

Kúpos csavarfelület csúcstelállítással való megmunkálásának konstruktív geometriai elemzése menetemelkedési probléma kiküszöböléséhez

Constructive geometry analysis of the conical screw surface manufacturing with apex setting to eliminate pitch fluctuation problem

*Dr. habil. BALAJTI Zsuzsa¹, MÁNDY Zoltán², Prof. Dr. DUDÁS Illés DSc³
egyetemi docens, PhD doktorandusz, professzor emeritus*

Miskolci Egyetem, Magyarország, H-3515 Miskolc-Egyetemváros,
Matematikai Intézet¹, Gyártástudományi Intézet^{2,3}

¹balajtizs@abrg.uni-miskolc.hu, ²zoltan.mandy@uni-miskolc.hu, ³illes.dudas@uni-miskolc.hu.

Kivonat

A kúpos csavarfelület klasszikus menetkösörűgéppel való megmunkálása csúcstelállítással történik. A kúpos csiga megmunkálása során a csigatengelyt menesztővillán át menesztőcsappal hajtjuk. A csigatengely félkúpszöggel való elállításának következtében a forgásfelület lakú menesztő csap tengelyének pályagörbéje a kúpos csiga tengelyre merőleges síkban körpálya helyett ellipszispálya. Ezen ellipszispálya mentén valósul meg a mozgásátadás a menesztőcsap és a menesztővilla találkozásánál. Írásunkban ezen mozgásátadásra vonatkozó konstruktív geometriai vizsgálatainkat tárjuk fel.

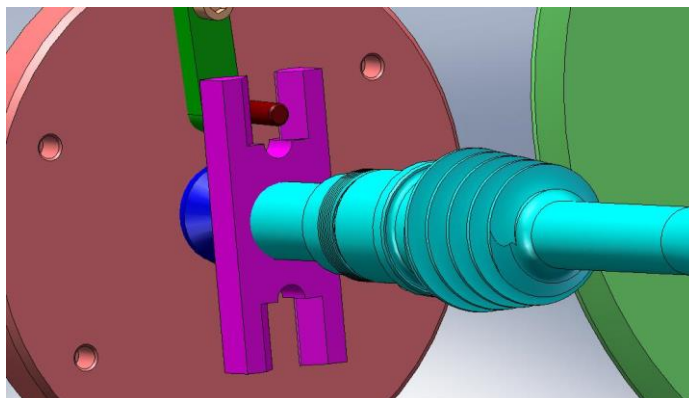
Kulcsszavak: kúpos csiga, menesztő csap, ellipszis pálya, affinitás, menetemelkedés

Abstract

The machining of the conical screw surface on the classic machine has been progressed with the tip adjustment. During the machining of the conical worm, the worm shaft is driven by a driving pin through the driver fork. Due to the adjustment of the conical worm shaft with a half-conical angle, the trajectory of the rotating surface-shaped drive pin in the perpendicular plane to the shaft of the conical worm is an ellipse orbit instead of a circular orbit. Along this ellipse orbit, the motion transfer has been realised at the contact of the driver fork and the running pin. Our constructive geometric investigations of this motion transfer have been explored by our paper.

1. BEVEZETÉS

A csigatengelyt a csúcstelállítás miatt a menesztővillán át menesztőcsappal hajtjuk (1. ábra). Kutatásaink során a hengeres csappal történő menesztés modellezését vettük alapul. A menesztőcsap és a menesztővilla között pontszerű érintkezést feltételezve [7] az érintkezési pont útját kinematikai és konstruktív geometriai úton vizsgáljuk egy körül-fordulás során [2, 4]. A *menesztő csap tengelypontjának pályagörbéje a főorsó tengelyére merőleges síkban kör, a félkúpszöggel elállított csigatengelyre merőleges síkban ellipszis pálya* [1, 3, 5, 6, 11]. A főorsó állandó szögsebességgel történő forgása esetén a kúpos csavarfelület kösörűkoronggal történő megmunkáláskor a csigatengelyre merőleges ellipszis pályán a rádiusz folyamatosan változik, amely menetemelkedési hibához vezet a megmunkálás során. [3] Többen vizsgálták a mozgásátadás során a kinematikai viszonyok változását analitikus úton, számítógéppel segített szimulációs eljárással [4, 8, 9, 10, 12]. Jelen írásunkban algebrai eszköztárral [13] megtámogatott konstruktív geometriai úton kívánjuk vizsgálatainkat elvégezni, előmozdítva azt az affin geometriai vonatkozásokkal. *Célunk a főorsó és a kúpos csiga szögelfordulása közti kapcsolatok feltárása.*



