

# Csigamaró-homloklfelület köszörűtárcsa szukcesszív profilkorrekciója

## A successive profile correction of the gear hob's rake face grinding wheel

*HODGYAI Norbert<sup>1</sup>, GÁL Károly István<sup>2</sup>, Dr. MÁTÉ Márton<sup>3</sup>, Dr TOLVALY-ROȘCA Ferenc<sup>4</sup>*

1,2,3,4 Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar, Marosvásárhely/  
Koronka, Calea Sighișoarei nr. 2 tel: +40 265 206 210, fax: +40 265 206 211, office [at]ms.sapientia.ro

<sup>1</sup> hodgyai[at]ms.sapientia.ro <sup>2</sup> gal.karoly.istvan[at]student.ms.sapientia.ro,

<sup>3</sup> mmate[at]ms.sapientia.ro, <sup>4</sup> tferi[at]ms.sapientia.ro

### Abstract

*Results presented in literature are showing that there is no procedure of perfect grinding of the gear hob's helical rake face. In this paper a step-by-step method is proposed. Starting from a plane generating surface of the grinding wheel, first the maximum interference between this and the theoretical helical rake face is computed. This result is used for the first correction of the grinding wheel profile. The next corrections are made considering the differences between the theoretical rake face and the surface meshed by the corrected generating grinding surface, till the difference reaches the minimum realizable value.*

**Keywords:** gear-hob, rake face, grinding wheel, sectioning, successive approximation

### Kivonat

*A szakirodalomban fellelhető eredmények azt mutatják, a csigamaró csavar-homloklfelületét semmilyen módszerrel nem lehet matematikailag pontosan megköszörűlni. Jelen közleményben egy lépésenként közelítő eljárást javasoljuk. A síklapú köszörűtárcsából kiindulva, kiszámítjuk az elméleti csavarfelület és a tárcsa legmélyebb áthatását, majd ennek megfelelően korrigáljuk a tárcsát. A továbbiakban a korrigált tárcsával gyártott csavarfelület és az elméleti csavarfelület közötti különbség figyelembevételével végezzük el a soron levő korrekciót, mindaddig, amíg a különbség eléri a lehető legkisebb értéket.*

**Kulcsszavak:** csigamaró, homloklfelület, köszörűtárcsa, elmetszés, sukceszív közelítés

## 1. Modul-csigamaró homloklfelületének köszörülése

A modul csigamaró napjaink legnépszerűbb lefejtő szerszáma. Nagy termelékenysége, hosszú élettartama tették népszerűvé. A szerszám megjelenése óta számos változatot állítottak elő. A szakembereket főként a termelékenység az éltartam és a pontosság növelése foglalkoztatta, ami a kreatív konstrukciós megoldásokon, a matematikai modellek tökéletesítésén és a forgácsolólapkák beépítésén, illetve a tömör keményfém marók létrehozásán keresztül valósult meg. A gyorsacél szerszámok esetében [1, 3, 4, 6] a kézenfekvő megoldás a többmenetű csigamaró szintézise volt, ám bebizonyosodott, hogy ennek pontossága az egybekezdésű szerszám pontosságát nem éri el. A termelékenység növekedését váltólapkás, majd tömör keményfém szerszámok előállításával próbálták elérni. A váltólapkák előállítási költsége napjainkra lényegesen lecsökkent, hozzáférhetőbbé téve ezeket, viszont a szerelési és tájolási hibákból adódóan nem érik el a monolit-szerkezetű, köszörült csigamarók pontosságát. A keményfém-szerszám pontossága a gyorsacél-szerszám pontosságával megegyező, de karbantartási költsége nagyobb, mint az utóbbié. Ennek alapján kijelenthető, hogy az éltartam-termelékenység-pontosság célkitűzés magas anyag- és gyártási költségek mellett megvalósulhat. Ez újabb modellek előállítására és ezek vizsgálatára ösztönöz.

A csigamarót leíró matematikai modellek [1-6, 8] mindegyike a szerszámot egy alapcsigából származtatja (evolvens, konvolut, néha Arkhimédész-féle csigából). Litvin bebizonyította, hogy bármennyire is pontos a csiga megmunkálása, a lefejtés során profilhiba keletkezik, mely a csiga osztóhengeri dőlésszögével arányos [2].

