

Nanoméretű VO₂ fázisváltó memória kapcsolásának vizsgálata végeelem szimulációval

Investigation of nanoscale VO₂ phase-change memory device using finite element simulation

HORNUNG Péter^{1,2}, Dr. PÓSA László^{2,3}

¹⁾ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3., +36 1 463 1111, +36 1 463 1110, info@bme.hu, https://www.bme.hu/

²⁾ Energiatudományi Kutatóközpont, Műszaki Fizikai és Anyagtudományi Intézet, 1121 Budapest, Konkoly-Thege Miklós út 29-33, +36 1 392 2222, info@ek-cer.hu, https://www.ek-cer.hu/

³⁾ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Természettudományi Kar, Fizika Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3., +36 1 463 1111, +36 1 463 1110, info@bme.hu, https://www.bme.hu/

Abstract

Vanadium dioxide (VO₂) undergoes a structural transformation from a semiconducting structure to a metallic phase at around 68°C. Accordingly, the electrical resistivity of the material decreases by several orders of magnitude. The phase transition can also be triggered electrically, by applying a sufficiently high voltage. In this paper, the separate and combined effects of Joule heat and electric field on the transition process are investigated using the finite element method.

Keywords: vanadium dioxide, resistive memory, microelectronics, finite element simulation, phase change

Kivonat

A vanádium-dioxid (VO₂) 68°C körül félvezető szerkezetből fémes fázisba alakul át. Ennek megfelelően az anyag elektromos ellenállása több nagyságrenddel csökken. A fázisátalakulás a környezeti hőmérséklet megemelése mellett elektromosan is kiváltható, kellően nagy feszültség alkalmazásával. Ebben a dolgozatban a Joule-hő és az elektromos tér különálló és együttes hatását vizsgáljuk a kapcsolat folyamatára végeelemes szimulációval.

Kulcsszavak: vanádium-dioxid, rezisztív memória, mikroelektronika, végeelemes szimuláció, fázisváltozás

1. Bevezetés

Dolgozatomban egy valós eszköz alapján, végeelem szimuláció segítségével elemzem egy VO₂ alapú rezisztív kapcsolóban végbemenő kapcsolási folyamat körülményeit, és az eszköz OFF állapotában mutatott karakterisztikáit. A szimuláció célja, hogy minél jobban reprodukálja a valós eszköz viselkedését, mely által betekintést nyerhetünk a kapcsolat jelensége mögött álló elektromos és termikus folyamatokba.

1.1. Rezisztív kapcsoló

A rezisztív kapcsoló olyan két terminállal rendelkező áramköri elem, melynek elektromos ellenállása változtatható megfelelő nagyságú feszültség/áram ráadásával. Általános esetben legalább két megkülönböztetett ellenállás-állapottal rendelkezik, melyek között az eszköz reverzibilisen kapcsolható [1]. Az ellenállás értéke a múltbeli állapotaitól (is) függ, ezért az eszköz memóriával rendelkező ellenállásnak is tekinthető. Az irodalomban gyakran használják rá a memriszor kifejezést, melyet a memória és a rezisztor szavak összevonásából kapunk, dolgozatomban ezért a memriszor és rezisztív kapcsoló szavakat szinonimaként fogom használni. A memriszor létezését L. Chua 1971-ben jósolta meg [2], először pedig a HP készített 2008-ban ilyen alkalmazásra TiO₂ alapú eszközt [3]. Szokás a negyedik fundamentális áramköri elemnek is nevezni az ellenállás, a kondenzátor és a tekercs mellett.