1. ábra Hengeres menesztőcsappal történő megmunkálás modellezése [4]

2. A FORGÁSHENGER ALAKÚ MENESZTŐCSAP MOZGÁSÁTATÁSÁNAK VIZSGÁLATA

Az r sugarú, henger alakú menesztőcsap K_k tengelypontja R sugarú körpályát ír le a fő-orsó síkjában. A τ félkúpszöggel történő tengelyelállítás esetén a forgáshenger alakú menesztőcsap K_e tengelypontja a kúp tengelyére merőleges síkban *ellipszis pályán mozog*.

A φ_1 , φ_2 és a φ_3 szögek közti kapcsolat vizsgálata a 2. ábra alapján készült. A körpálya és az ellipszispálya között merőleges tengelyes affin kapcsolat létesíthető, melynek algebrai formája is felírásra kerül.

A kör pontjainak (x_k, y_k) és az ellipszis (x_e, y_e) koordinátái között a kapcsolat a következő módon írható fel

$$x_e = \frac{x_k}{\cos \tau} \quad \text{és} \quad y_e = y_k \quad (1)$$

A koordináták és a φ_1 , valamint a φ_2 szögelfordulások közötti kapcsolat

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{y_k}{x_k} \quad \text{és} \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{y_e}{x_e} \quad (2)$$

melyből a φ_1 és a φ_2 közötti kapcsolat a következő módon fejezhető ki

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{y_k}{x_k} = \frac{y_e}{x_e \cdot \cos \tau} = \operatorname{tg} \varphi_2 / \cos \tau \quad (3)$$

A fentiek felhasználásával

$$\varphi_1 = \arctg(\operatorname{tg} \varphi_2 / \cos \tau), \text{ illetve } \varphi_2 = \arctg(\operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \cos \tau) \quad (4)$$

A K_e által leírt ellipszispálya kistengelye $b=R$, nagytengelye $a=R/\cos \tau$, egyenlete

$$\frac{x_e^2}{a^2} + \frac{y_e^2}{b^2} = 1 \quad (5)$$

Áttérve az (x, y) Descartes koordinátákról az (x_1, x_2, x_3) homogén koordinátákra az

$$x = \frac{x_1}{x_3}, y = \frac{x_2}{x_3}, x_3 \neq 0, \in \mathbf{R} \quad (6)$$

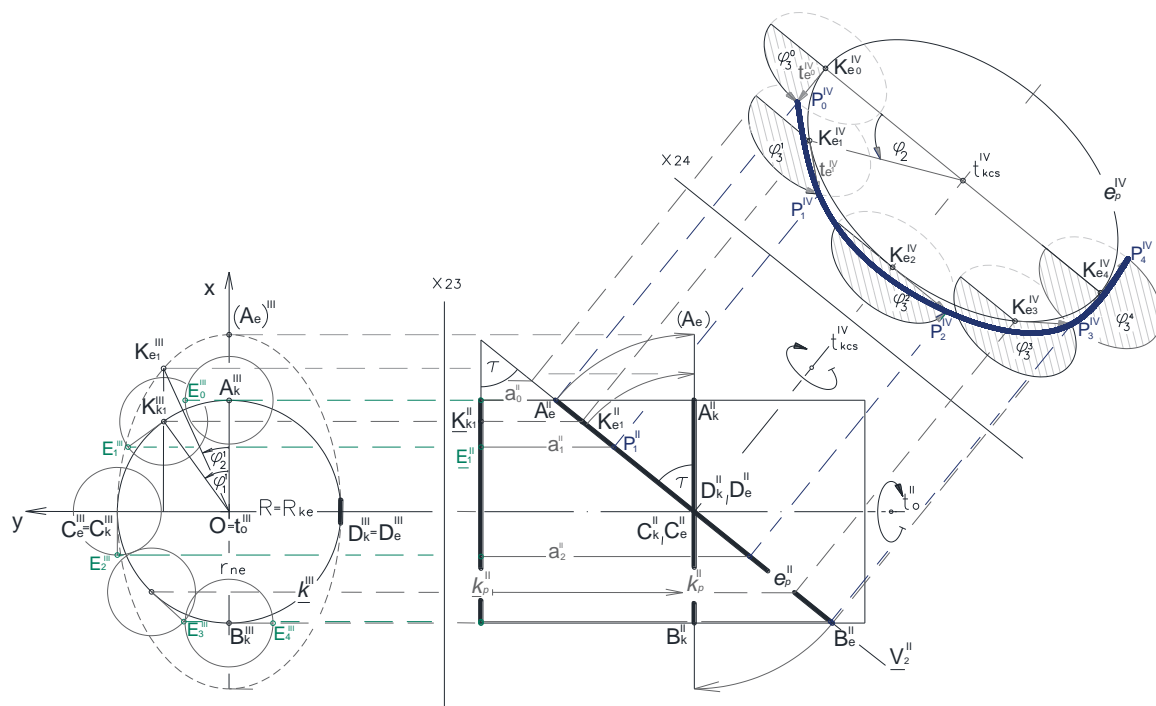
azonosságok szerint, a K_e által leírt ellipszispálya a következő formába írható

