

Forgó testben történő hővezetés szimulációja és mérése kerékpár tárcsafék példáján

Simulation and measurement of heat conduction in a rotating disc on the topic of a bicycle disc brake

RITTGASSZER Tamás

Konzulens: Dr. SZÜCS Mátyás

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 1111 Budapest Műegyetem rkp. 3,

+36 1 463-111, +36 1 463-1110, info@bme.hu, bme.hu

Abstract

During my work, I studied a bike, which was fastened in a bike trainer, and I set up an infrared sensor for measuring the heating up of the brake rotor. Moreover with the help of the trainer, I measured the power of the bike, so I can detect a change in the braking power during the heat up. Finally I created a mathematical model of the system, with which I reproduced the heating up curve using numerical simulation.

Keywords: heat conduction, numerical simulation, disc brake, rotating disc, infrared sensor

Kivonat

A munkám során egy kerékpár görgőbe rögzített kerékpárt műszereztem fel infravörös hőmérővel, és ennek segítségével vizsgáltam a fékezés során keletkezett hőmennyiséget. Ezen kívül a görgő segítségével teljesítményt is mérünk, aminek segítségével azt vizsgáltuk, hogyan változik a teljesítmény a melegedés hatására. Végül a rendszernek megalkottam egy matematikaimodelljét, amelynek a segítségével a melegedési jelleggörbét numerikus szimulációval is reprodukáltam.

Kulcsszavak: hővezetés, numerikus szimuláció, tárcsafék, forgó test, infravörös szenzor

1. BEVEZETÉS

Rengeteg olyan forgó eszközt találhatunk a hétköznapokban és az ipari körülmények között is, melyek forgás közben valamilyen hatásnak köszönhetően melegsznek. Ez a hatás lehet súrlódás, deformáció, elektromos ellenállás, vagy akár bármiféle szándékos melegítés is. Ilyenek például a forgácsoló szerszámgépek, az autók forgó elemei (pl.: fék, gumiköpeny), vagy akár csak egy egyszerű sarokcsiszoló is.

Mindegyik esetben fontos lehet számunkra ennek a folyamatnak a leírása, mérése és modellezése is. Ezeknek a rendszereknek a termikus leírásához bonyolultabb eszközöket kell bevetnünk, mint állandósult állapotokban vagy álló esetekben. Ez a kutatás az ilyen forgó rendszerekkel foglalkozik kerékpár tárcsafék példáján, mind mérés, mind numerikus szimuláció szempontjából.

2. MÉRÉS

A következő fejezetben a kerékpár fékek melegedésével kapcsolatosan végzett mérésről írok részletesen. A mérés előkészítéséről, az adódó nehézségekről, és a kiértékelésről.

Egy hasonló mérésről, és szimulációról lehet olvasni a [1], [2] forrásokban.

2.1. Leírás

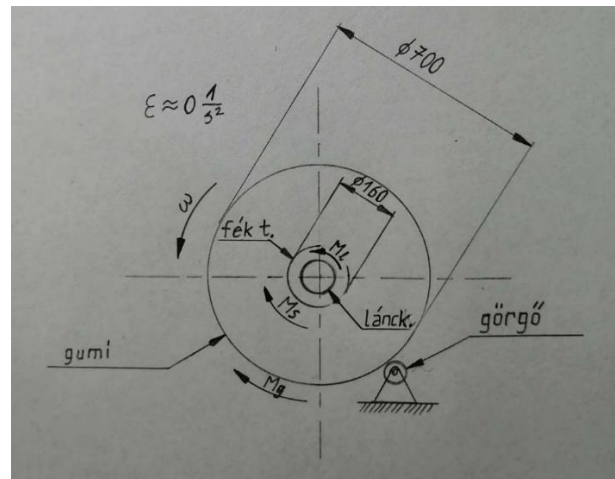
A mérés során egy *Shimano* hidraulikus tárcsaféknek fékező hatását szeretnénk meghatározni a fékbetét hőmérsékletének, valamint az időnek a függvényében. Ezen kívül rögzítjük a féktárcsa felmelegedési és lehülési görbét is. Ezt a görbét numerikus módszerrel próbáltam meg előállítani a numerikus szimuláció fejezetben. A mérés nehézsége, hogy forgó alkatrész hőmérsékletét nem tudjuk egyszerűen érintkezést igénylő hőmérővel mérni. Ezért kellett hőkamerát használni a méréshez.