A homlokfelület alakjával, egyenleteivel és az élek alakjával kapcsolatosan kevesebb utalás a szakirodalomban. Általánosan elfogadott az a követelmény, hogy a homlok-csavarfelület osztóhengeri csavarvonalának a csiga osztóhengeri csavarvonalára merőlegesnek kell lennie, az oldaléleken (a generáló éleken) megjelenő működő homlok-és hátszögek kiegyenlítése végett. Radzewich a homlokfelületet vezérsíkos csavarfelületként írja le [1], vagyis olyan csavarfelületként, amelynek alkotója egy, a forgástengelyt elmetsző egyenes, mely  $p$  paraméterű csavarmozgása során párhuzamos marad a tengelyre merőleges síkkal. Ezt pedig a gyártás során megvalósíthatóknak találták. Bizonyos csigamarók esetében a fogácshorony – így a homlokfelület iránya is – párhuzamos a csiga tengelyével, ami egyszerűsítést eredményez, az oldalélek működő homlok- és hátszögei alakulásának rovására [9, 10, 11].

A csigamaró pontosságát jelentősen befolyásolja a homlok- és a hátfelületek alakja, ami főképpen az utánélezések során nyilvánul meg [8]. Emiatt úgy vélekedünk, hogy a homlokfelület alakját célszerű pontosan, a számításoknak megfelelően kialakítani.

Tanulmányaink során bizonyítottuk, hogy a gyakorlatban sík köszörűtárcsa-felület használata az elméleti homlokfelületet erőteljesen elmetszi, és ennek az elmetszésnek a nagysága a tárcsa átmérőjével és a tengelyének döntési szögével növekszik [12].

A végső homlokfelületet, hagyományos köszörűtárcsa-beállítás esetén ( $\lambda_f \leq \lambda_x \leq \lambda_a$ ) nem a tárcsa felületének a burkolója, hanem a tárcsa élének (legnagyobb körének) a különböző átmérőjű hengereken hagyott nyomai alakítják ki [13]. Tehát, amennyiben a kapcsolódási egyenlet megoldása nem vezet gyakorlatilag megvalósítható eredményre, akkor a csavar- homlokfelület elmetszések sorozataként alakul ki.

Az elmetszés elkerülésére felállított inverz módszer [14] segítségével kapott tárcsaprofil azonban az elméleti homlokfelülettől eltérő felületet állít elő, ami nem metsz bele az előbbibe, a tárcsának az előgyártmányba való beforgatása azonban interferenciát okoz, akár a korrigálatlan profilú sík tárcsa.

Az eddig elért eredmények alapján arra engednek következtetni, hogy az egyetlen bedöntéssel ( $\lambda_x$ ) beállított köszörűtárcsa a homlokfelülete csak is közelítően tudja előállítani. Célunk a továbbiakban a legjobb közelítés meghatározása, egyúttal a módszer alkalmazhatósága korlátjainak feltárása.

## 2. A szukcesszív profilkorrekció elve.

Tekintsük az 1. ábrán látható, egyetlen döntéses beállítást. A csavar-homlokfelület a csigamaróhoz csatolt  $x_2y_2z_2$  koordináta-rendszerben megadott [1, 12, 13, 14]

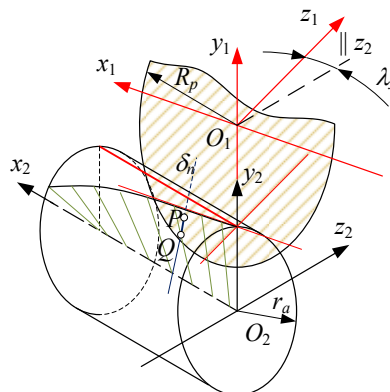
$$\underline{r}_2 = (pv \quad u \cos v \quad -u \sin v)^T \quad (1)$$

A köszörűtárcsa legnagyobb sugara  $R_p$ , ezzel a tengelytáv

$$a_w = R_p + r_f = R_p + r_a - H_s \quad , \quad (2)$$

ahol  $H_s$  a fogácshorony közörült mélysége,  $r_f$  pedig a csigamaró lábhenger-sugara. A köszörűtárcsa ( $x_1y_1$ ) síkja az ( $x_2y_2$ ) tengelysíkkal a  $\lambda_x$  szöget zárja be. Ennek a szögnek értékét a lábhengeri csavarvonal dőlésszögével egyenlőnek szokták venni, tehát  $\lambda_x = \lambda_f$ .