$$b^2 \cdot x_{e1}^2 + a^2 \cdot x_{e2}^2 - a^2 \cdot b^2 \cdot x_{e3}^2 = 0 \quad (7)$$

mely a megfelelő behelyettesítésekkel

$$R^2 \cdot x_{e1}^2 + \frac{R^2}{\cos^2 \tau} \cdot x_{e2}^2 - \frac{R^4}{\cos^2 \tau} \cdot x_{e3}^2 = 0 \quad (8)$$

alakba írható.



2. ábra A menesztővilla és a hengeres menesztőcsap érintkezési pontjának pályája a kúpos csiga tengelyének elállítása esetén

A 2. ábrán a csigatengelyre merőleges IV. képsíkon valódi nagysága látható a menesztőcsap K_e tengelypontjának e^{IV} ellipszispályája. Az e^{IV} ellipszispálya K_{e1} pontjában az érintő nem más, mint a K_{e1} pontnak, mint pólusnak az e^{IV} ellipszispályára vonatkozó polárisa. [1]

Az érintő $[u_1 \ u_2 \ u_3]$ együtthatóinak meghatározása a jobb felső indexként feltüntetett φ_1 szögelfordulás függvényében

$$\begin{bmatrix} x_{e1}^{\varphi 1} & x_{e2}^{\varphi 1} & x_{e3}^{\varphi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b^2 & 0 & 0 \\ 0 & a^2 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2 \cdot b^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} R \cdot \cos \varphi_1 / \cos \tau & R \cdot \sin \varphi_1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} R^2 & 0 & 0 \\ 0 & R^2 / \cos^2 \tau & 0 \\ 0 & 0 & -R^4 / \cos^2 \tau \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1^{\varphi 1} & u_2^{\varphi 1} & u_3^{\varphi 1} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = 0$$

A megfelelő behelyettesítéseket elvégezve az érintő egyenlete a K_{e1} pontban

$$R^3 \cdot \cos \varphi_1 / \cos \tau \cdot x_1 + \frac{R^3 \cdot \sin \varphi_1}{\cos^2 \tau} \cdot x_2 - \frac{R^4}{\cos^2 \tau} \cdot x_3 = 0 \quad (10)$$

áttérve a Descartes koordinátákra

$$\cos \varphi_1 \cdot x + \frac{\sin \varphi_1}{\cos \tau} \cdot y - \frac{R}{\cos \tau} = 0 \quad (11)$$

Az ellipszispálya K_{e1} pontjában az érintő egyenesének v_t irányvektora

$$\mathbf{v}_t \left(\frac{\sin \varphi_1}{\cos \tau}, -\cos \varphi_1 \right) \quad (13)$$

melyből a φ_1 és φ_3 közti kapcsolat felírható

$$\operatorname{tg} \varphi_3 = -\operatorname{ctg} \varphi_1 \cdot \cos \tau \quad (14)$$

