

Erőszabályozás aktuátor dinamikájának figyelembevételével

Effects of actuator dynamics in force control

TÓTH Rudolf R., Dr. STÉPÁN Gábor

Műszaki Mechanikai tanszék
Gépészmérnöki Kar
Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Magyarország, Budapest H-1521
Tel.: +36 1 463 1369, fax.: +36 1 463 3471
mechanics@mm.bme.hu, www.mm.bme.hu

Abstract

The aim of force control tasks is to keep a desired force between the actuator and workpiece. Besides the dynamics of the workpiece, the modal properties of the actuator also have significant effect on the control process. This control problem may be studied using a two degree of freedom mechanical model. The effects of various signal processing algorithms are also investigated, and ideal control parameters are determined.

Keywords: force control, delay, sampling

Kivonat

Az erőszabályozás célja egy előírt erő tartása az aktuátor és a munkadarab között. A munkadarab dinamikáján kívül az erőmérő szenzor és az aktuátor modális tulajdonságai is jelentős hatással vannak a szabályozás működésére. Ez az erőszabályozási feladat legegyszerűbben egy két szabadságfokú mechanikai modell segítségével írható le. A szabályozást megvalósító különböző jelfeldolgozási folyamatok hatásai kerülnek összehasonlításra.

Kulcsszavak: erőszabályozás, időkésés, mintavételezés

1. Bevezetés

Az erőszabályozás feladata több mérnöki területen megjelenik [1]. A gyártástechnológiában is előfordul, például rugalmas munkadarabok nagy fordulatszámú marása közben [2]. Ilyen esetben a munkadarab megtámasztásával nagyban csökkenthető a termelékenységet korlátozó rezgések kialakulása. Ezek a gyártástechnológiai problémák szolgálnak a cikk motivációjaként, azonban az itt bemutatott eredmények az erőszabályozás általánosabb körére alkalmazhatók.

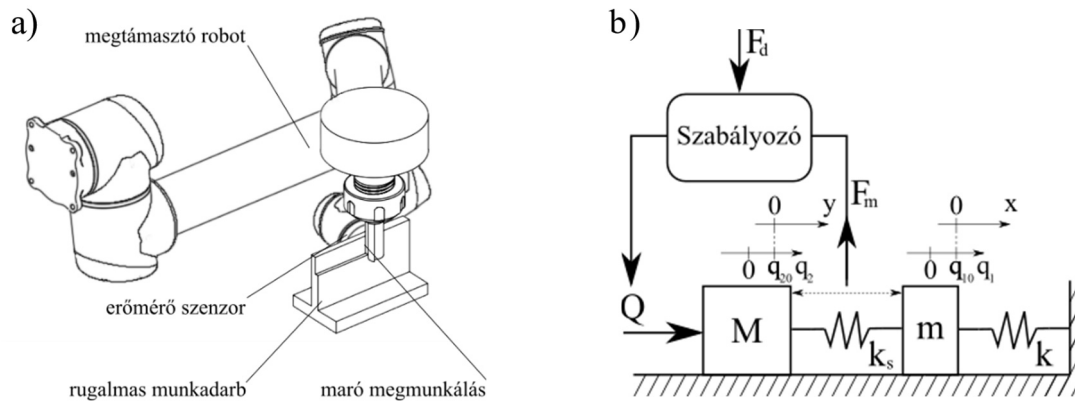
Erőszabályozási feladatok kivitelezhetők a végeffektorra szerelt erő érzékelővel, erőmérő szenzorral, amelyek manapság a piacon széles körben elérhetők. A cikkben az ilyen elrendezéssel megvalósítható szabályozás algoritmus kerül vizsgálatra, mely segítségével az előírt erő tartható az aktuátor és munkadarab között [3,4]. A munkadarab dinamikáján kívül az erőmérő szenzor és az aktuátor modális tulajdonságai jelentős hatással vannak a szabályozás működésére, ezért a cikkben ez is figyelembevételre kerül.

