

Kaskád szabályozási stratégia tervezése visszacsatolással linearizált rendszerek számára

Design of Cascade Control Strategy for Feedback Linearized Systems

BERTÓK Zsanett¹, STUMPF Péter², BUDAI Csaba¹

¹Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, 1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3.

²Automatizálási és Alkalmazott Informatikai Tanszék, Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Villamosmérnöki és Informatikai Kar, 1111 Budapest, Műegyetem rakpart 3.

*Email: bertok.zsanett@mogi.bme.hu, stumpf.peter@aut.bme.hu, budaicsaba@mogi.bme.hu

Abstract

This paper aims to present a novel cascade control method that can be applied in feedback linearized systems. The developed method allows the control loop to be designed along the cascade control principles used for electric drives even after linearization has been performed. In addition, the proposed approach ensures that the saturation of each state can be considered separately, which is essential, for example, in the case of electric machines. The proposed control technique is illustrated in the example of an inverse pendulum driven by a permanent magnet synchronous machine (PMSM).

Keywords: feedback linearization, cascade control, PMSM

Kivonat

Jelen tanulmány célja, hogy egy olyan újszerű, kaskád szabályozási módszert mutasson be, amely alkalmazható visszacsatolással linearizált rendszerek esetén. A kidolgozott eljárás lehetővé teszi, hogy a szabályozókör a villamos hajtások esetén bevetten alkalmazott kaskád szabályozási elvek mentén legyen tervezhető a linearizáció elvégzése után is. Emellett a javasolt módszer biztosítja, hogy az egyes állapotok szaturációja külön-külön figyelembe vehető legyen, amely például villamos gépek alkalmazása esetén elengedhetetlen. A javasolt szabályozási megközelítés egy állandómágneses szinkrongép (PMSM) segítségével hajtott inverz inga példáján kerül bemutatásra.

Kulcsszavak: visszacsatolással történő linearizáció, kaskád szabályozás, PMSM

1. BEVEZETÉS

A napjainkban egyre szélesebb körben elterjedt mechatronikai rendszerekben számos nemlineáris karakterisztikával jellemezhető eszköz található meg. A mechatronikai rendszerek beavatkozásszervei jellemzően villamos gépek, amelyek között egyre népszerűbb a nemlineáris karakterisztikával bíró állandómágneses szinkrongépek (PMSM) [1] alkalmazása. Az alkalmazott beavatkozó szervekből eredő nemlineáris hatásokon túl a szabályozott berendezések felépítéséből további nemlineáris hatások is jelentkezhetnek. Az ilyen berendezések szabályozásához gyakran nemlineáris irányítási módszereket [2][3], mint például a csúszómód szabályozást, vagy az egyre elterjedtebb visszacsatolással történő linearizációra [4] alapozott szabályozási módszereket alkalmaznak.

Jelen tanulmány célja, hogy egy olyan új kaskád szabályozási eljárást mutasson be, amely alkalmas visszacsatolással linearizált rendszerek szabályozására. A visszacsatolással történő linearizációval a vizsgált rendszer egzakt, lineáris modellje állítható elő, így a javasolt kaskád struktúra segítségével a linearizált rendszer állapotai akár már lineáris szabályozó család segítségével is irányíthatóvá válnak.

A kidolgozott eljárás egy állandómágneses szinkrongép (PMSM) által hajtott inverz inga példáján kerül bemutatásra. A kaskád struktúrában lineáris szabályozók kerülnek felhasználásra. Ennek előnye, hogy az alkalmazott szabályozócsalád széles körben elterjedt, és jól ismert tervezési lehetőségekkel rendelkezik [5]. Emellett a villamos motoros hajtások esetében alapvető követelmény a gép feszültségének és áramerősségének

korlátozhatósága. A bemutatott megoldás igazolja, hogy a javasolt struktúra ezt a követelményt is sikeresen teljesíti.

A következőkben először a visszacsatolással történő linearizációs technika, és annak jellemző állapot-visszacsatolással [6] történő kiegészítése kerül bemutatásra. Ezután ismertetésre kerül a javasolt új eljárás az inverz inga pozíciószabályozásának példáján keresztül. A módszer alkalmazhatósága szimulációs vizsgálatok segítségével kerül igazolásra, valamint az állapotvisszacsatolós szabályozással is összehasonlításra kerül.