A memriszor gyakorlati használata nagy lehetőségeket rejt. Egyszerű szerkezeti felépítésének, illetve méretbeli és funkcionalitásbeli skálázhatóságának köszönhetően ígéretes jelölt, hogy bizonyos feladatokat a

CMOS áramköröknél hatékonyabban végezzen el. A memrisztorokat alkalmazhatjuk memóriaként (Resistive RAM), akár számítógépekben található flash memória kiváltására [4]. Ennél innovatívabb kutatási terület a mesterséges neurális hálózatok memrisztorokkal történő hardver szintű megvalósítása. A memrisztorok keresztosor elrendezése (crossbar-array) lehetővé teszi az adatok egy helyen történő tárolását és feldolgozását, valamint a műveletek párhuzamosítására is képes, tovább növelve a számítási sebességet [5].

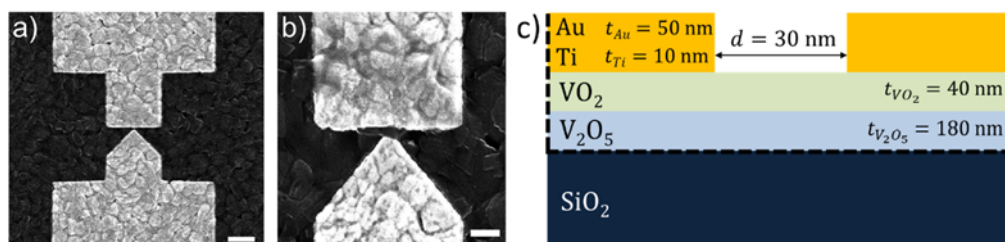
2. VO₂ fázisváltó memória

2.1. Általános ismertetés

A vanádium-dioxid (VO₂) $T_c = 68^\circ\text{C}$ körüli hőmérsékleten szerkezeti átalakuláson megy keresztül: félvezető monoklin szerkezetből fémes tetragonális állapotba vált. Ennek megfelelően az anyag elektromos ellenállása több nagyságrenddel csökken, illetve az optikai tulajdonságai is megváltoznak. Ez az úgynevezett szigetelő-fém átalakulás (IMT: Insulator-Metal Transition). Tapasztalatok alapján elektromos úton is kiváltható a fázisátalakulás: elegendően nagy feszültség alkalmazása esetén a réteg átbillenthető kis ellenállású állapotba (ON), a feszültség megszüntetésével pedig visszaalakul az eredeti nagy ellenállású állapotba (OFF). Ennek köszönhetően a VO₂ illékony memóriaként értelmezhető, és alkalmassá válik a memrisztorokban való felhasználásra [6]. A kapcsolási jelenség azonban rendkívül komplex mind térben, mind időben. Bizonyos esetekben pusztán Joule-hővel, máskor pedig tisztán az elektromos tér jelenlétével magyarázzák a kapcsolást. Az IMT magyarázatára a szakirodalomban jelenleg nincs teljes egyetértés [7].

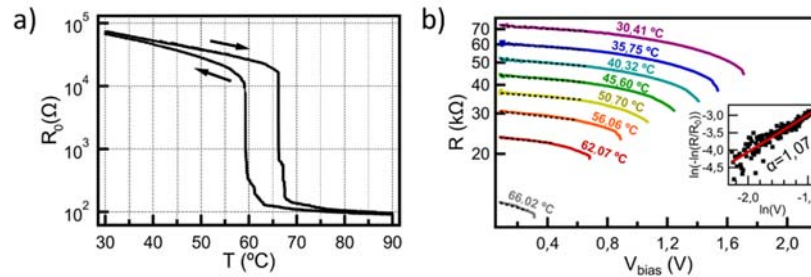
2.2. Szimuláció alapjául szolgáló eszköz bemutatása