A szabályozást megvalósító különböző jelfeldolgozási folyamatok különböző dinamikai jelenségeket okoznak. Ide tartozik a jelfeldolgozással járó folytonos időkésés [5], illetve a digitális rendszerekre jellemző mintavételezés [6]. Egy stratégia lehet a jelfeldolgozásból adódó hatások csökkentése: az időkésés csökkentése, illetve a mintavételezési frekvencia növelése. Ebben az esetben jó közelítést adhat a jelen idejű szabályozási modell is. A jelfeldolgozási hatások pontos analízise azonban arra is lehetőséget ad, hogy javítsuk a szabályozás hatékonyságát a jelen idejű megoldáshoz képest. Másrészt kisebb hatékonyság mellett ugyan, de csökkenthetjük a számítási, illetve anyagi költségeket alacsonyabb mintavételezési frekvencia választásával.

2. Mechanikai modell

A robottal támogatott anyagmegmunkálási feladat az 1. ábra a) részén látható. Ebben a fejezetben az így bevezetett erőszabályozási feladatot leíró mechanikai modell kerül megalkotásra, mely érvényes egyéb, általánosabb esetekben is.

A munkadarabról feltételezhető, hogy jellemzően a leglágyabb rezgéskép irányában alakulnak ki nemkívánt rezgések. Ekkor a munkadarab jellemezhető egyetlen szabadsági fokkal és ehhez tartozó modális tulajdonságokkal, pontosabban egy m tömeggel és k merevségű rugóval. Feltételezzük, hogy a munkadarab belső csillapítása alacsony, így a mechanikai modellben egyelőre elhanyagoljuk. Az aktuátor és munkadarab közti konstans F_d előírt erő megvalósításához annak valós idejű mérésére van szükség. Ezt a végeffektorra szerelt erősenzor segítségével tesszük meg, mely mechanikai szempontból egy nagy k_s merevségű rugónak tekinthető, melynek összenyomódása mérhető és ez ad információt az F_m mért erőről. A szabályozó kör által meghatározott Q erővel avatkozunk a folyamatba, azonban ez az aktuátor M tehetetlensége miatt nem fejthető ki közvetlenül a munkadarabra. Az így definiált mechanikai modell az 1. ábra b) részén látható, a q_1 és q_2 általános koordinátákkal kiegészítve.



1. ábra. Az erőszabályozás két szabadságfokú mechanikai modellje.

A 1. ábra mechanikai modelljéhez tartozó mozgásegyenlet alakja a következő

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1(t) \\ \ddot{q}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1(t) \\ q_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Q(F_d, F_m) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Ebben a cikkben csak a legegyszerűbb proporcionális visszacsatolást, úgynevezett P szabályozást vizsgálunk [7], tehát

$$Q = -P(F_m - F_d) + F_m. \quad (2)$$

A kiválasztott F_d előírt erő mellett a szabályozási stratégia olyan, hogy az ehhez tartozó egyensúlyi pontban a Q kiadott erő is F_d -vel egyenlő, így az egyensúlyi pontban

$$\begin{bmatrix} k + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{10} \\ q_{20} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ F_d \end{bmatrix}, \quad (3)$$

tehát

$$q_{10} = \frac{F_d}{k}, \quad q_{20} = F_d \left(\frac{1}{k} + \frac{1}{k_s} \right). \quad (4)$$

A (4) egyenletnek megfelelően bevezethető az 1. ábra b) részén látható x és y koordináta:

$$x(t) = q_1(t) - q_{10}, \quad y(t) = q_2(t) - q_{20}. \quad (5)$$

Az új koordinátákkal a mozgásegyenlet transzformált alakja

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k + k_s & -k_s \\ -k_s & k_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Q(F_d, F_m, t) - F_d \end{bmatrix}, \quad (6)$$

ami mátrixos alakban a következőképpen írható:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}^*. \quad (7)$$