2. A VISSZACSATOLÁSOS LINEARIZÁCIÓ ELMÉLETI HÁTTERE

A visszacsatolással történő linearizálás megtervezése a vizsgált rendszer alábbi

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{h}(\mathbf{x}),\end{aligned}\quad (1)$$

nemlineáris állapotter modelljéből indul ki, ahol $\mathbf{u}$, $\mathbf{y}$ és $\mathbf{x}$ rendre a bemenetek, kimenetek és állapotváltozók vektora, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ és $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ sima vektorterek. A linearizációhoz szükséges állapottranszformáció a

$$\mathbf{z} := \mathbf{T}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{f}}\mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{f}}^{n-1}\mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \quad (2)$$

formában adható meg, ahol $L_{\mathbf{f}}\mathbf{h}(\mathbf{x})$ a $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ vektormező Lie-deriváltja $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ mentén. A transzformációt alkalmazva az új $\mathbf{z}$ állapotvektorra nézve kapott állapotter modell a következő formában konstruálható

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_c\mathbf{z} + \mathbf{B}_c\gamma(\mathbf{x})[\mathbf{u} - \alpha(\mathbf{x})] \quad (3)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}_c\mathbf{z}, \quad (4)$$

ahol

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 1 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \text{ valamint } \mathbf{C}_c = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \quad 0],$$

és $\alpha(\mathbf{x})$, valamint $\gamma(\mathbf{x})$ az eredeti $\mathbf{x}$ állapotvektortól függő tagok. Ekkor a bemenő jel megfelelő megválasztásával mint

$$\mathbf{u} = \alpha(\mathbf{x}) + \gamma^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (5)$$

a rendszer az $\alpha(\mathbf{x})$ visszacsatoló tag segítségével linearizálható. Így a linearizált rendszer állapotegyenlete

$$\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}_c\mathbf{z} + \mathbf{B}_c\mathbf{v}. \quad (6)$$

A módszer alkalmazása után a kapott rendszerre alkalmazhatóvá válnak a lineáris szabályozási módszerek.

2.1. Visszacsatolással linearizált rendszerek szabályozása

A modern szabályozásméletben gyakran alkalmazott módszer az állapotvisszacsatolással történő szabályozás, mely során a szabályozott rendszer pólusai állíthatók be a rendszer állapotainak egy erősítő mátrixon keresztül történő visszacsatolásán keresztül. A módszer alkalmazhatóságának feltétele a rendszer irányíthatósága, amely a visszacsatolással linearizált rendszer esetében már biztosított.

A linearizált rendszer $\mathbf{v}$ beavatkozási jelére a következő szabályozási törvény írható elő állapotvisszacsatolás alkalmazása esetén

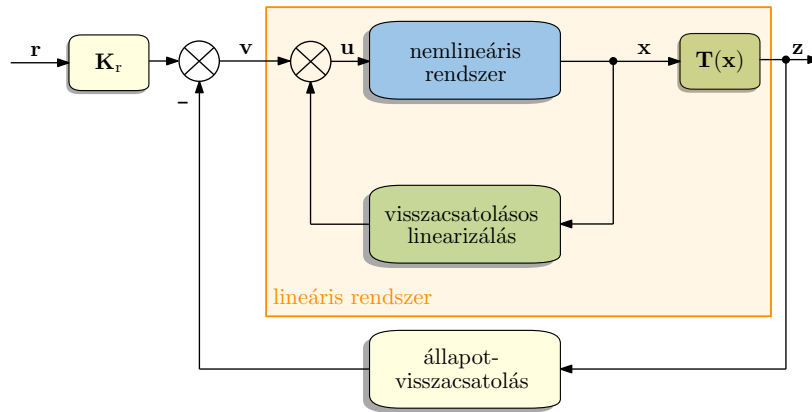
$$\mathbf{v} = \mathbf{K}_r\mathbf{r} - \mathbf{K}\mathbf{z}, \quad (7)$$

ahol $\mathbf{r}$ az alapjel, és a

$$\mathbf{K}_r = -[\mathbf{C}_c(\mathbf{A}_c - \mathbf{B}_c\mathbf{K})^{-1}\mathbf{B}_c]^{-1} \quad (8)$$

alapjel kompenzációs tag biztosítja a szabályozó kör statikus pontosságát. A $\mathbf{K}$ visszacsatoló mátrix hangolásával állítható be a zárt kör dinamikája. A tervezés végrehajtható például Ackermann-formula [7] alkalmazásával, amely az elvárt pólusok alapján határozza meg a visszacsatoló mátrixot.

Az állapotvisszacsatolás segítségével kialakított szabályozó kör a 1. ábrán látható.