A következőkben meghatározzuk a tárcsának azon alhalmazát, amely a köszörülés során áthatásba kerül a csavarfelülettel. A csavarfelülettel áthatásba kerülő pontok halmazát a tárcsa síkjának és a csigamaró fejhengerének  $C$  áthatás-ellipszise, illetve a tárcsa fejköre határolja le. A vizsgálatnak alávetett pontok  $H$  halmazát ennek alapján a



1. ábra. A köszörűtárcsa és a csigamaró relatív helyzete

$$H = \left\{ (x_1, y_1) \mid x_1^2 + y_1^2 - R_p^2 \leq 0, \frac{x_1^2}{r_a^2} \sin^2 \lambda_x + \frac{(y_1 - a_w)^2}{r_a^2} - 1 \leq 0 \right\} \quad (3)$$

szabállyal adjuk meg, ahol az első feltétel a kör, míg a második feltétel az ellipszis belső pontjait jelöli. Numerikus módszert alkalmazva a (3) alkalmaz  $N_p$  számú diszkrét pontját azonosítjuk  $(x_i, y_i), i \in \overline{1, N_p}$ . A pontok kiválasztásához az  $R_p - H_s \leq \rho \leq R_p$  tartományú körgyűrűn  $N_k$  számú egyenlő távolságú körívet határoztunk meg, melyeket egyenlő hosszúságú diszkrét ívekre osztottunk. Így  $N_p = \sum_{i=1}^{N_k} n_{pi}$ , ahol  $n_{pi}$  az  $i$ -edik,  $\rho = R_p - H_s + \Delta\rho (i - 1)$  sugarú köríven felvehető pontok száma. Egyértelmű, hogy az  $N_p$  összpontszámot csak a numerikus felosztási eljárás végén kapjuk meg. A pontokat átírjuk a csigamaró koordináta-rendszerébe, a [12,13,14]-ben közölt  $\underline{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{M}_{21} \underline{\mathbf{r}}_1$  transzformáció alkalmazásával, ezáltal  $\forall i \in \overline{1, N_p}, (x_{1i}, y_{1i}) \rightarrow (x_{2i}, y_{2i})$ .

Felírjuk az  $(x_{2i}, y_{2i})$  tárcsapontból a csavarfelületre bocsájtott normálegyenest, amely ezt az ismeretlen  $(u_i, v_i)$  parametrikus koordinátákkal rendelkező pontban metszi. Legyen a normálegyenes egyenlete

$$\frac{x_2(u, v) - x_{2i}}{e_{x2}(u, v)} = \frac{y_2(u, v) - y_{2i}}{e_{y2}(u, v)} = \frac{z_2(u, v) - z_{2i}}{e_{z2}(u, v)} = t, i \in \overline{1, N_p} \quad (4)$$

Az  $\mathbf{e}$  normál-egységvektor irányítása a csigamaró homlokfelületéről a fogak belseje fele, tehát fém irányába értelmezett. Ez az 1. ábrán úgy értelmezhető, hogy az áthatási pontokban az  $e_{z2}$  összetevő mindig pozitív. A (4) egyenlet harmadik egyenlőségét figyelembe véve,  $z_2(u_i, v_i) = z_{2i} + t_i e_{z2}(u_i, v_i)$ . Ennek alapján el lehet dönteni a csavarfelület és a tárcsa kölcsönös helyzetét. Amennyiben  $t_i > 0$ , következik, hogy  $z_2(u_i, v_i) > z_{2i}$  ami azt jelenti, hogy a tárcsán felvett pont nem ér hozzá a csavarfelülethez, és a közöttük levő távolság  $t_i$ -vel egyenlő. Ha  $t_i = 0$  akkor a tárcsa pontja a csavarfelületen van. Végül, ha  $t_i < 0$ , akkor a tárcsa elmettszi a csavarfelületet.

