

# Spiráliszerű szerszámpályák tervezése nagyoló maráshoz Lamé görbék alkalmazásával

## Spiral tool path generation for rough milling using Lamé curves

TANCSA Viktor<sup>1</sup>, Dr. JACSÓ Ádám<sup>2</sup>, Dr. PÓKA György<sup>3</sup>

<sup>1,2,3</sup> BME, Gépészmérnöki Kar, Gyártástudomány és -technológia Tanszék

cím: H-1111, Budapest, Műgyetem rakpart 3., tel.: +36 1 463 1875

e-mail: tancsav@edu.bme.hu<sup>1</sup>, jacso.adam@gpk.bme.hu<sup>2</sup>, poka.gyorgy@gpk.bme.hu<sup>3</sup> honlap: www.manuf.bme.hu

### Abstract

*High-speed machining technologies impose strict requirements on tool path generation algorithms. Optimizing tool path curvature and cutter engagement continuity to achieve a uniform tool load is usually complex. Over the past years, countless approaches have been developed to solve this task using various mathematical and geometrical methods. This paper introduces a new technique that converts Lamé curves into spirals, providing an efficient solution in a simplified equation format to the challenges arising in tool path generation.*

**Keywords:** rough milling, Lamé curve, tool path generation, spiral tool path

### Kivonat

*A nagysebességű megmunkálási technológiák szigorú követelményeket támasztanak a szerszámpályákat létrehozó algoritmusok felé. A pálya görbületének és a kontaktszög folytonosságának optimalizálása a minél egyenletesebb szerszámterhelés elérése érdekében általában összetett feladat. Az évek során erre számtalan megoldást fejlesztettek a matematika és a geometria legkülönbözőbb módszereinek felhasználásával. Ebben a cikkben egy olyan eljárás kerül bemutatásra, mely a Lamé görbék spirállá alakításával egy kompakt egyenlet formájában nyújt hatékony megoldást a pályagenerálásnál felmerülő problémákra.*

**Kulcsszavak:** nagyoló marás, Lamé görbe, szerszámpálya generálás, spirális szerszámpálya

## 1. BEVEZETÉS

A forgácsoló megmunkálások szerszámpályáinak megválasztása kulcsfontosságú a gyártás hatékonyságának szempontjából. A nagyolási fázisra különösen érdemes nagy hangsúlyt fektetni, mivel a teljes megmunkálási idő mintegy 50%-át teszi ki [1]. A számítástechnikai eszközök rohamos fejlődésével megjelenő modern pályagenerálási stratégiák nagy előrelépést jelentettek a létrehozott pályák optimalizálása és a gyártás hatékonysága szempontjából. Ennek ellenére a hagyományos irány- és kontúrparhuzamos stratégiák még mindig a legelterjedtebb megoldásoknak számítanak [2]. A hagyományos stratégiák nagy hátránya a nem egyenletes szerszámterhelés, a valamint a pályában meglévő hirtelen sarkos irányváltások, , ami sem a gyártás sem pedig a szerszámélettartam szempontjából nem kedvező [3]. A trochoidális jellegű vagy még inkább az amorf spiráliszerű pályák használata a zsebek megmunkálásánál sokkal célszerűbb és hatékonyabb.

Nagyoló megmunkálásoknál a spiráliszerű pályagenerálási stratégiák számos előnyt hordoznak magukban, főleg, ha a pálya görbületének optimalizálása az elsődleges szempont. A spirális pályák minimalizálják az irányváltásokat és a pálya tagoltságát, ezek minden negatív következményével együtt. Azon stratégiák, melyek nem a kontúrparhuzamosság elvét követik, hanem a pálya görbületét veszik alapul a tervezésnél, a nagysebességű megmunkáláshoz is jól alkalmazható pályákat hoznak létre. A megfelelően tervezett és megválasztott spirális pálya segítségével egyenletes szerszámterhelés biztosítható [4].

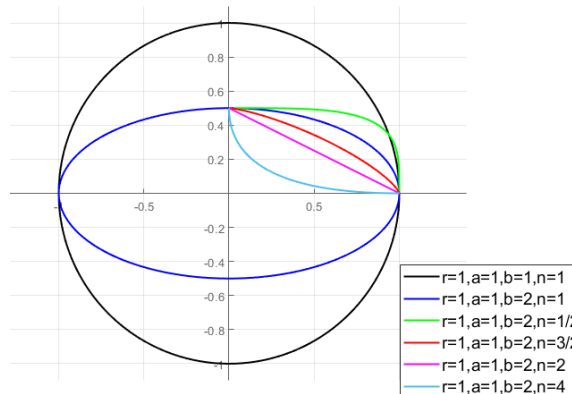
Az alábbi cikkben egy olyan módszert mutatunk be, amely az úgynevezett Lamé görbéket használja a minél nagyobb simaságú pályák megalkotásához.