A mozgásegyenlet tovább alakítható, ha bevezetjük $x_m(t)$ és $y_m(t)$ jelöléseket a mért állapotváltozókra, melyek segítségével az F_m mért erő így írható fel:

$$F_m(t) = k_s(y_m(t) + q_{20} - x_m(t) - q_{10}). \quad (8)$$

Behelyettesítve a (4) egyenletet,

$$F_m(t) = k_s(y_m(t) - x_m(t)) + F_d. \quad (9)$$

A (2) és (9) egyenlet felhasználásával a \mathbf{Q}^* általános erő vektor alakja

$$\mathbf{Q}^* = (1 - P)\mathbf{B}\mathbf{x}_m(t), \quad (10)$$

ahol

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -k_s & k_s \end{bmatrix}, \quad \text{és} \quad \mathbf{x}_m(t) = \begin{bmatrix} x_m(t) \\ y_m(t) \end{bmatrix}. \quad (11)$$

A mért állapotváltozók önálló jelölésének előnye, hogy segítségével az összes vizsgált jelfeldolgozó algoritmus esetére általánosan megfogalmazható a mozgásegyenlet a (7) és (10) képletek segítségével

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) + (P - 1)\mathbf{B}\mathbf{x}_m(t) = \mathbf{0}. \quad (12)$$

Végül a (12) egyenleten elvégezhető modális transzformáció, melynek eredményeképp az alábbi egyenletet kapjuk

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\xi}(t) \\ \ddot{\eta}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_{n1}^2 & 0 \\ 0 & \omega_{n2}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} + (P - 1) \begin{bmatrix} \frac{\omega_{n1}^2}{d_1^2} & -\frac{\omega_{n2}^2}{d_1 d_2} \\ -\frac{\omega_{n1}^2}{d_1 d_2} & \frac{\omega_{n2}^2}{d_2^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_m(t) \\ \eta_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

mátrixos jelöléssel

$$\mathbf{I}\ddot{\boldsymbol{\xi}}(t) + \boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\xi}(t) + (P - 1)\mathbf{R}\boldsymbol{\xi}_m(t) = \mathbf{0}. \quad (14)$$

A (13) egyenletben szereplő ω_{n1} , ω_{n2} paraméterek a szabályozatlan rendszer sajátkőrfrekvenciáinak felelnek meg és d_1 , d_2 paraméterekkel együtt a korábban bevezetett m , M , k és k_s paraméterek szerepét töltik be. A modális transzformáció nem csak a 3. fejezetben bemutatott számításokat könnyíti meg, de gyakorlati jelentősége is van, ugyanis a sajátkőrfrekvenciák mérési úton is elérhető paraméterek.

A továbbiakban az m , M , k és k_s paraméterek alábbi értékeivel dolgozom

$$m = 5 \text{ kg}, \quad M = 100 \text{ kg}, \quad k = 500 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, \quad k_s = 1000 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, \quad (15)$$

melyek az alábbi modális paraméter értékeknek felelnek meg

$$\omega_{n1} = 57.097 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad \omega_{n2} = 553.841 \frac{\text{rad}}{\text{s}}, \quad d_1 = 1.0113, \quad d_2 = 6.7102. \quad (16)$$

3. Jelfeldolgozási algoritmusok

3.1. Időkésés nélkül

A következő fejezetben különböző jelfeldolgozási algoritmusok mellett vizsgáljuk az erőszabályozást leíró (14) mozgásegyenletet. Stabilitásvizsgálatot végzünk, ami segít a megfelelő P szabályozási paraméter kiválasztásában. Az így vizsgált esetek mindössze a mért erő, illetve az ehhez tartozó mért állapotváltozók meghatározásában különböznek.