A mérési elrendezés az *1. ábrán* látható, itt egy kerékpárt helyeztem el egy *TACX flow T2200* görgőben, amivel tudtam mérni a biciklista által leadott teljesítményt. Ezen kívül elláttam a hátsó tárcsát egy *Raytek MI3* infravörös hőkamerával, amivel forgás közben is tudtuk a hőmérsékletet mérni. Ezt a hőkamerát előzetesen egy k-típusú termoelem segítségével kalibráltam, aminek a során a tárcsa feketeségi fokát határoztam meg. Az emissziós tényezőjére 0,330 és 0,335 közötti értéket állapítottam meg. A [2]-ben vizsgált féktárcsa esetén 0,19 emissziós tényezőt állapítottak meg, mely nem tér el erősen az általam meghatározott értéktől.

A teljesítménymérésnek a célja az volt, hogy megmutassuk, hogy a melegedés hatására a tárcsafék fékező hatása csökken. Ehhez szükséges felírni a hátsó kerék nyomatókegyensúlyi egyenletét, amihez a *2. ábra* nyújt segítséget. A három nyomatóekomponens a féknyomatóék (M_s), a láncnyomatóék (M_l) és a görgő fékező nyomatóéka (M_g).



1. ábra: A mérési elrendezés fényképe (görgő; slick külső; tárcsafék)



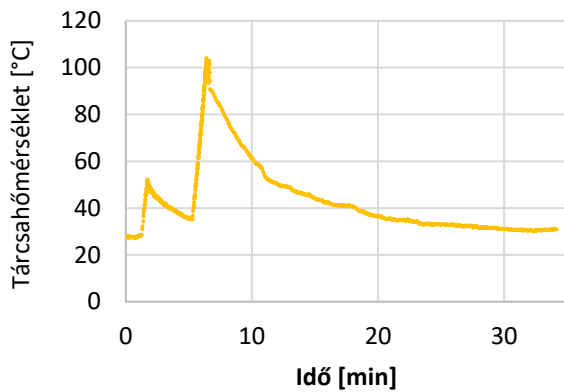
2. ábra: A hátsó kerék egyszerűsített modellje

2.3. Adatok feldolgozása

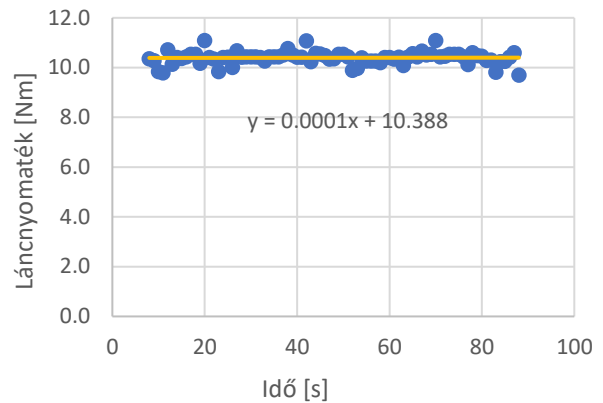
A mérés során kettő különálló adatot rögzítettem az idő függvényében. Az egyik a tárcsahőmérsékletet (*3. ábra*), a másik a teljesítményt, melyből nyomatóékat számoltam a mérési elrendezés többi adatának ismeretében (*4. ábra*). A hőmérséklet adatokat .csv formátumba mentette el a hőmérő, és excel-ben dolgoztam fel az eredményeket. A teljesítményt videóra rögzítettem, és 5 másodpercenként leolvastam az értékeket róla.

A hőmérséklet ábrán nagyon jól látszik a hirtelen felmelegedés és az exponenciális lehülési jelleg, ami az elméleti háttérből is várható volt. A mérés során körülbelül 100 °C hőmérsékletet mértünk maximálisan. Ezt, és a másik mérés során előállított görbéket próbáltam reprodukálni a numerikus szimuláció során

A vártakkal ellentétben azonban nem látszik a diagramon a nyomatóék csökkenése. Sőt, a diagram jellege mérési hibákon és egyéb módosító tényezőkön kívül konstansnak mondható. Ez olyan szempontból jó eredménynek számít, hogy látszik, hogy nem rossz mennyiségeket mérünk, és jó a mérési módszer, valamint a felállított modell is. Feltételezésem, hogy a jelenség magasabb hőmérsékleten jelentkezik, és ezért nem látszódik most. Azonban egy ilyen méréshez már komolyabb előkészületek, és jobb mérőberendezés lenne szükséges.