## 2. LAMÉ GÖRBE ALAPÚ SZERSZÁMPÁLYA LÉTREHOZÁSA

A Lamé görbék a szabályos kör torzításával keletkeznek, kiindulási alapjukként az ellipszis egyenlete szolgál, ezért szuperellipszisnek is nevezik őket. Felírásukra az alábbi matematikai formulák szolgálnak:

$$\text{Implicit: } \left| \frac{x}{a} \right|^n + \left| \frac{y}{b} \right|^n = r \quad \text{Parametrikus: } x(t) = \frac{r \cos^n(t)}{a} \quad y(t) = \frac{r \sin^n(t)}{b} \quad (1)$$

ahol  $a$  az állandó fél nagytengely hosszához, míg  $b$  az állandó fél kistengely hosszához tartozik. Az  $r$  paraméter a skálafaktort jelöli, az  $n$  hatványkitevő megválasztásával pedig különböző görbékhez juthatunk (1. ábra).



1. ábra. Lamé görbék alakulása  $n$  hatványkitevő változtatásával

A szuperellipszisek fő hátránya – ahogy az az ábrán is jól látható – hogy a síkot csak négy szektorra osztják, az  $a$  és  $b$  paraméterek pedig csak az  $x$  és  $y$  irányú távolságokat határozzák meg, amivel a lehetőségek meglehetősen korlátozottak. Polárkoordinátákkal felírva ( $r = f(\varphi)$ ) és a parametrikus forma behelyettesítésével azonban speciális forgási szimmetriák nyerhetők, ahol a  $\varphi = C_1 \varphi + C_0$  transzformációval a görbe  $C_0$ -al elforgatható és  $C_1 = \frac{m}{4}$  felírással  $m$ -re növelhető a szegmensek száma.[5] Figyelni kell azonban a hatványozás elvégzésének megfelelő sorrendjére, hogy megtartsuk az eredmény folytonosságát:

$$r_{polar} = \sqrt{\left(\frac{r}{a}\right)^2 (\cos^2(t))^n + \left(\frac{r}{b}\right)^2 (\sin^2(t))^n} \quad (2)$$

$$\tan(\varphi) = \frac{\sin^n(t) a}{b \cos^n(t)} \quad (3)$$

A (2) egyenletből a  $\varphi$  polárszög kifejezhető. Ez lehetővé teszi a  $t$  paraméter eliminálását az egyenletből, kizárólag a  $\varphi$  függvényévé alakítva azt:

$$r(\varphi) = \frac{r \left( 1 + \left( \frac{\tan^2(\varphi) b^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{n}} \right)^{-\frac{n}{2}} \sqrt{1 + \tan^2(\varphi)}}{a} \quad (4)$$

Ez az egyenlet már egy folytonos, forgásszimmetrikus görbét definiál a paraméterek függvényében. A marás elvégzéséhez azonban egy folytonos spirális pályát kell létrehozni. A Lamé görbe áttranszformálható úgy, hogy kielégítse ezt a követelményt. Először is definiálni kell egy fordulatonkénti radiális lépésközt, és ez alapján folytonosan változtatni kell a tengelyirányú távolságok  $a$ ,  $b$  értékét. Ebből kifolyólag ezek az egyenletben nem konstansként, hanem a  $\varphi$  függvényeként jelennek meg:

$$a(\varphi) = \frac{r \cdot a}{r + p\varphi a} \quad b(\varphi) = \frac{r \cdot b}{r + p\varphi b} \quad (5)$$

Ahol  $p = \frac{P}{2\pi}$  fordulatonkénti lépést jelöli. E függvényeket behelyettesítve a polárkoordináta egyenletbe, megkapjuk a Lamé spirál egyenletének végső alakját.

$$r_{polar}(\varphi) = \frac{r + a p \varphi}{a} \left( \left( \frac{b^2 \tan(\varphi)^2 (r + a p \varphi)^2}{a^2 (r + b p \varphi)^2} \right)^{\frac{1}{n}} + 1 \right)^{-\frac{n}{2}} \sqrt{\tan(\varphi)^2 + 1} \quad (6)$$

A fentiek szerint definiált görbe nagyon jól alkalmazható szimmetrikus és egyszerű geometriájú zsebek és szigetek marásánál. Érdekes megjegyezni, hogy az  $a$ ,  $b$ ,  $n$  és  $m$  paraméterek nem csak konstansok lehetnek, hanem a  $\varphi$  függvényeiként is felírhatók, ami nagy szabadságot nyújt a spirál alakjának meghatározásában. A legfontosabb paraméter természetesen az  $n$ , ami szabályozza az alakot, a folytonosságot valamint a kontaktszög alakulását is. Annak érdekében, hogy a szerszám terhelését megfelelően kontrollálni tudjuk, felírhatjuk az  $n$  paramétert a  $\varphi$  lineáris függvényeként:

$$n = \frac{(v_2 - v_1)}{(\tau_2 - \tau_1)} (\varphi - \tau_1) + v_1 \quad (7)$$

A (6) és (7) egyenletek segítségével létre is hoztunk a pályákat egyszerű geometriák megmunkálásához. A matematikai görbéből az NC programot lineáris szegmensekre bontással hoztuk létre.