1. ábra. A visszacsatolással linearizált rendszer állapotvisszacsatolással történő szabályozása

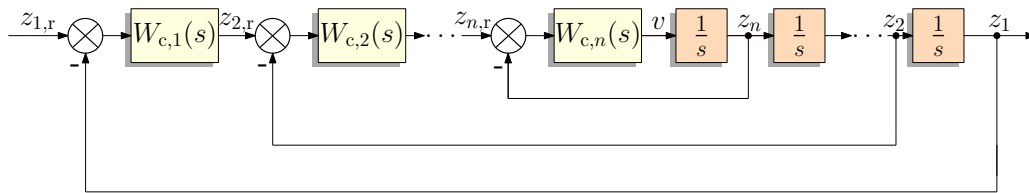
3. A JAVASOLT KASZKÁD SZABÁLYOZÁSI SÉMA

Mechatronikai rendszerek esetében gyakori követelmény, hogy a beavatkozók szaturációs korlátait figyelembe vegyünk, vagy elkerüljük a szenzorok túlterhelését, így a belső állapotok is kiemelt figyelmet igényelnek. Az új szabályozási megközelítés alapja egy kaszkád struktúra, amely a visszacsatolással linearizált rendszer állapotait egymásba ágyazott szabályozó körök segítségével képes szabályozni, így lehetővé teszi, hogy ezek korlátai és dinamikája egyidejűleg legyen beállítható.

A visszacsatolással linearizált rendszerek minden esetben integrátorsort képeznek a (6) egyenletnek megfelelően. A rendszer egyes állapotaira vonatkozó differenciálegyenletek a következőképp is megadhatók

$$\begin{aligned}\dot{z}_1 &= z_2 \\ \dot{z}_2 &= z_3 \\ &\dots \\ \dot{z}_{n-1} &= z_n \\ \dot{z}_n &= v.\end{aligned}\tag{9}$$

Az integrátorokká bontott rendszerhez a klasszikusan alkalmazott állapotvisszacsatolás helyett tervezhető kaszkád szabályozás, amelyet a 2. ábra szemléltet.

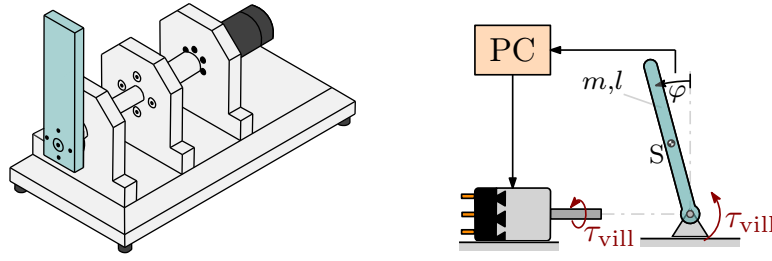


2. ábra. A javasolt szabályozási módszer felépítése

A javasolt szabályozási körben $W_{c,i}(s)$ -sel jelölt lineáris szabályozók például a PID szabályozócsaládból tetszőlegesen választhatók. Ennek a módszernek az előnye, hogy az egyes szabályozók által irányított belső z_i állapotok tetszőlegesen, különállóan is hangolhatók. Továbbá, a szabályozók kimenetei, ezáltal a $z_{i,r}$ referenciák értékénél figyelembe lehet venni az esetleges telítődési hatásokat is. A PID szabályozók tervezése és a szaturációs limitek számítása egy konkrét mechatronikai rendszer példáján keresztül kerül bemutatásra.

3.1. A módszer bemutatása egy nemlineáris mechatronikai rendszer példáján

A következőkben a kidolgozott módszertan egy inverz inga pozíciószabályozásán keresztül kerül bemutatásra. A vizsgált rendszer felépítése az 3. ábrán látható. Az inga hajtását egy önmagában is nemlineáris karakterisztikával rendelkező állandómágneses szinkronmotor (PMSM) biztosítja. A motor forgórészének szögelfordulása és szögsebessége alapján valósítható meg az inga pozíciószabályozása. Emellett szükség van a motor áramerősségének egyidejű szabályozására, ahogy a villamos motorok esetén egy bevett eljárás [1].