3. ábra: Első mérés hőmérsékletadatok



4. ábra: Láncnyomaték változása

3. FÉKTÁRCSA HŐVEZETÉS MODELLEZÉSE

Rendkívül nagy haszna lehet, ha tudjuk modellezni megfelelő minőségben a forgó rendszerekben történő hőmérsékletváltozásokat. Például ki lehetne vele küszöbölni a méréseket, és a fejlesztési folyamatok gyorsabbak, olcsóbbak lehetnének. Ebben a fejezetben egy ilyen szimuláció alapjainak megalkotásáról lesz szó. A modellalkotás részleteit mutatom be, valamint felírom ezt az egyszerűsített modellt leíró differenciálegyenletet. Ezt diszkrétizálom, és numerikusan oldom meg.

Autó tárcsafék példáján egy részletesebb cikk olvasható a [3] forrásban hasonló témában.

3.1. Modell felállítása

A modellalkotás során több hatást elhanyagoltam, céltom a lehető legegyszerűbb, de mégis jelleghelyes eredményeket szolgáltatató modell megalkotása. Ami bonyolultta teszi mégis a leíró modellt, az az, hogy forgó rendszert tekintve nem stacionárius állapotot vizsgálunk, mint ahogy azt például hűtőbordáknál szoktuk, így a forgás sebességét is figyelembe kell venni. Továbbá mivel a felmelegedési folyamatot vizsgáljuk, így tranziens jelenséget kell leírnunk.

3.2. Differenciálegyenlet felírása

Merev szilárd anyagban a hővezetés differenciálegyenlete:

$$\rho \cdot c \frac{DT}{Dt} = -\nabla \cdot \underline{\dot{q}} + q_V^* + q_S^*, \quad (1)$$

ahol: ρ a féktárcsa anyagának sűrűsége,
 c a féktárcsa anyagának fajhője,
 $\underline{\dot{q}} = -\lambda \cdot \nabla T$ a hőáram, melyet a hőmérséklettel a Fourier-törvény kapcsol

össze,

$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla T \cdot \underline{v}$ az anyagi idő szerinti derivált.
 q_S^* a fékezés hőteljesítménye (térfogati hőforrásként),
 q_V^* a tárcsa hűlése (térfogati hőforrásként),
 λ a féktárcsa anyagának hővezetési tényezője.

A felírt egyenletet (1) átalakíthatjuk a henger koordinátarendszereket leíró gradiens és divergencia mennyiségek segítségével. Ennek előnye, hogy könnyen tudjuk kezelni a forgás leírását, valamint az eredeti háromdimenziós vektoregyenletnek két dimenzióját kijelthetjük, mivel a hőmérsékletet a sugár és a vastagság mentén állandónak tekintjük ebben az egyszerűsített modellben, és így egyszerűsödik a megoldás. Az egyszerűsítések után a

$$\rho \cdot c \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial \varphi} \omega \right) = \frac{\lambda}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} + q_V^* + q_S^* \quad (2)$$

egyenletet kapjuk.

Egy feladatunk maradt, hogy a hűlés okozta felületi hőáramsűrűséget térfogati hőforrassűrűséggé transzformáljuk. A megfelelő integrálási szabályok segítségével a

$$Q_\alpha = -2 \int_{(V)} \alpha \cdot (T - T_\infty) \frac{1}{s} dV = Q_V = \int_{(V)} \frac{-2}{s} q_\alpha^* dV, \quad (3)$$

egyenletet kapjuk. Így a hővezetés differenciálegyenlete a tárcsában.

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial T}{\partial \varphi} \omega = \frac{a}{R^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - \frac{2}{s \cdot \rho \cdot c} \alpha \cdot (T - T_\infty) + \frac{1}{\rho \cdot c} q_S^*, \quad (4)$$

Ahol $a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c}$ hőfokvezetési tényezőt jelöli.