A szimulációs modellt egy valós eszköz alapján állítom fel, melyet az Energiatudományi Kutatóközpontban készítettek el. A legyártott eszköz esetén Si/SiO₂ hordozón lévő vanádium réteget oxidáltak. Transzmissziós elektronmikroszkóp (TEM) mérés alapján megállapítható, hogy az oxidáció során két különböző sztöchiometriájú vanádium-oxid réteg alakul ki: a felső VO₂ réteg alatt egy vastagabb V₂O₅ réteg jelenik meg. Ezután a VO₂ rétegre Ti/Au elektródákat vittek fel, köztük mindössze egy $d = 30$ nm széles rést hagyva. Az eszköz geometriájának különlegessége (a nanoméretű rés mellett), hogy az egymással szemben elhelyezkedő elektródák közül az egyik téglalap, a másik háromszög alakú (1.a. ábra). A kialakítás célja, hogy a kapcsolást (IMT-t) egy rendkívül kicsi és jól definiált térrészre összpontosítsa. Amikor a fémelektródákra adott feszültség eléri egy V_{set} küszöbértéket, az eszköz magas ellenállású állapotból alacsony ellenállású állapotba vált. A kapcsolat során a két fémelektróda között egy vezetési csatorna alakul ki a VO₂ rétegen keresztül. A kapcsolási ciklus $10^4 - 10^5$ alkalommal megismételhető, melyek során a kapcsolási paraméterek nem változnak, illetve az eszköz nem degradálódik jelentős mértékben (1.b. ábra).



1. ábra. Az eszköz kialakítása: a) felülnézetből, b) a rés környékének kinagyításával, c) sematikus ábra oldalnézetből

Az elektromos ellenállás mérésével megállapítható, hogy a fázisváltó hőmérséklet (T_c) alatt az eszköz félvezető tulajdonságokat mutat. Alacsony feszültség ($V_{bias} = 100$ mV) ráadása mellett a hőmérsékletet növelve megvizsgálható $R_0(T)$, az eszköz ellenállásának hőmérséklet függése (2.a. ábra). A hőmérsékletet szobahőmérsékletről fokozatosan növelve megfigyelhető, hogy amint annak értéke $T_c = 66,22^\circ\text{C}$ fölé emelkedik, az ellenállásban hirtelen csökkenés következik be, miközben a VO₂ fémes állapotba megy át. A visszahűtés során hiszterézis tapasztalható, melynek következtében az eszköz $7,2^\circ\text{C}$ -kal kisebb hőmérsékleten vált vissza az eredeti félvezető állapotába.



2. ábra. Az eszköz karakterisztikái: a) elektromos ellenállás a hőmérséklet függvényében, b) ellenállás-feszültség görbék különböző alaphőmérsékletek mellett

Amennyiben az eszköz oldalán és alján rögzítjük a hőmérsékletet ($T_0 = 30,41^\circ\text{C}$), feszültség ráadásával is kiváltható a fázisátalakulás, ami $V_{set} = 1,71$ V kapcsolási feszültségnél következik be (2.b. ábra lila görbe). Amennyiben a feszültséget valamilyen más T_0 alkalmazása mellett kapcsoljuk az eszközre, hogy V_{set} értéke megváltozik. A 2.b. ábra mutatja az $R(V_{bias})$ görbéket különböző alaphőmérsékletek alkalmazása mellett a kapcsolás pillanatáig (OFF állapotban).

A megfigyelt karakterisztikák értelmezéséhez érdemes először két lehetséges extrém eset tárgyalni: amikor tisztán termikus és amikor tisztán elektromos hatások felelősek az IMT kiváltásáért. Tisztán termikus esetben arra számíthatnánk, hogy alacsony tápfeszültség ($V_{bias} < 0,4$ V) mellett az ellenállás értéke konstans marad, ugyanis a disszipált teljesítmény elhanyagolható ($P = V^2/R$ összefüggés miatt). Esetünkben azonban enyhe csökkenés figyelhető meg az ellenállás értékekben már kis feszültség ráadásakor is, mindegyik T_0 esetében (2.b. ábra). Tudjuk azonban, hogy az elektromos mező fontos szerepet játszik a kapcsolásban, ugyanis a nanoméretű résben az elektromos térerősség értéke meghaladhatja a $0,5$ MV/cm értéket. Ekkora nagyságú elektromos térerősség bizonyos esetekben már önmagában is elég fázisváltozás indukálásához [9]. Összességében megfogalmazható az a sejtés, hogy az IMT jelenségét a termikus és az elektromos leírás külön-külön nem magyarázza, hanem ezeknek valamilyen együttes hatása váltja ki a kapcsolást.