A legegyszerűbb esetben feltételezhetjük, hogy a szabályozó kör működése kellően gyors, gyakorlatilag késés nélkül csatolható vissza a mért erő érték, így $\xi_m(t) = \xi(t)$ és $\eta_m(t) = \eta(t)$. A stabilitás vizsgálható a karakterisztikus egyenlettel, ahol a stabilitás feltétele, hogy az összes karakterisztikus exponens valós része negatív. A késés nélküli triviális esetben nincs szükség erre, mivel a P szabályozás felfogható egy virtuális rugóként. Tehát csillapítás hiányában csak a stabilitás határesetének elérése lehetséges, amennyiben

$$P > 0. \quad (17)$$

Amennyiben nem tekintenénk el a természetes csillapításoktól, stabilizálhatóvá válik a rendszer, azonban a lecsengés sebességét kizárólag a munkadarab természetes, kis mértékű csillapítása adja.

3.2. Folytonos időkézés

A munkadarab és aktuátor közti kialakult erő mérése, majd az ehhez tartozó beavatkozó jel számolása és végül ennek továbbítása az aktuátorhoz nem feltétlen tekinthető azonnalinak. Ebben az esetben jelentős τ időkézés léphet fel a jelfeldolgozási algoritmusban. Ilyen módon a mért állapotváltozók is késleltetettek lesznek: $\xi_m(t) = \xi(t - \tau)$ és $\eta_m(t) = \eta(t - \tau)$. Az időkézés miatt a karakterisztikus egyenlet transzcendens, végtelen számú gyökkel. Ebben az esetben is megfogalmazható a stabilitási kritérium, ami szerint az összes gyök valós része negatív kell, hogy legyen. Tehát a stabilitási határokat azok a pontok alkotják a τ, P síkon, melyek mellett legalább egy gyök valós része nulla, azaz $i\omega$ alakú. Ezeket a stabilitási határokat dinamikus stabilitási határnak is nevezzük és kereshetjük az alábbi egyenlet megoldásaként:

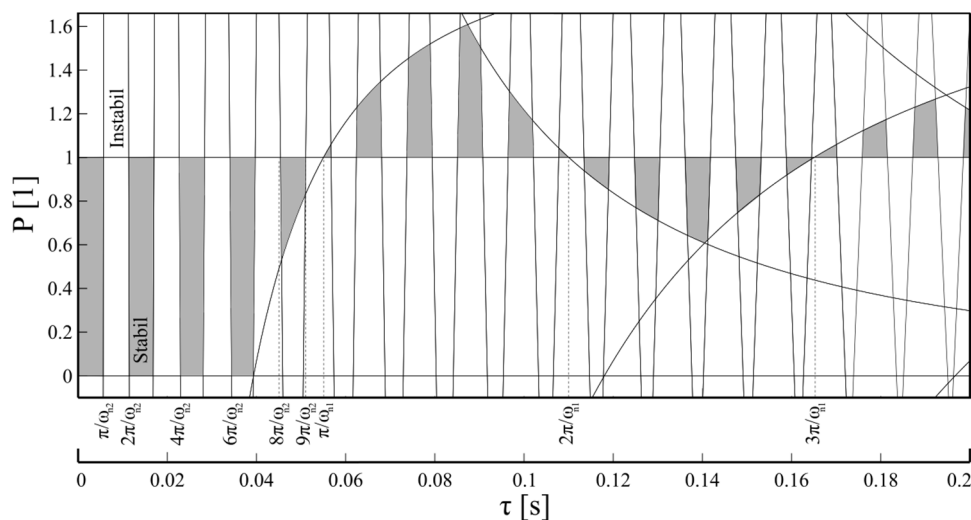
$$\det(-I\omega^2 + \Omega + (P - 1)Re^{-i\omega\tau}) = 0 \quad (18)$$

A (18) egyenletben szereplő determináns kifejthető, majd szétbontható valós és képzetes egyenletekre. Ezek után az alábbi megoldásokat kapjuk a τ és P paraméterekre az ω paraméter függvényében

$$\tau(\omega) = n \frac{\pi}{\omega}, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (19)$$

$$P(\omega) - 1 = (-1)^n \frac{-\omega^4 + (\omega_{n1}^2 + \omega_{n2}^2)\omega^2 - \omega_{n1}^2\omega_{n2}^2}{\frac{\omega_{n1}^2\omega_{n2}^2}{a_1^2} + \frac{\omega_{n1}^2\omega_{n2}^2}{a_2^2} - \frac{\omega^2\omega_{n1}^2}{a_1^2} - \frac{\omega^2\omega_{n2}^2}{a_2^2}} \quad (20)$$