3.3. Dimenziótlanítás

A dimenziótlanítás azért fontos a szimulációhoz, hogy ne csak a konkrét példámra (hőmérséklet és geometriai adatok) legyen jó a numerikus megoldás, hanem más rendszerek leírásához is, amiknél ugyanilyen jelenségek lépnek, de más számszerű adatok vannak. A rendszert idő és hőmérséklet szerint dimenziótlantítottam. A helykoordináta szerint nem volt szükséges a dimenziótlanítás, mivel az radiánban van megadva, ami önmagában dimenziótlannak minősül.

Fourier-szám:

$$Fo = \frac{a \cdot t}{R^2}.$$

Ezzel dimenziótlaníthatjuk az idő szerinti deriválást:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{a}{R^2} \frac{\partial}{\partial Fo}.$$

Dimenziótlan hőmérséklet:

$$\vartheta = \frac{T - T_\infty}{T_\infty},$$

ahol T_∞ a környezeti hőmérséklet.

Ezen kívül az egyszerűbb felírásért a következő paramétereket is bevezettem:

$$C_1 := \omega \frac{R^2}{a},$$

$$C_2 := \frac{R^2}{a \cdot \rho \cdot c \cdot T_\infty} q_S^*,$$

$$\frac{2 \cdot R^2}{s \cdot \rho \cdot c \cdot a} \alpha = \frac{2 \cdot R \alpha \cdot R}{s \cdot \lambda} = C_3 \cdot Bi,$$

$$C_3 := \frac{2 \cdot R}{s},$$

ahol $Bi := \frac{\alpha \cdot R}{\lambda}$ a Biot-szám.

Valamint nem egyenletként, hanem egyenletrendszerként írtam fel a könnyebb diszkrétizálás érdekében (5). Az extra egyenlet a dimenziótlan hőáramot vezeti be (χ). Így az egyenletrendszer:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \vartheta}{\partial Fo} + C_1 \chi &= \frac{\partial \chi}{\partial \varphi} - C_3 \cdot Bi \cdot \vartheta + C_2, \\ \frac{\partial \vartheta}{\partial \varphi} &= \chi. \end{aligned} \quad (5)$$

3.4. Diszkrétizálás

A numerikus megoldás érdekében diszkrétizáltam a (5) differenciálegyenlet rendszert. Az idő szerinti deriváltat előrehaladó differenciasémával diszkrétizáltam. Ekkor az $\frac{df(t_i)}{dt}$ deriváltat a $\frac{f(t_i) - f(t_{i+1})}{\Delta t}$ hányadossal közelítjük. Iterációs módszerként az explicit Euler-módszert választottam, mivel ez jól összekapcsolható a haladó differenciával, és egyszerűen felírhatjuk az iterációs egyenleteket.

A diszkrétizáláshoz a

$$\vartheta_n^j = \vartheta(Fo = j \cdot \Delta Fo; \varphi = n \cdot \Delta \varphi).$$

$$\chi_{n-\frac{1}{2}}^j = \chi(Fo = j \cdot \Delta Fo; \varphi = (n - \frac{1}{2}) \cdot \Delta \varphi).$$

$$\chi_n^j = \frac{\chi_{n-\frac{1}{2}}^j + \chi_{n+\frac{1}{2}}^j}{2}.$$

Jelöléseket használtam. Az egyenletben lévő deriváltakat ezek segítségével diszkrétizáltam, majd az így kapott értékeket behelyettesítettem az egyenletrendszerbe, és azt ártendeztem. Így az új egyenletrendszer:

$$\vartheta_n^{j+1} = \vartheta_n^j - \frac{\Delta Fo \cdot C_1}{2} \left(\chi_{n-\frac{1}{2}}^j + \chi_{n+\frac{1}{2}}^j \right) + \frac{\Delta Fo}{\Delta \varphi} \left(\chi_{n+\frac{1}{2}}^j - \chi_{n-\frac{1}{2}}^j \right) - \Delta Fo \cdot Bi \cdot \vartheta_n^j + \Delta Fo \cdot C_2, \quad (6)$$

$$\chi_{n+\frac{1}{2}}^{j+1} = \frac{1}{\Delta \varphi} (\vartheta_{n+1}^{j+1} - \vartheta_n^{j+1}).$$