3. Modellalkotás

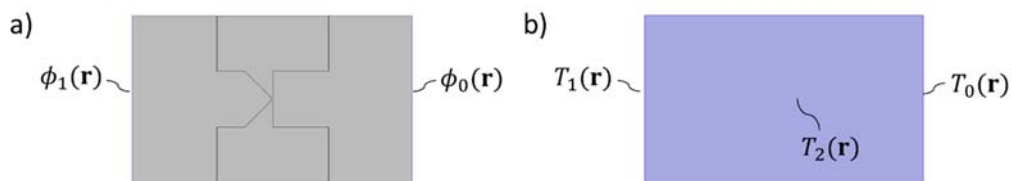
3.1. Matematikai háttér

A felvázolt probléma szemlélhető elektromos, termikus és az ezek összekapcsolásával kapott elektrotermikus eseként. A folyamatoknak csak az állandósult állapotát tekintjük, változók időbeli deriváltjai nullát adnak. A megfogalmazott peremérték-problémákat numerikusan, végeelem módszerrel oldom meg.

Az elektromos eset stacionárius áramlási térként értelmezhető, melyben a mágneses indukció hatása elhanyagolható. Az ezt leíró egyenlet a Maxwell-egyenletekből levezethető [10]:

$$-\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0. \quad (1)$$

ahol σ a fajlagos vezetőképesség, ϕ pedig a skalárpotenciál. Esetünkben az eszköz egyik oldalán peremfeltételként $\phi_1(\mathbf{r}) = V_{bias}$, a második oldalán pedig $\phi_0(\mathbf{r}) = 0$ V (föld) van definiálva (3.a. ábra). Az így fellépő potenciálkülönbség $\phi_1(\mathbf{r}) - \phi_0(\mathbf{r}) = V_{bias}$ nagyságú feszültséget hoz létre az eszközön. Az eszköz többi külső felületdarabján az áramsűrűség normál irányú komponense 0 A/m², mivel nem folyik ki áram a felületből. Definiálhatunk ezen kívül két vezető közeg határán érvényesülő belső feltételeket is: az elektromos térerősség tangenciális komponense folytonosan halad át a határfelületen, valamint az áram normál irányú komponense szintén folytonos két érintkező felületek között.



3. ábra. Peremfeltételek: a) elektromos (felülnézetből), b) termikus (alulnézetből)

A termikus esetet leíró egyenlet a stacionárius hőátadás differenciálegyenletének egyszerűsítéséből származik [11]:

$$-\nabla \cdot (k\nabla T) = Q, \quad (2)$$

ahol k a hővezetési tényező, T a hőmérséklet, Q pedig a térfogati hőforrás. A vizsgált esetben az eszköz alján, illetve két oldalán $T_0(\mathbf{r}) = T_1(\mathbf{r}) = T_2(\mathbf{r}) = T_0$ konstans értéken fixáljuk az alaphőmérsékletet (3.b. ábra). Az eszköz többi külső felületén a szilárd test és a levegő közötti hőátadást definiáljuk. Az eszközön belüli rétegek között nem folytonos a hőmérséklet-átmenet, melynek mértékét a termikus kontakt ellenállással (R_{th}) fejezhetjük ki.