Megfigyelhető (20) kifejezésben, hogy $P(\omega) - 1$ függvénynek zérushelyei $\omega = \omega_{n1}$ és $\omega = \omega_{n2}$, illetve aszimptotája algebrai átalakítások után a szabad munkadarab sajátfrekvenciáját eredményezi $\omega = \pm\sqrt{k/m}$. A (19) és (20) egyenletben bemutatott stabilitási határon kívül $P = 1$ is dinamikus stabilitási határ, ez felel meg az effektív szabályozás hiányának, amikor mindössze konstans F_d erőt fejtünk ki az aktuátorral. Dinamikus stabilitási határok mellett statikus stabilitási határ is létezik, mely a nulla sajátértékhez tartozik és a $P = 0$ egyenest eredményezi. Amennyiben a stabilitási határokat a τ, P síkon ábrázoljuk, a 2. ábrán látható stabilitási térképet kapjuk. A stabilitási határok által meghatározott területek közül szemidiszkrétizáció [8] segítségével választjuk ki a stabil, illetve instabil részeket, amiket a 2. ábra mutat.



2. ábra. Erőszabályozás stabilitási térképe konstans időkézés mellett.

A 2. ábrán látható stabilitási térképnek több gyakorlati következménye is van. Az első, hogy kis időkézés mellett csillapítás nélkül is exponenciálisan stabil szabályozást kapunk $0 < P < 1$ szabályozó paraméter esetén, azonban instabil szabályozást eredményez $P > 1$. Ez is mutatja a 3.1. fejezet eredményének korlátozott érvényességét. Ezen túl viszont az is megfigyelhető, hogy megfelelő τ időkézés megválasztásával akár $P > 1$ mellett is stabilizálható a szabályozás. A stabilitási térkép

jellegére (19) és (20) egyenlet ad magyarázatot. Eszerint a stabilitási térkép felbontható időkésés szerinti sávokba, melyeket a $n\pi/\omega_{n1}$ és $n\pi/\omega_{n2}$ értékek határolnak. Minden második így kijelölt sávban létezik stabil tartomány és ez $0 < P < 1$ között található amennyiben páros darab $n\pi/\omega_{n1}$ határt léptünk át vagy $P > 1$ tartományban páratlan határátlépés történt. Ez azt is jelenti, hogy mindössze a szabályozatlan sajátfrekvenciák és időkésés ismeretében P paraméter nagyságrendileg meghatározható, illetve elkerülhetők a veszélyes időkésés értékek, melyek mellett nem található stabil tartomány.

3.3. Mintavételezés

Szabályozási körök költséghatékonyan kivitelezhetők és programozhatók digitális jelfeldolgozás alkalmazásával, ezért ez a gyakorlatban legelterjedtebb eset. Ilyenkor a mért erő és állapotváltozók a mintavételezés és a nulladrendű tartó hatásának vannak kitéve. Bevezethetjük az f_s mintavételezési frekvenciát és az így kialakuló időlépést $\tau = 1/f_s$. Ekkor a mért állapotváltozók

$$\xi_m(t) = \xi(t_{j-1}) \text{ és } \eta_m(t) = \eta(t_{j-1}) \quad t \in [t_j, t_{j+1}), \quad \text{ahol } t_j = j\tau, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

