnak számítanak. A kiszakadásuk agyvérzéshez vezet, ami gyors ellátás nélkül maradandó károsodással, vagy akár halállal is végződhet (Van Gijn és Rinkel [1]). A kiszakadás megelőzése érdekében több kezelési eljárás is létezik, manapság leggyakoribb, hogy katéter segítségével egy áramlásmódosító sztentet helyeznek az aneurizma nyakához (Fiorella et al. [2]). A sztent szerepe, hogy lassítsa az áramlást a zsákban, elősegítve a vér alvadását.

Mind az aneurizmák keletkezésére, mind a kiszakadásukra számos kutatás összpontosít, azonban egyértelmű okot még egyikre sem amzonosítottak. A jelen kutatás az áramlásba helyezett részecskék pályáival foglalkozik. Ezek a vérben utazó tömeg nélküli részecskék fontos biológiai folyamatok alkotóelemei is lehetnek, például a véralvadáshoz szükséges aktiválódott vérlemezkék, vagy a vérben utazó gyógyszerek felszívódása. Závodszky et al. [3] kimutatták, hogy ezek a pályagörbék kaotikus jelleget mutatnak, így a kiindulási ponttól függően lényegesen eltérő pályákat járhatnak be, akár hosszabb időre csapdázódhatnak az aneurizma zsákjában, ezzel jelentősen befolyásolva a biológiai folyamatokat.

Jelen kutatás a kaotikus pályagörbéket előállító szimulációk beállításaival foglalkozik. Célunk, hogy a mind a pályagörbék számításához szükséges áramlási tér, mind a pályagörbéket számító integrátor beállításai robusztus eredményeket szolgáltassanak.

2. MÓDSZEREK

2.1. Áramlási tér előállítása

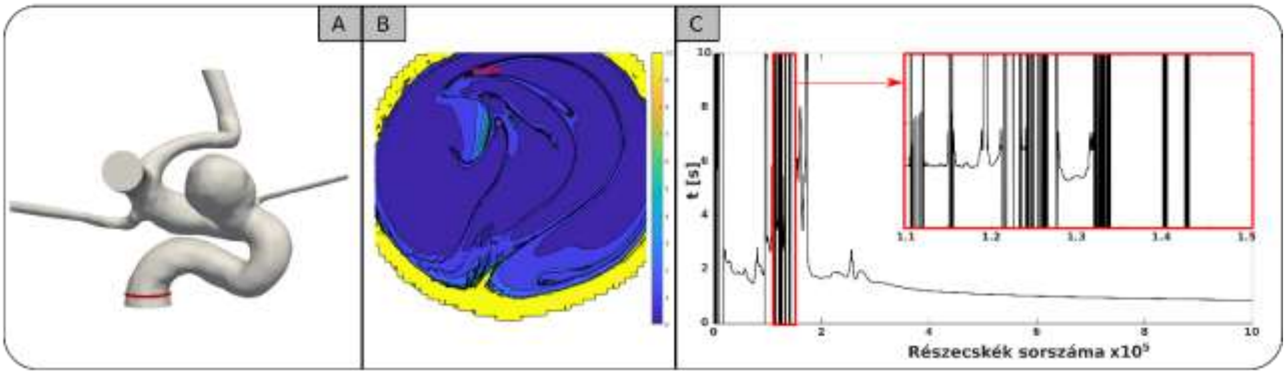
Ahhoz, hogy áramlásba helyezett részecskék pályáit kiszámoljuk, először szükség van az időtől függő áramlási térre. Jelen kutatásban az áramlási teret egy rács-Boltzmann módszeren alapuló szoftver segítségével kaptuk meg.

A rács-Boltzmann módszer a rács-gáz módszerből fejlődött ki, a Navier-Stokes egyenletek numerikus megoldására alkalmazható. A módszer alapja, hogy fiktív részecskék terjedését és ütközését követi le egy diszkrét rácshálón, majd a fiktív részecskék sűrűségéből számíthatók a makroszkopikus áramlási jellemzők, mint a sebesség vagy a nyomás. A módszer nagy előnye, hogy a megoldandó egyenleteknek köszönhetően jól parallellizálható, illetve egyszerű algebrai egyenletek megoldása szükséges egy egyenközű rácshálón. A hagyományos véges térfogatok módszerén alapuló szoftverekhez képest jól alkalmazható szuperszámítógépeken, így nagyságrendekkel kevesebb idő szükséges a számítások elvégzéséhez.