Az r sugarú menesztőcsap síkmetszete a V_2 síkban a K_4 képsíkon látható az e^V ellipszispályához hasonló, $b_{cs}=r$ kistengellyel, $a_{cs}=r/\cos \tau$ nagytengelye rendelkező ellipszis. Az ellipszismetszet paraméteres egyenlete

$$\left. \begin{aligned} x_{cs}^e &= a_{cs} \cdot \cos \varphi_3 \\ y_{cs}^e &= b_{cs} \cdot \sin \varphi_3 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

A φ_3 szögelforduláshoz tartozó r^{φ_3} sugár nagysága

$$r^{\varphi_3} = \sqrt{(x_{cs}^e)^2 + (y_{cs}^e)^2} \quad (16)$$

3. ÖSSZEFOGLALÁS

A kúpos csiga megmunkálásakor a mozgásátadás során a forgáshenger alakú menesztőcsap és menesztővilla érintkezési pontjának pályagörbéje a fő-orsó tengelyére merőleges síkban kör, míg a kúpos csiga tengelyére merőleges síkban elliptikus görbe. A két pályagörbe és metszetgörbe közti affín kapcsolatra építve konstruktív geometriai úton a szögelfordulások közti összefüggések felírásra kerültek.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] BÁCSÓ, S., PAPP, I., SZABÓ, J.: *Projektív geometria*, elektronikus könyv, Debrecen 2004, 191o.
- [2] DRAHOS I.: *A szerszámgeometria mozgásgeometriai alapjai*, Miskolc, 1972., p. 100.
- [3] DUDÁS, I.: *The Theory and Practice of Worm Gear Drives*, Penton Press, London, ISBN 1 8571 8027 5 (2000)
- [4] DUDÁS I., BODZÁS, S., MÁNDY, Z.: *Solving the pitch fluctuation problem during the manufacturing process of conical thread surfaces with lathe center displacement*, International Journal Advanced Manufacturing Technology, DOI 10.1007/s00170-013-5010-1
- [5] DUDELEY, D. W.: *Gear Handbook. The Design, Manufacture, and Application of Gears*, McGraw – Hill, New York, (1962)
- [6] HEGYHÁTI, J.: *Untersuchungen zur Anwendung von Spiroidgetrieben*. Diss. A. TU. Dresden, (1988)
- [7] LITVIN, F. L., FUENTES, A.: *Gear Geometry and Applied Theory*, Cambridge University Press, ISBN 978 0 521 81517 8, (2004)
- [8] MÁTÉ, M., HOLLANDA, D., FALUVÉGI, E.: *The Constructive and Functional Geometry of the Cutter Head of Cylindrical Gears with Curved Toothline*. International Conference on Recent Achievements in Mechatronics, Automation, Computer Sciences and Robotics, Târgu Mureş, Romania, March 6-7, 2015. Scientia Publishing House 2015, ISBN 978-973-1970-39-4, pp.: 257-268.
- [9] MÁTÉ, M., HOLLANDA, D., FALUVÉGI, E.: *Arhimédész-féle spirál fogvonalú hengeres fogaskerekek tangenciális előtolásos lefejtésének kinematikája egyparaméteres burkolás esetében*, OGÉT 2014, XXII. Nemzetközi Gépészeti Találkozó, Kolozsvár, Románia, Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság (EMT), ISSN 2068-1267, pp. 244-248.
- [10] NELSON, W. D.: *Spiroid gearing, Part 1-Basic Design Practices*, Machine Design, pp.: 136-144.
- [11] ÓVÁRINÉ BALAJTI, ZS.: *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztése*, PhD értekezés, Miskolc, (2007)
- [12] POPA-MÜLLER, I., TOLVALY-ROSCA, F.: *A körív alakú kúpkerék generálásának szimulálása a Gleason fogazógépen, a generáló síkkerék segítségével*, XVII OGÉT Nemzetközi Gépész Találkozó, Gyergyószentmiklós, 2009, pag. 331-335, ISSN 1454-0746
- [13] VADÁSNÉ BOGNÁR, G.: *Matematika informatikusok és műszakiak részére 2.*, Miskolc, Magyarország, Miskolci Egyetemi Kiadó (2003), ISBN: 9636615764, p. 347.