Felhasználva (14) egyenletet, két időlépés között a beavatkozó jel

$$\mathbf{a}_j = (1 - P)\mathbf{R}\xi(t_{j-1}). \quad (22)$$

Ennek ismeretében a mozgástörvény $t \in [t_j, t_{j+1})$ időlépésben

$$\begin{bmatrix} \xi(t) \\ \eta(t) \end{bmatrix} = \mathbf{\Omega}^{-1}\mathbf{a}_j + \begin{bmatrix} C_1 \cos(\omega_{n1}t) + C_2 \sin(\omega_{n1}t) \\ C_3 \cos(\omega_{n2}t) + C_4 \sin(\omega_{n2}t) \end{bmatrix}, \quad (23)$$

ahol C_i konstansok az előző időlépés felhasználásával alkotott kezdeti feltételből határozhatók meg. A (23) egyenlet által leírt mozgás stabilitása vizsgálható, amennyiben egy lineáris leképezés formájában írjuk fel. Ez megtehető az alábbi mátrixok segítségével, melyek elemeit a (23) egyenletből, annak időszerinti deriváltjából, illetve a (22) egyenletből válogatjuk össze a megfelelő időpontokban:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \xi(t_j) \\ \eta(t_j) \\ \dot{\xi}(t_j) \\ \dot{\eta}(t_j) \end{bmatrix} = \mathbf{H}_j \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} 0 \\ \xi(t_{j+1}) \\ \eta(t_{j+1}) \\ \dot{\xi}(t_{j+1}) \\ \dot{\eta}(t_{j+1}) \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{j+1} \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix}, \quad \text{illetve} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{a}_{j+1} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_0 \begin{bmatrix} \mathbf{a}_j \\ \xi(t_j) \\ \eta(t_j) \\ \dot{\xi}(t_j) \\ \dot{\eta}(t_j) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

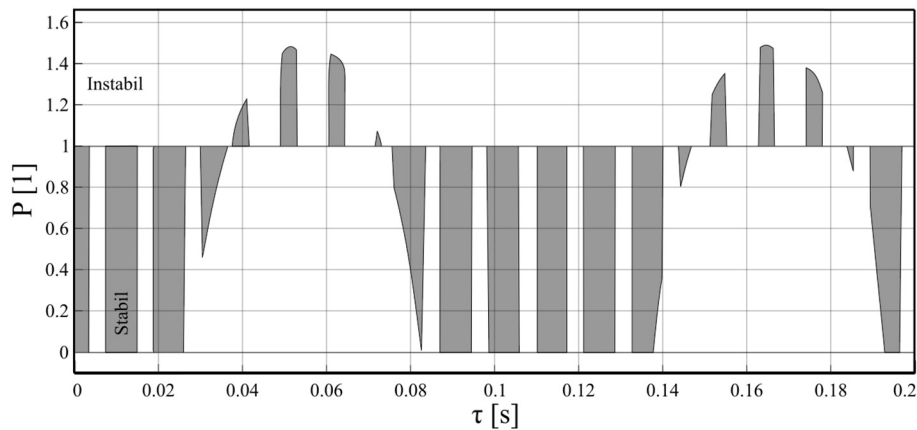
A (24) egyenlet felhasználásával a szabályozás nyomán kialakult mozgást leíró hatdimenziós lineáris leképezés alakja

$$\mathbf{z}_{j+1} = \mathbf{A}\mathbf{z}_j, \quad \text{ahol } \mathbf{z}_j^T = [\mathbf{a}_j \quad \xi(t_j) \quad \eta(t_j) \quad \dot{\xi}(t_j) \quad \dot{\eta}(t_j)], \quad \text{és } \mathbf{A} = \mathbf{H}_{j+1}\mathbf{H}_j^{-1} + \mathbf{H}_0. \quad (25)$$

Az \mathbf{A} lineáris leképezés a következő formát ölti a (25) egyenlettel való számítás után