3.5. Kezdeti és peremfeltételek

A periodikus peremfeltétel felírásakor úgy kell megalkotnunk a peremfeltételeket, hogy a tárcsa kezdeti és végpontjában a hőmérséklet és a hőáram megegyezzen minden időpillanatban. Ezért hívjuk periodikus peremfeltételnek, mert minden pillanatban más számszerű érték írja le, de az értéket mindig ugyanúgy kell meghatározni. Ezek a peremfeltételek az első és utolsó elem adatainak számításához szükségesek, mert némely elemek indexelése kiér a tartományból, és nem értelmezhető, így ezt a peremfeltételek alapján számolhatjuk.

A peremfeltételek így:

$$\vartheta(Fo; 0) = \vartheta(Fo; 2\pi),$$

$$\chi(Fo; 0) = \chi(Fo; 2\pi).$$

Ezeket a 3.4. fejezetben leírtakhoz hasonlóan fel lehet írni iterációs egyenletekkel.

3.5. Paraméterek meghatározása

Az utolsó lépés a szimuláció elvégzéséhez a paraméterek meghatározása. A geometriai méretek, és a mérési körülmények, valamint anyagjellemzők alapján a paramétereknek egy részét meg tudjuk határozni. Azonban van két paraméter, amit nem tudunk. Ezeket a mérési adatok alapján próbáltam úgy meghatározni, hogy a mérési eredmények, és a szimulációs eredmények a lehető legközelebb legyenek. Mivel a tárcsa anyagáról pontos információ nem áll rendelkezésünkre, így azt általános felhasználású acélként vettem figyelembe.

Így a paraméterek (mindegyik dimenziótlan):

$$C_1 := \omega \frac{R^2}{a} = 5150 [-],$$

$$C_2 := \frac{R^2}{a \cdot \rho \cdot c \cdot T_\infty} q_s^* = 3,7 \cdot 10^{-7} \left[\frac{m^3}{W} \right] \cdot q_s^* \left[\frac{W}{m^3} \right],$$

$$C_3 := \frac{2 \cdot R}{s} = 72 [-],$$

$$Bi := \frac{\alpha \cdot R}{\lambda} = 1,57 \cdot 10^{-3} \left[\frac{m^2 K}{W} \right] \cdot \alpha \left[\frac{W}{m^2 K} \right],$$

ahol

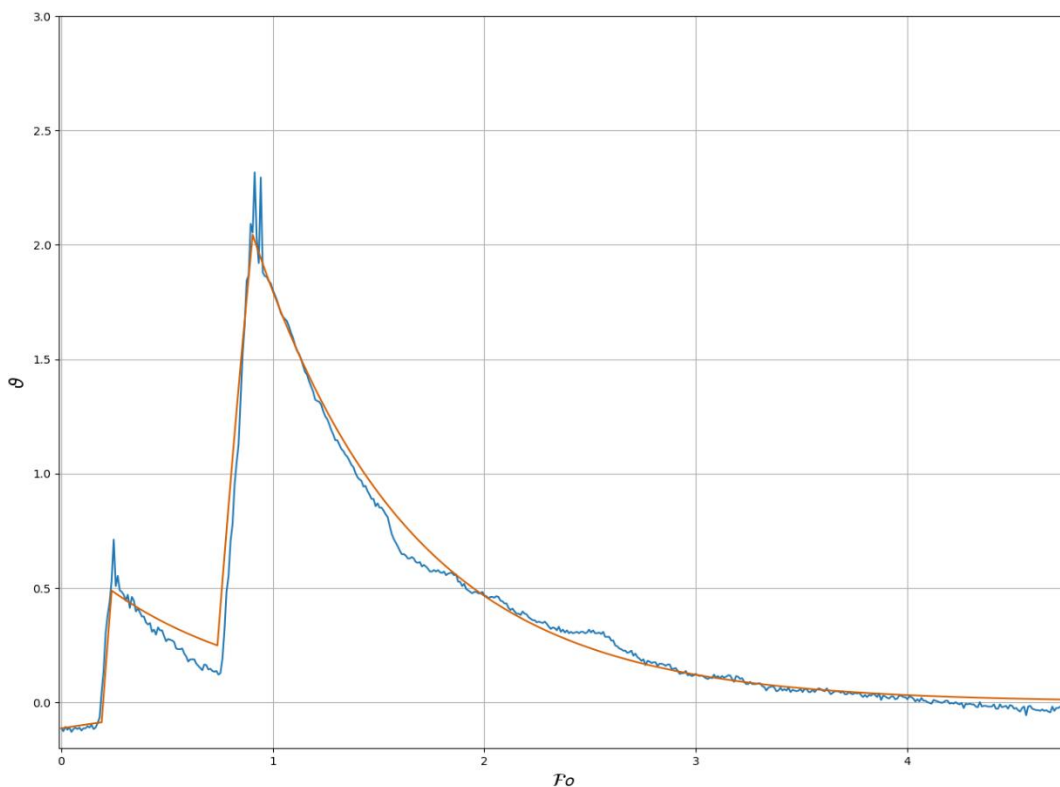
$$q_s^* = 10^{8,2} \left[\frac{W}{m^3} \right],$$