Az elektromos és termikus modell a Joule-hőn keresztül kapcsolható össze, mely az egységnyi térfogatra jutó teljesítményként határozható meg:

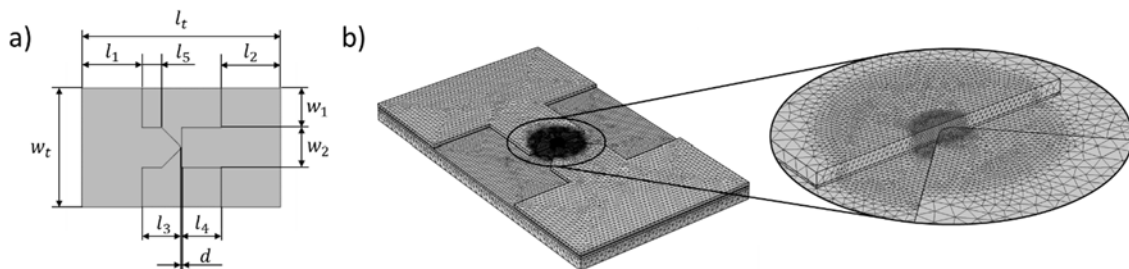
$$Q_e = \mathbf{J} \cdot \mathbf{E}, \quad (3)$$

ahol Q_e a disszipált hő (Joule-hő), \mathbf{J} az áramsűrűség vektor, \mathbf{E} pedig az elektromos térerősség vektor. A Joule-hő térfogati hőforrásként jelenik meg a (2) egyenlet jobb oldalán, így megadható a két esetet összekapcsoló elektrotermikus differenciálegyenlet:

$$-\nabla \cdot (k\nabla T) = Q_e. \quad (4)$$

3.2. Geometria és háló

A 3.1. alfejezetben bemutatott peremérték-problémák megoldásához COMSOL Multiphysics végeelem szoftvert használok. A szimulációhoz létrehozott 3D geometria dimenziói megegyeznek a valós eszköz méreteivel (4.a. ábra), melyek a következők: $l_t = 5000 \text{ nm} + d$, $l_1 = l_2 = 1500 \text{ nm}$, $l_3 = l_4 = 1000 \text{ nm}$, $l_5 = 500 \text{ nm}$, $w_{total} = 3000 \text{ nm}$, $w_1 = w_2 = 1000 \text{ nm}$, $d = 30 \text{ nm}$. A rétegek vastagságát a 1.c. ábra szemlélteti.



4. ábra. 3D modell: a) geometriai méretek, b) numerikus háló a rés kinagyításával

A 3D geometria térbeli diszkretizálásához tetraédes numerikus hálót hoztam létre, négy különböző elemmérettel. A legfinomabb hálót az elektródák közti résben alkalmaztam, hogy a kis tartományra eső hirtelen hőmérsékletgradienst érzékelní lehessen, a réstől kifelé haladva az elemméretet növeltem. A generált háló minőségének ellenőrzése céljából hálófüggetlenségi vizsgálatot végeztem, melynél a maximális hőmérsékletet hasonlítottam össze több elemszám alkalmazása mellett. Az eredmények egymáshoz képest 0,5%-on belül adódtak, így megállapítható volt, hogy a háló további finomítása nem vezetne az eredmények változásához.

3.3. Anyagtulajdonságok

Az elektródák hővezetési tényezőit a COMSOL által megadott értékekre állítottam: $k_{Au} = 311 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, $k_{Ti} = 21,9 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$. A V_2O_5 hővezetési tényezőjéhez a $k_{V_2O_5} = 1,75 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$ értéket használtam, mely egy 150 nm vastag kristályos film rétegen lett mérve [12]. A fázisváltozás során a VO_2 hővezetési tényezője hirtelen megváltozik, melyet egy hőmérsékletfüggő ugrásfüggvény segítségével definiáltam a szimulációban: $k_{VO_2} = 3,5 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, ha $T < T_c$ és $\kappa_{VO_2} = 6 \text{ W/(m}\cdot\text{K)}$, ha $T > T_c$ [13]. A levegő és szilárd test közötti hőátadási tényező meghatározására a *Convective Correlation* funkciót alkalmaztam, mely empirikus adatok alapján határozza meg a hőátadási tényező értékét különböző geometriákra. Az elektródák nagy fajlagos vezetőképességgel rendelkeznek: $\sigma_{Au} = 45,6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$, $\sigma_{Ti} = 2,6 \cdot 10^6 \text{ S/m}$. Ezzel szemben a V_2O_5 fajlagos vezetőképessége szinte elhanyagolható, szakirodalom alapján: $\sigma_{V_2O_5} = 0,04 \text{ S/m}$ [14].