Megoldjuk minden  $i \in \overline{1, N_p}$ -re a (4) egyenletrendszer, és megkapjuk az  $(u_i, v_i, t_i)_{i \in \overline{1, N_p}}$  megoldásokat.

Korrigáljuk a tárcsa figyelembe vett pontjainak kiindulási koordinátáit

$$\begin{cases} x_{2i}^* = x_2(u_i, v_i) - e_{x2}(u_i, v_i) t_i \\ y_{2i}^* = y_2(u_i, v_i) - e_{y2}(u_i, v_i) t_i \\ z_{2i}^* = z_2(u_i, v_i) - e_{z2}(u_i, v_i) t_i \end{cases} \quad (5)$$

Visszatranszformáljuk a korrigált pontok koordinátáit a tárcsához csatolt  $x_1 y_1 z_1$  koordináta-rendszerbe, és megkapjuk az  $(x_{1i}^*, y_{1i}^*, z_{1i}^*)_{i \in \overline{1, N_p}}$  korrigált ponthalmazt. A pontokat  $N_k$  számú alhalmazba soroljuk be, így, hogy mindegyik alhalmaz a tárcsa tartományára definiált adott  $P_i$  hengergyűrűjének felel meg, az alábbi feltétel alapján:

$$\Delta\rho = \frac{H_s}{N_k}, P_i = \left\{ (x_{1i}^*, y_{1i}^*, z_{1i}^*) \mid R_p - H_s + (i - 1)\Delta\rho \leq \sqrt{(x_{1i}^*)^2 + (y_{1i}^*)^2} \leq R_p - H_s + i \Delta\rho \right\} \quad (6)$$

Figyelembe véve az 1. ábrát, valamint azt, hogy a legkisebb interferencia lépjen fel, minden  $P_i$ ből egyetlen pontot választunk ki, éspedig azt, amelyiknek a  $z$ -koordinátája a legkisebb. A szelektálás elvégzés után  $N_k$  pontot kapunk, amelyekből felépítjük a tárcsa axiális profilját:

$$\begin{cases} y_{1i}^{**} = (x_{1i}^*)^2 + (y_{1i}^*)^2 \\ z_{1i}^{**} = z_{1i}^* \end{cases} \quad (7)$$

A kapott tárcsaprofillal kiszámítjuk a lefejtett csavarfelületet. Amennyiben a kapcsolódási egyenletnek ismét nincsen megoldása, akkor a [12]-ben ismertetett elmentéses módszert kell alkalmazni. Ha a kapcsolódási egyenletek van megoldása, akkor felírjuk az ideális csavarfelület és a lefejtett csavarfelület közötti különbséget, és a fent ismertetett (1)-(7) képletekkel korrigáljuk a tárcsa profilját. Az eljárást addig folytatjuk, amíg az alkalmazandó korrekció értéke egy előre, technológiai megfontolások alapján megválasztott érték alá nem süllyed. Ezzel meg tudjuk becsülni, hogy milyen pontossággal tudtuk az elméleti csavarfelületet megközelíteni, az egyetlen döntésszöges beállítással.

### 3. A modell kiértékelése.

A numerikus kiértékelést egy  $m = 5$  mm modulú, egyetlen bekezdésű,  $z_s = 10$  fogú, evolvens alapszigából származtatott csigamaróra végeztük el. Karakterisztikus méretei a következők:  $\lambda_0 = 3^\circ$ ;  $r_0 = 55.193$  mm;  $r_f = 36.99$  mm;  $H_s = 18.2$  mm;  $p = 911.474$  mm;

A tárcsa sugarát  $R_p = 35$  mm értékűnek választottuk, így a tengelytáv  $a_w = 71.99$  mm.