3. ábra. A vizsgált rendszer felépítése

A vizsgált rendszer nemlineáris állapotter modellje [8]

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_q \\ \Omega \\ \varphi \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -\frac{R}{L}i_q - P i_d \Omega - \frac{\psi_p}{L} P \Omega \\ \frac{3K_t}{ml^2}i_q + \frac{3g}{2l} \sin \varphi \\ \Omega \end{bmatrix}}_{f(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{g(x)} u_q, \quad (10)$$

ahol u_q , u_d és i_q , i_d rendre az állórész feszültség- és áramkomponensei a pólusfluxushoz rögzített forgó koordinátarendszerben. Ω és φ a forgórész szögsebessége és -elfordulása. P jelöli a motor póluspárjainak száma, R , L az armatúra ellenállás és induktivitás, ψ_p és K_t a pólusfluxus és a nyomatékkonstans, valamint m jelöli az inga tömegét és l a hosszát. Érdeemes megjegyezni, hogy az i_d áramkomponens a linearizáció elvégzése után nincs hatással a szögsebesség, illetve szögelfordulás alakulására, ezt nem szükséges állapotként felvenni. A szabályozás során ez egy teljesen különálló szabályozókörrrel nullára szabályozható.

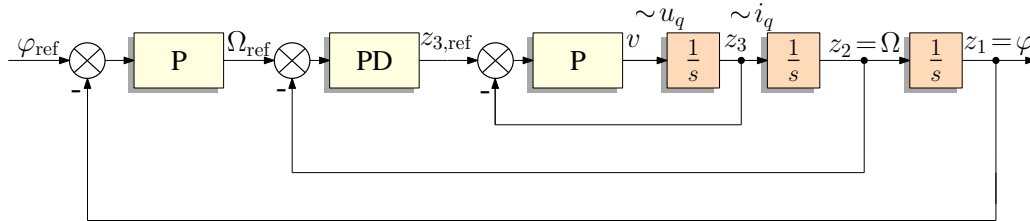
A linearizáció végrehajtásához az új állapotok vektora

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varphi \\ \Omega \\ \frac{3K_t}{ml^2}i_q + \frac{3g}{2l} \sin \varphi \end{bmatrix}. \quad (11)$$

A linearizáló visszacsatolás pedig a következőképpen választható meg.

$$u_q = \gamma^{-1}v + \alpha(\mathbf{x}) = \frac{Lml^2}{3K_t}v + Ri_q + \psi_p P \Omega + P i_d \Omega - \frac{glLm}{2K_t} \cos \varphi \Omega, \quad (12)$$

amely hatására a rendszer (6) egyenletnek megfelelően integrátorsort képez. Ezzel a vizsgált rendszer szögelfordulása a 4. ábrán látható struktúra segítségével szabályozható.



4. ábra. A PMSM által hajtott inverz inga szabályozásának felépítése

A szabályozókört belülről kifelé haladva szükséges megtervezni. Az inga esetében a legbelső szabályozó kör a z_3 állapotot, és így közvetetten az i_q nyomatékképző áramkomponenst szabályozza (11) egyenletnek megfelelően. Mivel a linearizációval kapott szakasz egy integrátor, az áramerősség egy P szabályozó segítségével is statikus hiba nélkül szabályozható.

A második kör szabályozza az inga szögsebességét. A szabályozott szakasz a belső körből és az integrátorból adódik, és tetszőleges, bevetten alkalmazott PID tervezési eljárással, például fázistartalékra tervezéssel, vagy a beállítani kívánt minőségi jellemzők alapján hangolható. Hasonlóan határozhatók meg a külső pozíciósabályozó kör szabályozási paraméterei is.

A belső körök számára állítható szaturációs limit is. A belső kör esetében a v bemenet korlátozására van szükség úgy, hogy az u_q feszültség ne lépje át a motor névleges feszültségét. Ehhez a linearizációhoz használt (12) összefüggésből indulhatunk ki. Ez alapján

$$u_q \approx \gamma^{-1}v = \frac{Lml^2}{3K_t}v \quad (13)$$

közelítéssel adható meg a linearizált és a nemlineáris rendszer beavatkozó jele közti kapcsolatot. Így, ha a szaturációs limit a hajtás névleges U_n feszültsége, a v bemenetre

$$v < \frac{3K_t}{Lml^2} U_n \quad (14)$$

korlátozás állítható be a belső P szabályozóhoz.