A VO_2 fajlagos ellenállásának meghatározásakor a hőmérsékletfüggés mellett megjelenik az elektromos mező hatása is valamilyen elektromos transzport mechanizmuson keresztül. Szakirodalom alapján a VO_2

vezetési mechanizmusa, mely hőmérséklet és feszültség függő is egyben, a következő egyenlettel foglalható össze:

$$R(V_{bias}, T) \approx R_0(T) \cdot \exp \left[- \left(\frac{V_{bias}}{V_c} \right)^\alpha \right]. \quad (5)$$

Az (5) egyenletben $R_0(T)$ az alacsony feszültség mellett mért hőmérséklet-függő ellenállás (2.a. ábra); V_c pedig egy karakterisztikus feszültség, amely több különböző fizikai mennyiség és állandó összevonásából álló kifejezés. Az eszközön eső feszültség segítségével megbecsülhető az elektromos térerősség nagysága az aktív régióban (résben): $E \approx V_{bias}/d$. A karakterisztikus elektromos térerősség pedig $E_c \approx V_c/d$. Így felírható a fajlagos ellenállás:

$$\rho(E, T) \approx \rho_0(T) \cdot \exp \left[- \left(\frac{E}{E_c} \right)^\alpha \right], \quad (6)$$

ahol $\rho_0(T)$ értéke $R_0(T)$ egy hőmérsékletfüggetlen geometriai szorzótényezővel átskálázható. A kitevőben szereplő α definiálja a vezetési mechanizmus típusát, melyet az (5) egyenlet átrendezésével határozhatunk meg. Ha $\ln(-\ln(R/R_0))$ -t ábrázoljuk $\ln(V_{bias})$ függvényében, ahol V_{bias} értéke a 0,005 – 0,4 V tartományon belül változik, akkor α az egyenes meredekségét adja (2.b. ábra belső panel). Ezt minden T_0 mellett kapott ellenállás görbével megismételve látható, hogy α értéke 0,9 – 1,07 között mozog. Ebből következik, hogy a vezetési mechanizmus a Zener alagutazással azonosítható, melynél $\alpha = 1$ [15]. Az (5) egyenletbe $\alpha = 1$ helyettesítésével V_c meghatározható, melyből E_c származtatható.

A szimuláció során a hőmérséklet átmenetet a felületek között folytonosnak tekintetem, kivéve a VO₂/fém elektródák határánál. Az ezen a felületen megtalálható termikus kontakt ellenállás (R_{th}) fontos szerepet játszik a VO₂ felmelegedésében [16]. Ez az érték a modellben egy állítható paraméter, melyet úgy választottam meg, hogy a szimulált kapcsolási feszültségek különböző alaphőmérsékletek mellett minél jobban közelítsék a mért V_{set} értékeket. Ahogy azt a (6) egyenlet szemlélteti, a VO₂ fajlagos ellenállása függ a karakterisztikus elektromos térerősségtől (E_c). Ennek értékét oly módon határoztam meg, hogy a szimulált $\ln(R(V)) - V_{bias}$ görbe meredeksége alacsony feszültségnél megközelítse a mért görbe meredekségét.