Az 1. ábra A részén látható aneurizma geometriában vizsgáltuk a szimulációs beállításokat. A bemeneten időfüggő, parabolikus sebesség bemenet van beállítva, amely az összes szimuláció esetén azonos. A bemeneti jel hossza, tehát a szívciklus hossza 1 s. A legkisebb kimeneti érszakaszon 0 Pa nyomás van előírva, a többi kimeneten pedig a Murray törvény értelmében az érátmérők harmadik hatványának arányában változtatja a kimeneti sebességet.

A rács-Boltzmann szimulációhoz szükséges egy egyenközű rácsháló előállítása. Az első szimulációs paraméter ennek a rácshálónak a felbontását vizsgálta. Négy különböző méretű rácshálót hoztunk létre, melyeknek a felbontása az 1. táblázatban található.

A második fontos vizsgált beállítás a sebességtér időbeli felbontása. A pályák pontos számításához célszerű minél sűrűbben kimenteni a sebességteret, azonban a fájlok nagy mérete miatt ennek gyakorlati szinten van egy felső határa. A kutatás során vizsgáltuk, hogy 1 másodperc alatt 20, 50, 100 és 200 időlépést tárolunk úgy, hogy az egyéb szimulációs beállításokat nem változtatjuk. Így vizsgálható a kimentett időlépések finomságának a hatása.



1. ábra: *A: Felhasznált geometria B: Tartózkodási idő az indítási keresztmetszeten C: Tartózkodási idő a vonalon*

2.1. Pályagörbék számítása

Miután megkaptuk a sebességteret, ki lehet számítani a pályagörbéket. A részecskék passzívak, tehát nem hatnak vissza az áramlásra, illetve tömeg nélküliek, azaz egyből felveszik az adott ponthoz tartozó áramlás sebességét. Egy részecske adott időponthoz tartozó pozícióját megkapjuk, ha a sebességteren numerikusan integrálunk különböző kezdeti feltételekből indulva, ami esetünkben azt jelenti, hogy melyik pontból indítjuk a részecskéket.

Az integrálást negyedrendű Runge-Kutta módszer segítségével végezzük el. A módszernek lényeges eleme a dt időlépés. Ha túl nagy az időlépés, akkor a részecske túl nagyot ugrik két időlépés között, így a módszer pontatlanná válik. Ha pedig túl kicsire választjuk, akár indokolatlanul lassú lehet a módszerünk. A harmadik vizsgált beállítás a dt értékét változtatta, a felvett értékek 0,01 s, 0,005 s, 0,001 s és 0,0005 s. A pályagörbék minden esetben 10 s-ig voltak kiszámítva.

A részecskék pályáinak számításából kinyerhető az adott részecske pályája, tartózkodási ideje, vagyis az az idő, amíg elhagyja a vizsgált geometriát, illetve a kimenet sorszáma, ahol elhagyta a vizsgált geometriát.

A pályák számításához a részecskék a bemenettől kicsit beljebb, az 1. ábra A részén pirossal megjelölt síkról lettek indítva. A vizsgálat során az 1. ábra B részén látható piros 0,45 mm hosszú vonalról is volt indítva 1 millió részecske.

2.3. Fraktál mérőszámok számítása

Az 1. ábra C részén látható az adott vonalról indított részecskék tartózkodási ideje. Ez alapján jól látható a kaotikus advekcióra jellemző kezdeti értékektől való függés. Két eredetileg közel tartózkodó részecske jelentősen különböző pályákat járhat be, amit jól mutat a jelentősen különböző tartózkodási idő. Továbbá megjelenik a fraktálszerű ismétlődése különböző mintázatoknak, így kézenfekvő, hogy fraktál mérőszámok segítségével jellemezzük az adott pályagörbe-halmazt.

Tél Tamás cikkét [4] és Tél és Gruiz [5] könyvét alapul véve, a tartózkodási időből kiszámítható a szabadenergia függvény segítségével több, a fraktálokra jellemző mennyiség, mint az információs dimenzió, szökési ráta vagy a Ljapunov-exponens. A részletes magyarázat és a számításhoz szükséges képletek a könyvben megtalálhatók.