Villamos hajtások esetén jellemzően az áramszabályozó kör számára adott referenciához is alkalmaznak szaturációt, ezzel biztosítva, hogy ne lehessen túllépni a motor maximális áramerősségét ($i_{\max}$). Az i_q áramkomponens és a z_3 állapot közötti kapcsolat (11) egyenlet alapján meghatározható az alábbi alakban

$$z_3 = \frac{3K_t}{ml^2} i_q + \frac{3g}{2l} \sin \varphi, \quad (15)$$

ahol a $\sin \varphi$ összetevő miatt a

$$z_3 < \frac{3K_t}{ml^2} I_{\max} \pm \frac{3g}{2l} \rightarrow z_3 < \frac{3K_t}{ml^2} I_{\max} - \frac{3g}{2l} \quad (16)$$

összefüggés határozható meg a második szabályozóhoz beállítandó telítődési limitre.

A fenti korlátozások mellett, a szögsebesség referencia esetén is állítható szaturációs limit. Mivel $z_2 = \Omega$, a külső szabályozó közvetlenül a szögsebesség referenciát adja, ennek közvetlenül is állítható a korlát.

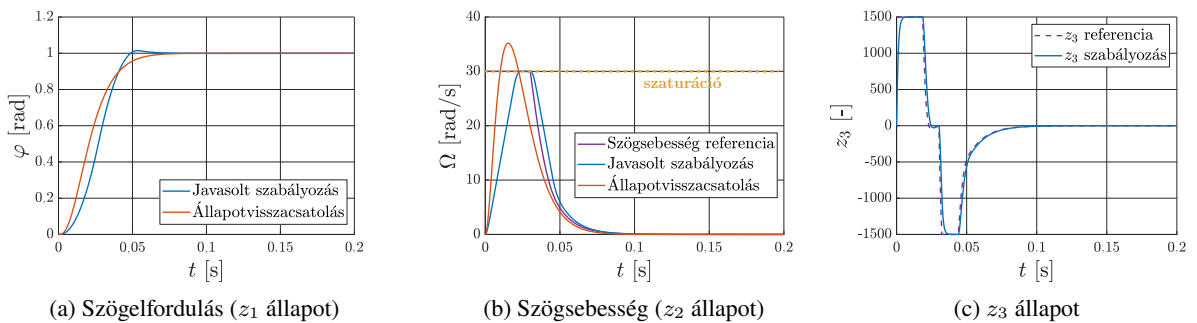
3.2. Eredmények

A javasolt szabályozókör szimulációja a 4. ábra alapján került összeállításra MATLAB Simulink környezetben. A szimulált hajtás és inga adatait a 1. táblázat tartalmazza.

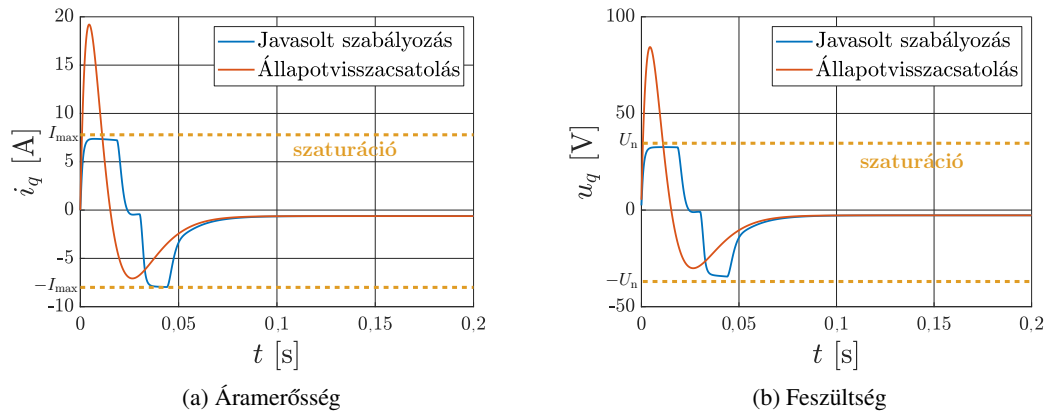
Ezen paraméterek ismeretében hangolhatók a szabályozók. A belső közvetlen áramot szabályozó kör 0,005 s-os beállási időre, a középső szögsebességszabályozás 45°-os fázistartalékra lett hangolva egy PD szabályozó segítségével, míg a külső kör esetén $\zeta = 0,9$ értékű csillapítási tényező alapján került beállításra egy P szabályozó. A szabályozási paraméterek a belső kör esetén $P = 800$, a középső kör esetén $P = 100$, $D = 1$, a külső kör esetén $P = 100$. A hajtás névleges feszültsége és maximális árama alapján beállításra kerültek a szabályozók szaturációs limitjei is (14) és (16) egyenletek alapján, valamint a szögsebességre vonatkozóan egy 30 rad/s-os korlát.