4. Eredmények

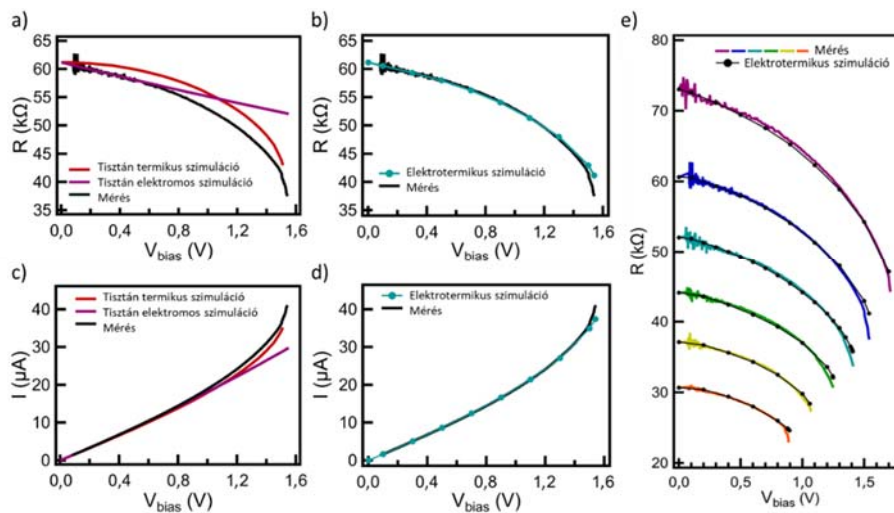
4.1. Ellenállás-feszültség és áram-feszültség karakterisztikák

Az 5.a. ábra piros színe jelöli a tisztán termikus esethez tartozó, szimulált $R(V_{bias})$ görbét $T_0 = 35,75^\circ\text{C}$ mellett OFF állapotban. Ebben az esetben $\rho(E, T) = \rho_0(T)$, tehát a fajlagos ellenállás elektromos térerősség-függésétől eltekintettünk. A modellben így egyetlen változtatható paraméter a termikus kontakt ellenállás (R_{th}) volt. Az elektromos hatások nélkül az ellenállás értéke kis feszültség mellett közel konstans az alacsony értékű Joule-hő miatt, a nemlineáris hatások csak magasabb feszültségen jelentkeznek.

Az 5.a. ábra lila színe ábrázolja a tisztán elektromos esethez tartozó, szimulált $R(V_{bias})$ görbét $T_0 = 35,75^\circ\text{C}$ mellett, OFF állapotban. Ebben az esetben a fajlagos ellenállásnak csak térerősség-függése volt, a Joule-hő hatásaitól eltekintettünk. Itt a karakterisztikus elektromos tér (E_c) volt az egyetlen illesztett paraméter. Megfigyelhető, hogy a tisztán elektromos esetben a szimulált görbe kezdeti meredeksége ugyan megegyezik a mért görbe meredekségével, magasabb feszültségen azonban nem reprodukálja a megfigyelt nemlineáris viselkedést.

A 5.b. ábrán az elektrotermikus esetet ábrázoltam $T_0 = 35,75^\circ\text{C}$ mellett, OFF állapotban. Ebben a modellben a (6) egyenletnek megfelelően a fajlagos ellenállásban megjelenik a hőmérséklet és térerősség-függés is. A szimuláció eredményeként kapott $R(V_{bias})$ görbe alacsony feszültség mellett a mérésnek megfelelő meredekséggel indul, valamint, magas feszültségen erős nemlineáris viselkedést mutat a Joule-hő miatt. A modellben a két változtatható paraméter a termikus kontakt ellenállás, illetve a karakterisztikus elektromos térerősség. Előbbi értéke $R_{th} = 7,5 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2\text{K/W}$ -nak adódott, mely az irodalomban fellelhető értéktartományba esik [7], E_c értéke pedig 96,7 MV/m volt.

Az imént bemutatott példához hasonlóan kiterjeszthetjük az elektrotermikus szimulációt, és elvégezhetjük a többi alaphőmérséklet mellett is a vizsgálatot. Az így kapott $R(V_{bias})$ görbék minden T_0 mellett jó közelítést adnak a mérési eredményekhez viszonyítva (5.e. ábra). A különböző színek a különböző alaphőmérsékletek melletti szimulációkat jelölik.