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & (P-1)\frac{\omega_{n1}^2}{d_1^2} & (P-1)\frac{\omega_{n2}^2}{d_1 d_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & (P-1)\frac{\omega_{n1}^2}{d_1 d_2} & (P-1)\frac{\omega_{n2}^2}{d_2^2} & 0 & 0 \\ \frac{1}{\omega_{n1}^2}(1 - \cos(\omega_{n1}\tau)) & 0 & \cos(\omega_{n1}\tau) & 0 & \frac{1}{\omega_{n1}}\sin(\omega_{n1}\tau) & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_{n2}^2}(1 - \cos(\omega_{n2}\tau)) & 0 & \cos(\omega_{n2}\tau) & 0 & \frac{1}{\omega_{n2}}\sin(\omega_{n2}\tau) \\ \frac{1}{\omega_{n1}}\sin(\omega_{n1}\tau) & 0 & -\omega_{n1}\sin(\omega_{n1}\tau) & 0 & 0 & \cos(\omega_{n1}\tau) & 0 \\ 0 & \frac{1}{\omega_{n2}}\sin(\omega_{n2}\tau) & 0 & -\omega_{n2}\sin(\omega_{n2}\tau) & 0 & \cos(\omega_{n2}\tau) \end{bmatrix}. \quad (26)$$

A szabályozás stabilitása \mathbf{A} mátrix sajátértékei alapján határozható meg: amennyiben minden sajátérték abszolút értékben kisebb 1-nél, akkor a rendszer stabil. A 3. ábra az így meghatározott stabilitási térképet tartalmazza.



3. ábra. Erőszabályozás stabilitási térképe mintavételezés mellett.

A mintavételezés esetére vonatkozó 3. ábra stabilitási térképe hasonlít az időkééses eset 2. ábrájára. Nagy mintavételezési frekvencia, tehát kis időlépés mellett a szabályozás $0 < P < 1$ szabályozó paraméter mellett exponenciálisan stabil. Létezik stabil tartomány $P > 1$ esetben is, azonban nem figyelhető meg olyan egyértelmű struktúra, mint a konstans időkééses eset 2. ábráján.

4. Eredmények

A cikkben az erőszabályozás kétszabadságfokú mechanikai modelljét vizsgáltuk, ezzel figyelembe véve az aktuátor dinamikáját. Stabilitásvizsgálatot végeztünk a szabályozást megvalósító jelfeldolgozási algoritmusok közül a késés nélküli, konstans időkéésés, illetve mintavételezés esetében. A konstans időkéésés és mintavételezés esetének vizsgálatából megállapítható, hogy nagyon kis időkéésés, illetve nagy mintavételezési frekvencia mellett sem elhanyagolható a hatásuk: a $P > 1$ szabályozó paraméter instabilitáshoz vezet mindkét esetben. A konstans időkéésés esetében a stabilitástérkép struktúrájának meghatározására sikerült olyan módszert mutatni, melyhez mindössze a kétszabadságfokú szabályozatlan rendszer sajátfrekvenciáinak ismerete szükséges.

Köszönetnyilvánítás

A cikkben közölt kutatást a Magyar Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFI-K-132477, KKP-133846) támogatta.

Irodalmi hivatkozások

- [1] Whitney, D.E., *Historical perspective and state of the art in robot force control*. International Journal of Robotics Research, 1985, 6, 3-14.
- [2] Budak E., Kops L., *Improving Productivity and Part Quality in Milling of Titanium Based Impellers by Chatter Suppression and Force Control*, CIRP Annals, 2000, Volume 49, Issue 1, Pages 31-36
- [3] Sciavicco, L., Siciliano, B., *Modelling and control of robot manipulators*. Springer Science & Business Media, 2001
- [4] Raibert, M.H., Craig, J.J., *Hybrid position/force control for computer controlled manipulators*, ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1981, 102, 125-133.
- [5] Zhang L., Stepan G., *Bifurcations in basic models of delayed force control*, Nonlinear Dynamics, 2020, 99, 99-108
- [6] Colgate, J.E., Schenkel, G.G., *Passivity of a class of sampled-data systems: application to haptic interfaces*. J. Robot. Syst. 1997, 14(1), 37-47
- [7] Craig, J.J., *Introduction to Robotics Mechanics and Control*, Addison-Wesley, Reading, 1986
- [8] Insperger T., Stepan G., *Semi-Discretization for Time-Delay Systems – Stability and Engineering Applications*, Springer, New York, 2013