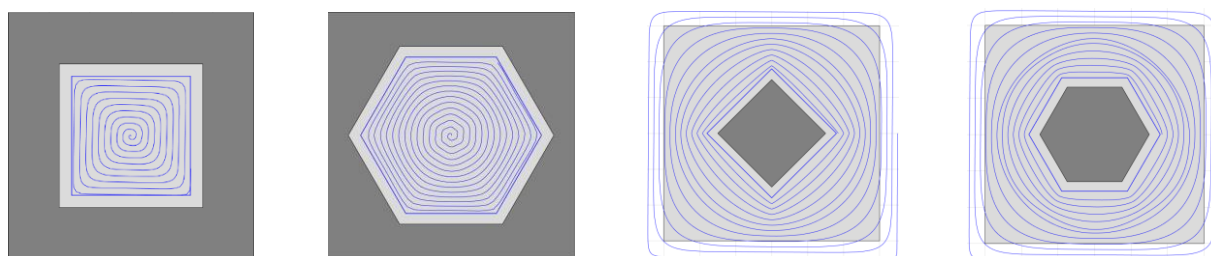
A spirálszerű szerszám pályák mentén ugyan továbbra is ingadozik a kontaktszög, azonban nem olyan szélsőséges mértékben, mint a hagyományos kontúrparhuzamos pályák esetében. A kontaktszög ingadozását az előtolási sebesség szabályozásával kompenzáltuk oly módon, hogy a pillanatnyi anyagleválasztási sebesség végig állandó maradjon.

### 3. ELVÉGZETT KÍSÉRLETEK

Négy geometrián végeztünk el kísérleteket, és a kapott eredményeket összehasonlítottuk az NX CAM rendszerrel generált szerszám pályák eredményeivel. Célunk a szerszámterhelés csökkentése mellett a megmunkálási idő csökkentése volt a megmunkálás hatékonyságának növelése és a szerszámélettartam megőrzése érdekében.

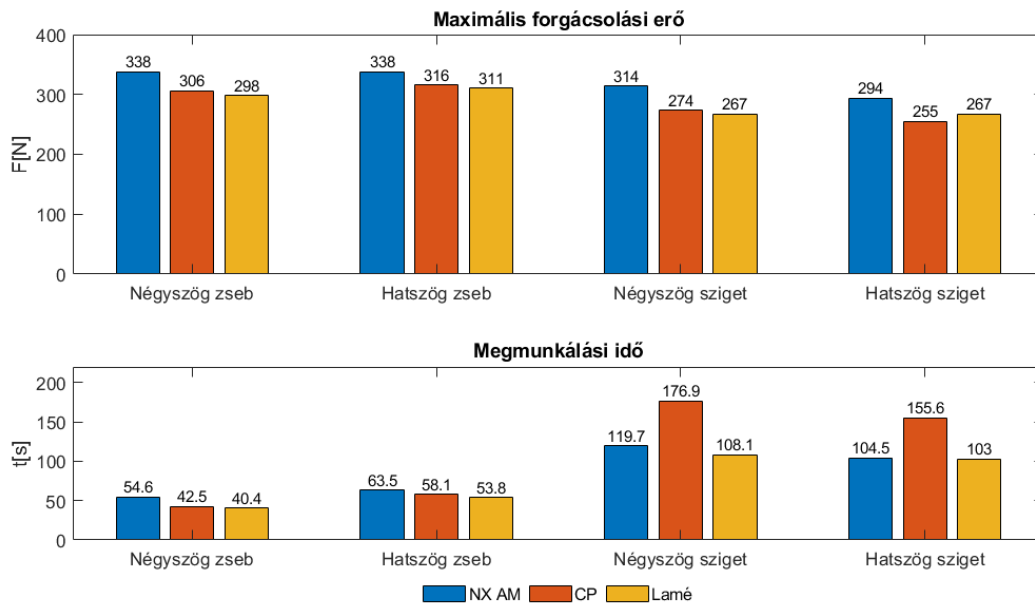
Az első geometria egy 35 mm-es oldalhosszúságú négyzet alakú, a második pedig egy 50 mm-es köré írható körrel rendelkező hatszög alakú zseb volt. Ezekben az esetben a paraméterezés úgy lett megoldva, hogy a  $\varphi$  paraméter szerint pozitív irányban haladva, a szerszám haladási irányával megegyezően belülről kifelé hozzá létre a szerszám pályát. A másik két geometriának egy 30 mm-es köré írható körrel rendelkező 45°-ban elforgatott négyzet és egy hatszög alakú sziget került kiválasztásra. A pályagenerálás iránya ezekben az esetekben is megegyezik a szerszám haladási irányával, ami azonban a zsebmarással ellentétes. Ezekben az esetekben szükség volt egy közbülső görbe beiktatására, ezáltal a szerszám pályát két Lamé spirál kombinációjaként létrehozva. Az első spirál kitevőjét úgy módosítjuk, hogy először követi a munkadarab külső alakját, majd egy szabályos körré transzformálódik, a második spirál pedig ezt a kört használja kiindulásként, majd rásimul a sziget kontúrájára. A megfelelően pontos eredmény elérése érdekében utolsó lépésként végig vezettük a szerszámot a kész geometriák kontúrjain. Az 2. ábra magában foglalja az elkészített Lamé spirál alapú szerszám pályák összes paraméterét.