$$\alpha = 10^{1,75} \frac{W}{m^2 K} \approx 56 \frac{W}{m^2 K} \text{ általam meghatározott értékek.}$$

4. NUMERIKUS SZIMULÁLÁS

A szimulációhoz szükséges kódot Python-ban írtam meg. Kettő szimulációt végeztem el. Az egyes esetek közt a különbség a szimuláció hossza, a melegedési szakasz hossza, és elhelyezkedése, illetve a kezdeti és vég hőmérséklet adatok. Ez alapján akármilyen mérésre lefutatható a szimuláció, csupán az említett adatokat kell megváltoztatni. A 3.5. fejezetben leírt paramétereket az első mérés alapján határoztam meg, és a szimulációt a második mérésen teszteltem. Ennek az eredménye a 5. ábrán látható, ahol a dimenziótlan hőmérsékletet ábrázoltam a Fourier-szám függvényében.

Szimulációnk egyelőre számszerűleg nem teljesen pontos, viszont jellegre helyes értékeket ad. Kvantitatíven is helyes eredményeket kaphatunk, ha a paramétereket illesztjük, illetve a forgó és álló szakaszokon különböző hőtadási tényezőket alkalmazunk.



5. ábra: Féktárcsa dimenziótlán hőmérséklete a Fourier-szám függvényében
Kékkel: mérés
Sárgával: szimuláció

5. ÖSSZEFOGLALÁS

Ez a dolgozat azt próbálta bizonyítani, hogy van értelme a forgó testekben hőforrás hatására történő hőmérsékletváltozás mérésével, és szimulációjával foglalkozni. Úgy gondolom ebben sikerrel jártunk. Az eredmények alapján láthatjuk, hogy téma tovább vihető komolyabb irányokba is, és azt is, hogy melyik elemeivel érdemesebb melyekben foglalkozni. Láthatjuk, hogy milyen irányba haladhatunk a mérés, az adatfeldolgozás és a numerikus szimulációt figyelembe véve.

Összességében úgy gondolom, hogy habár a fékteljesítmény romlásának kimérése sikertelen volt, mégis sikeresnek mondhatjuk a téma kidolgozását. Sikerült egy jelleghelyes értékeket szolgáltató szimulációt megalkotni, és a mérés elvi háttérének használhatóságát is tudtuk bizonyítani. Ezzel egy stabil alapot biztosítottunk az további célok elérésének.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Ioan Feier, Joseph Way, Rob Redfield; Bicycle Disc Brake Thermal Performance: Combining Dynamometer Tests, Bicycle Experiments, and Modeling; Proceedings; ISEA 2020; 2020; 100-106. oldal; (2023. 10. 16.)
- [2] Ioan Feier, Robin Redfield; Thermal/Mechanical Measurement and Modeling of Bicycle Disc Brakes; Proceedings; ISEA 2018; 2018; 215-221. oldal; (2023. 10. 16.)
- [3] Ali Belhocine, Mostefa Bouchetara; Investigation of temperature and thermal stress in ventilated disc brake based on 3D thermomechanical coupling model; Ain Shams Engineering Journal; Elsevier B.V.; 2013; 3. kötet; 475-483. oldal; (2023. 10. 16.)