Emellett a 2.1. fejezetben bemutatott állapotviszacsatolás alapú szabályozás is megvalósításra került. A javasolt módszerrel történő összehasonlíthatóság érdekében a pólusok $s_{1,2,3} = -100$ értékre lettek hangolva. Ennek köszönhetően a két szabályozási kör hasonló beállási idővel rendelkezik. A PMSM hajtás d irányú, fluxusképző áramkomponense mindkét szabályozási megközelítés esetén egy különálló szabályozókörral nullára kerül szabályozásra. Az elterjedten alkalmazott és a javasolt eljárás összehasonlításának eredményét a 5. és 6. ábrák szemléltetik.

Látható, hogy az egyes szabályozó körök beállása megfelel a beállított jellemzőknek. Továbbá megfigyelhető, hogy a két megközelítés hasonló beállási idővel rendelkezik, azonban míg az állapotviszacsatolás a szabályozás során átlépte a motor feszültség- és áramkorlátjait, a javasolt kaszkád struktúra képes volt ezt figyelembe venni, így a kidolgozott módszer eredményesnek bizonyult.



5. ábra. A vizsgált rendszer z állapotainak időfüggvényei, a beállítani kívánt szaturációs korlátokhoz viszonyítva



6. ábra. A vizsgált rendszer i_q áramerősségének és u_q feszültségének időfüggvényei, a beállítani kívánt szaturációs korlátokhoz viszonyítva

A vizsgált rendszer adatai

1. táblázat

Villamos paraméterek		Mechanikai paraméterek	
Névleges feszültség (U_n)	36 V	Nyomatékkonstans (K_t)	0,0338 Nm/A
Maximális áramerősség ($I_{\max}$)	8 A	Tehetetlenségi nyomaték (J)	13,5 gcm ²
Ellenállás (R)	4,37 Ω	Viszkózus csillapítási tényező (B)	$1,5 \cdot 10^{-5}$ Ns/m
Induktivitás (L)	0,493 mH	Inga hossza (L)	150 mm
Pólusfluxus (ψ_p)	0,0225 Wb	Inga tömege (m)	69,039 g

4. KONKLÚZIÓ

Az előzőekben bemutatásra került egy újszerű, kaszkád szabályozási módszer, amely visszacsatolással linearizált rendszerek esetén használható. A kidolgozott eljárás lehetővé teszi, hogy a linearizált rendszer egyes állapotait egyidejűleg tetszőleges lineáris, például PID szabályozók segítségével szabályozzuk. A kaszkád séma előnye továbbá, hogy hatékonyan állíthatók a szaturációs korlátok az egyes állapotok számára. A javasolt módszer egy PMSM által hajtott inverz ingán került bemutatásra szimulációk segítségével. A szimulációs vizsgálatok alapján megállapítható volt, hogy a kidolgozott eljárás valóban megfelelt a beállított dinamikai tulajdonságoknak, amellett, hogy a telítődési határokat is sikeresen betartotta.

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A Doktoranduszi Kiválósági Ösztöndíj Program (DKÖP) által támogatott projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott, valamint a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem támogatása alapján valósult meg.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] S. Sakunthala, R. Kiranmayi and P. N. Mandadi, *A Review on Speed Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Drive Using Different Control Techniques*, 2018 International Conference on Power, Energy, Control and Transmission Systems (ICPECTS), Chennai, India, 2018, pp. 97-102.
- [2] D. G. Taylor, *Nonlinear control of electric machines: an overview*, in IEEE Control Systems Magazine, vol. 14, no. 6, pp. 41-51, 1994.
- [3] Isidori A. *Nonlinear Control Systems*, Springer London, 1995.
- [4] Krener, A.J. *Feedback Linearization*. Mathematical Control Theory. Springer, New York, NY., 1999.
- [5] C. Budai, T. Tóth-Katona, P. Stumpf, *Novel design method for cascade control structure of electric drives: Closed-form expressions for control gains via pole placement*, IET Control Theory & Applications, 18 (17), 2448–2467, 2024.
- [6] Deutscher J. Hippe, P. *State Feedback Control*. Springer London, 2009.
- [7] J. Ackermann. *Der entwurf linearer regelungssysteme im zustandsraum*. Automatisierungstechnik. 20(1–12):297–300, 1972.
- [8] Cervone A., Dordevic O., Brando G. *General approach for modeling and control of multiphase pmsm drives*. IEEE Transactions on Power Electronics, 36(9):10490–10503, 2021.