A pályák legenerálását forgácsolási kísérletek követték. A kísérletek közben folyamatos erő és időmérés történt, mind a Lamé spirál alapú pályák, mind pedig az összehasonlítás alapjául szolgáló referenciának választott pályák tekintetében. A különböző szerszám pályák vizsgálatát azonos feltételek és paraméterek mellett végeztük el annak érdekében, hogy az eredmények kizárólag a pálya alakjától függjenek. Az összehasonlítást az NX CAM Adaptive Milling és hagyományos kontúrparhuzamos stratégiával végeztük el. Érdekes megjegyezni, hogy a kontúrparhuzamos esetben is adaptív előtolás-szabályozást alkalmaztunk az összehasonlíthatóság érdekében.



2.ábra. Lamé spirálok

A kísérlet eredményeit a 3. ábra foglalja össze. Az ábrán jól látható, hogy az új stratégia a legtöbb esetben mind a szerszám terhelését, mind a megmunkálási időt tekintve hatékonyabb a CAM rendszerben létrehozott pályáknál.



3.ábra. Kísérleti eredmények

## 4. ÖSSZEFOGLALÁS

Az elvégzett kísérletek egyértelműen bizonyítják a Lamé spirál alkalmazhatóságát a nagyoló megmunkálások területén. A kifejlesztett stratégia könnyen és gyorsan alkalmazható egyszerűbb geometriák esetén, de a paraméterek jó megválasztásával akár bonyolultabb kialakítású felületek is megmunkálhatóak. Egy másik stratégiával vett hibrid kombinációjával pedig a lehetőségek végtelen tárháza nyílhat meg előttünk. A létrehozott szerszám pályák mind a megmunkálási idő, mind pedig a szerszámra ható erők tekintetében a legtöbb esetben jobban teljesítettek a konvencionálisan alkalmazott társaiknál.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás a Gépészmérnök-képzésért Alapítvány, valamint a TKP-6-6/PALY-2021 számú projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NVA pályázati program finanszírozásában valósult meg. A konferencián való részvétel az Európai Bizottság H2020 - EPIC (No. 739592) projektjének támogatásával valósulhatott meg.

## IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] A. Hatna, R. Grieve, és P. Broomhead, *Automatic CNC milling of pockets: geometric and technological issues*, Computer Integrated Manufacturing Systems, köt. 11, sz. 4, o. 309–330, okt. 1998, doi: 10.1016/S0951-5240(98)00030-5.
- [2] X. Yang, X. Cai, W. Yang, és Y. You, *Novel Tool Path Generation Method for Pocket Machining Using Sound Field Synthesis Theory*, Machines, köt. 11, o. 131, jan. 2023, doi: 10.3390/machines11020131.
- [3] Y. Li, C.-H. Lee, és J. Gao, *From computer-aided to intelligent machining: Recent advances in computer numerical control machining research*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, köt. 229, jan. 2015, doi: 10.1177/0954405414560622.
- [4] Jacso, A., Szalay, T. (2018). *Analysing and Optimizing 2.5D Circular Pocket Machining Strategies*. In: Hamrol, A., Ciszak, O., Legutko, S., Jurczyk, M. (eds) *Advances in Manufacturing. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-68619-6\\_34](https://doi.org/10.1007/978-3-319-68619-6_34).
- [5] J. Gielis, *A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes*, American journal of botany, köt. 90, o. 333–8, márc. 2003, doi: 10.3732/ajb.90.3.333.