5. ábra. $R(V_{bias})$ görbék OFF állapotban: a) tisztán termikus és elektromos és b) elektrotermikus esetben; $I(V_{bias})$ görbék OFF állapotban: c) tisztán termikus és elektromos és d) elektrotermikus esetben; e) $R(V_{bias})$ görbék OFF állapotban elektrotermikus esetben változó T_0 mellett

Míg a tisztán elektromos és tisztán termikus szimuláció esetében jelentős eltérés tapasztalható a mérési adatokhoz képest, az elektrotermikus esetben az ellenállásra vonatkozó mindkét feltétel teljesült: a görbe kis feszültségen vett meredeksége visszaadta a méréssel kapott értéket és a magasabb feszültségen megfigyelhető nemlinearitás is kielégítő volt. Ezzel együtt az $I(V_{bias})$ karakterisztika is jó közelítést adott. Megállapítható tehát, hogy az eszköz működését a OFF állapotban akkor tudjuk a legpontosabban leírni, ha az elektrotermikus modellt használjuk, amiben a termikus és elektromos folyamatok egyszerre, egymással párhuzamosan vannak jelen.

5. Irodalmi hivatkozások

- [1] L. Pósa, *Resistive switching in ultrasmall nanogap devices*. PhD Thesis, 2019.
- [2] L. Chua, *Memristor-The missing circuit element*. IEEE Transactions on Circuit Theory. 1971, 18(5), 507-519.
- [3] D. B. Strukov et al., *The missing memristor found*. Nature, 2008, 453, 80-83.
- [4] D. Ielmini, *Reliability issues and modeling of Flash and post-Flash memory*. Microelectronic Engineering - MICROELECTRON ENG, 2009, 86(7-9), 1870-1875.
- [5] Z. Wang et al., *Fully memristive neural networks for pattern classification with unsupervised learning*. Nature Electronics, 2018, 1, 137-145.
- [6] N. Manca et al., *Planar nanoactuators based on VO_2 phase transition*. Nano Letters, 2020, 20(10), 7251-7256.
- [7] Y. Kalcheim et al., *Non-thermal resistive switching in mott insulator nanowires*. Nature Communications, 2020, 11, 2985.
- [8] B. Simon Mün et al., *Role of joule heating effect and bulk-surface phases in voltage-driven metal-insulator transition in VO_2 crystal*. Applied Physics Letters, 2013, 103, 061902.
- [9] A. Joushaghani et al., *Electronic and thermal effects in the insulator-metal phase transition in VO_2 nano-gap junctions*. Applied Physics Letters, 2014, 105, 231904.
- [10] Pávó J., Badics Zs., Bilicz S., Gyimóthy Sz., *Elektromágneses terek modellezése*, elektronikus egyetemi jegyzet, BME Villamosmérnöki és Informatikai Kar, edu.vik.bme.hu (2021) (átdolgozás és kiegészítés alatt)
- [11] COMSOL, *Heat Transfer Module, User's guide* (2018) <https://doc.comsol.com/5.4/doc/com.comsol.help.heat/HeatTransferModuleUsersGuide.pdf>
- [12] M. Kang et al., *Optical and thermal properties of V_2O_5 thin films with crystallization*. Journal of the Korean Physical Society, 2013, 62, 1134-1138.
- [13] D.-W. Oh et al., *Thermal conductivity and dynamic heat capacity across the metal-insulator transition in thin film VO_2* . Applied Physics Letters, 2010, 96(15), 151906.
- [14] X. Sheng, Z. Li, Y. Cheng, *Electronic and Thermoelectric Properties of V_2O_5 , MgV_2O_5 , and CaV_2O_5* . Coatings, 2020, 10(5), 453.
- [15] M. Eckstein, T. Oka, and P. Werner, *Dielectric breakdown of mott insulators in dynamical mean-field theory*. Phys. Rev. Lett., 2010, 105, 146404.
- [16] S. M. Bohachuk et al., *Localized triggering of the insulator-metal transition in VO_2 using a single carbon nanotube*. ACS Nano, 2019, 13, 11070-11077.