3. EREDMÉNYEK

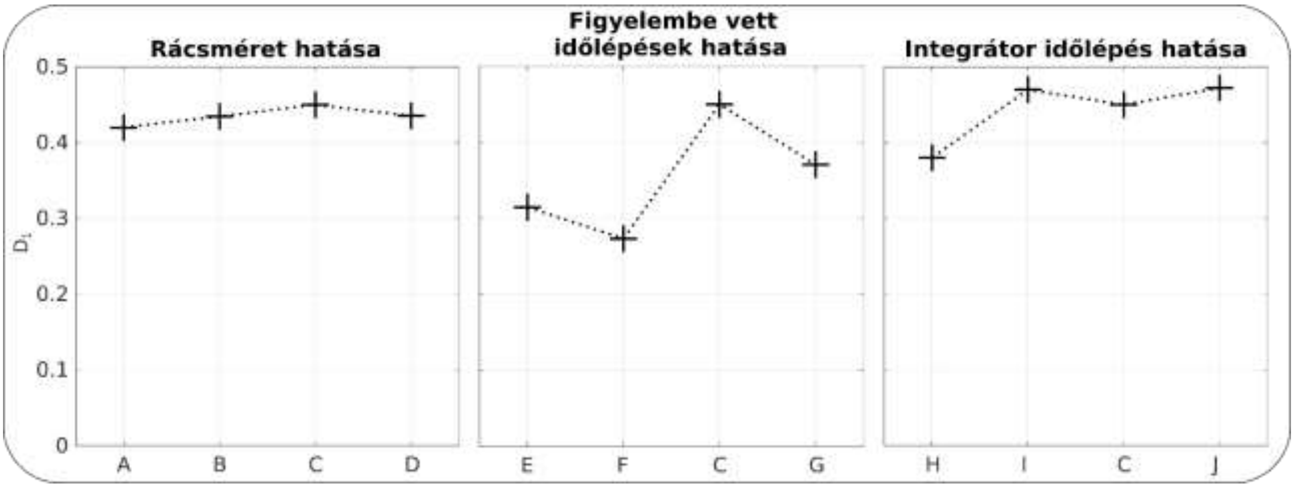
Ha a bemeneti keresztmetszet különböző pontjait az adott pontból indított részecske tartózkodási ideje alapján színezzük be, szintén láthatjuk a kaotikus advekció hatását (1. ábra B része). A részecskék nagy része elhagyja a vizsgált geometriát kevesebb, mint egy szívciklus alatt, azonban vannak olyanok is, amik 10 szívciklus után is még a vizsgált geometriában, feltehetőleg az aneurizma zsákjában vannak.

Az ábrán látható képhez 1 millió részecske volt elindítva egy 1000x1000 rácsról, ami átlagosan 0,004 mm-es távolságot jelent két szomszédos részecske között. Az ábrán kivehető a kaotikus advekcióra jellemző hajtogatott, filamentáris jelleg, illetve a már említett kezdeti feltételtől való végtelen függés.

A szimulációs beállítások mindegyikéhez ki lettek számítva a korábban említett vonalról indított 1 millió részecske tartózkodási ideje alapján a fraktál mérőszámok. Ezzel vizsgáltuk a sebességtér térbeli-, és időbeli felbontásának, illetve a pálya numerikus integrálás időlépésének hatását. Az eredményeket az 1. táblázat foglalja össze. A Závódszky et al. [3] eredménye szerint az információs dimenzió a legrobusztusabb paraméter. A fenti paramétertanulmány erre vonatkozó eredményeit tartalmazza a 2. ábra.

Vizsgált beállítások és az eredmények 1. táblázat

Eset	Rácsméret [mm]	Figyelembe vett időlépések száma [1/s]	Integrátor dt [s]	Információs dimenzió (D_1)	Szökési ráta (κ)	Ljapunov-exponens (λ)
A	0,159327	100	0,001	0,420	1,500	7,608
B	0,126665	100	0,001	0,435	0,853	4,447
C	0,093479	100	0,001	0,450	1,539	8,266
D	0,074073	100	0,001	0,435	0,797	4,161
E	0,093479	20	0,001	0,315	1,346	5,716
F	0,093479	50	0,001	0,273	1,686	6,730
G	0,093479	200	0,001	0,370	1,467	6,817
H	0,093479	100	0,01	0,380	2,746	12,970
I	0,093479	100	0,005	0,470	1,820	10,170
J	0,093479	100	0,0005	0,472	1,531	8,593



2. ábra: *A beállítások hatása az információs dimenzióra*

A 2. ábra alapján jól látható az egyes szimulációs beállítások hatása, amennyiben a többi vizsgált beállítás állandó értéken van tartva. A diagramokon mindig balról jobbra finomodnak az egyes beállítások. Amennyiben egy beállítás elegendő, úgy a D_1 értéke kis mértékben változik a finomítás hatására.

A rácsméret csökkentésénél megfigyelhető, hogy a C és D esetek eredménye még nem teljesen állandó, de relatív kicsi a változás (~3,5%). Így elmondható, hogy ez a rácsméret ennél az alkalmazásnál egy minimum értéknek tekinthető, de célszerű finomabbra választani. Azonban érdemes észben tartani, hogy a rácsméret csökkenése okozta számításigény növekedését még át lehet hidalni egy szuperszámítógép segítségével, azonban minél finomabb a térbeli felontás, annál több tárhelyet foglalnak el a kapott eredmények.

Az integrátor időlépésének a finomítása láthatóan hasonló az előzőhöz. A C és J esetek közötti relatív változás is kicsinek tekinthető (~4,6%), tehát a legfinomabb integrátor időlépés már elfogadhatónak mondható. Az integrátor időlépésének további finomítása lassítana a pályagörbe-számító program futási idején.

Az áramlási tér figyelembe vett időlépések sűrűségének már jelentősebb hatása van. Itt relatívan is jelentős a változás, tehát kijelenthető, hogy az 1 s alatti 100 kimentés még nem elfogadható, célszerű legalább 200, vagy afölötti kimentést választani. A numerikus integrátor a tárolt sebességtér időbeni szeletei között interpolál. Ha nem elég sűrű a kimentés, az interpolálás könnyen „átugorhat” fontosabb áramlási részleteket. Jelen kutatás alapján a figyelembe vett időlépések sűrűségét érdemes tovább vizsgálni, szükséges a tárolt időlépések növelése, azonban a kimentés számának a növelése szintén tárhely-hiányhoz vezethet, hasonlóan a rács finomításához.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

Jelent kutatás témája az agyi aneurizmákban kialakuló áramlás vizsgálata. Az áramlási teret rács-Boltzmann módszer segítségével számoltuk ki, majd az áramlásba helyezett passzív, tömeg nélküli részecskék pályáit számoltuk ki. Ezek a pályák kaotikus jelleget mutatnak. A részecskék tartózkodási ideje alapján, a kaotikus jelleg jellemezhető a fraktálokra jellemző mérőszámokkal.

Ahhoz, hogy a kaotikusság megfelelően és robusztusan jellemezhető legyen, az áramlás számításához és a numerikus integráláshoz szükséges beállításokat megfelelően kell megválasztani. Jelen cikkben vizsgáltuk a geometria térbeli felosztását, a sebességtér időbeli felbontását és a numerikus integrátor időlépését az információs dimenzió függvényében.

A kutatás eredményeiből látható, hogy az adott geometria vizsgálatánál a 0,074 mm körüli rácsméret minimálisan már elegendőnek bizonyul. A szimulációs időlépések tárolásának sűrűségét célszerű 200 fölöttinek megválasztani másodpercenként, illetve ezen a téren szükséges még további vizsgálatok elvégzése. Az integrátor időlépése pedig 0,0005 s-nak megválasztva megfelelő eredményeket szolgáltat.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatást a Gépészmérnök-képzésért Alapítvány pályázata és a Nemzeti Agykutatási Program (Témaszám: 2017-1.2.1-NAP-2017-00002) támogatta.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

[1] Van Gijn, J., Rinkel, G. J. *Subarachnoid haemorrhage: diagnosis, causes and management*, Brain, Oxford University Press, 2001, Vol. 124(2), pp. 249-278.

[2] Fiorella, D., Lylyk, P., Szikora I., Kelly, M. E., Albuquerque, F. C., McDougall, C. G., Nelson, P. K. *Curative cerebrovascular reconstruction with the pipeline embolization device: the emergence of definitive endovascular therapy for intracranial aneurysms,* Journal of Neurointerventional Surgery, BMJ Group, 2009, Vol. 1(1), pp. 56-65.

[3] Závodszky G., Károlyi Gy., Paál Gy. *Emerging fractal patterns in a real 3D cerebral aneurysm*, Journal of Theoretical Biology. Elsevier, 2015, Vol. 368, pp. 95-101.

[4] Tél T. *Fractals, Multifractals, and Thermodynamics*, Zeitschrift für Naturforschung. Dietrich'sche Verlagsbuchhandlung, 1988, Vol. 43a, pp. 1154-1174.

[5] Tél T., Gruiz M. *Chaotic Dynamics: An Introduction Based on Classical Mechanics*, Cambridge University Press, New York, 2006.