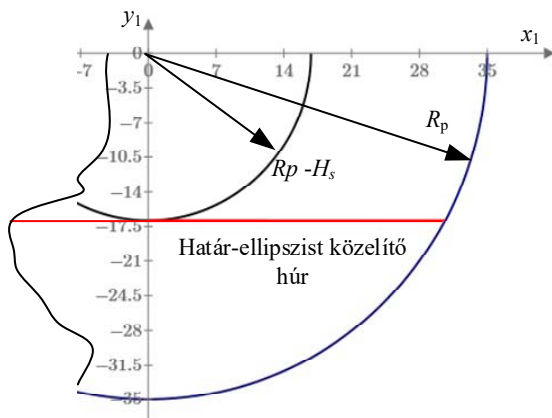
A tárcsa és az elméleti csavarfelület feltételezett áthatásának tárcsára értelmezett tartományát a 2. ábrán szemléltetjük. Könnyen észrevehető, hogy az ellipszis és a sík metszsvonala annyira lapított ellipszis, a  $\lambda_x = \lambda_f = 2^\circ 19' 27''$  tárcsatengely- döntési szög miatt, hogy egyenessel helyettesítjük, ennek megfelelően a kiindulási ponthalmazt a körselet-tartományból választjuk,  $\Delta\rho = \Delta l = 1$  mm-es felosztással. Eredményként egy 843 pontból álló ponthalmazt kaptunk (3. ábra.).

A számítások elvégzése után kapott dőféspontokat, a könnyebb azonosítás végett, a tárcsa felületével és az elméleti csavarfelülettel együtt a 4. ábrán tüntettük fel.

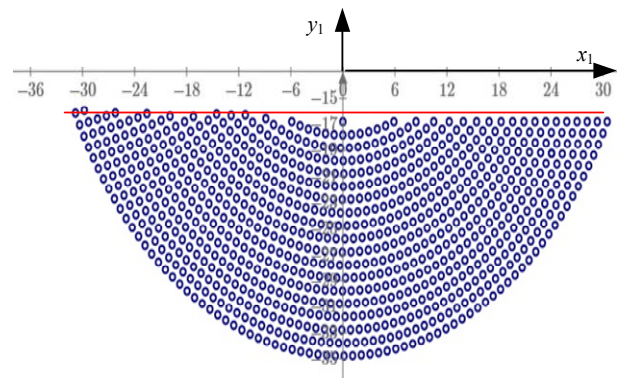
A távolságok előjeles eloszlása az 5 ábrán látható. A 4 ábrából kivehető, hogy a tárcsa hasznos tartományát az  $y_1$  tengely két részre osztja: az  $x_1$  tengely irányába eső féltartomány a csavarfelületbe belemetsz, míg ennek kiegészítő féltartománya a csavarfelülettől eltávolodik. Ez az 5. ábrán is megfigyelhető. A legnagyobb korrekció értéke  $t_{max} = 0.654$  mm, míg a legkisebb  $t_{min} = -0.625$  mm.

A jellegzetes korrekció kiválasztására  $N_k = 21$  körgyűrű intervallumot határoztunk meg. Az  $N_k$  pontok száma függ a felosztás finomságától. Egy adott értéken túl nagy valószínűséggel kapunk olyan intervallumot, amelyikbe egyetlenegy pont sem esik.

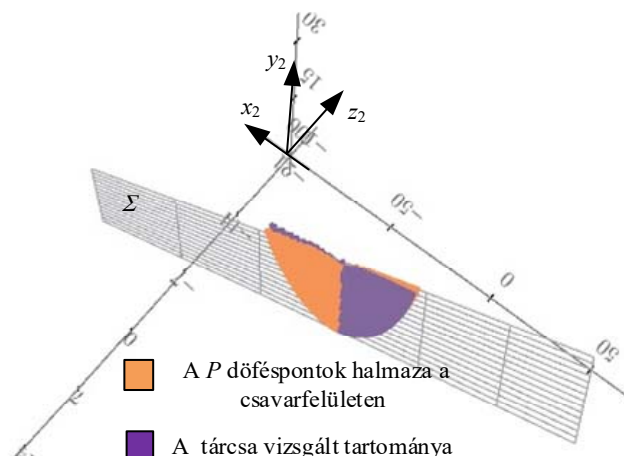
A korrigált profil a 6 ábrán látható.



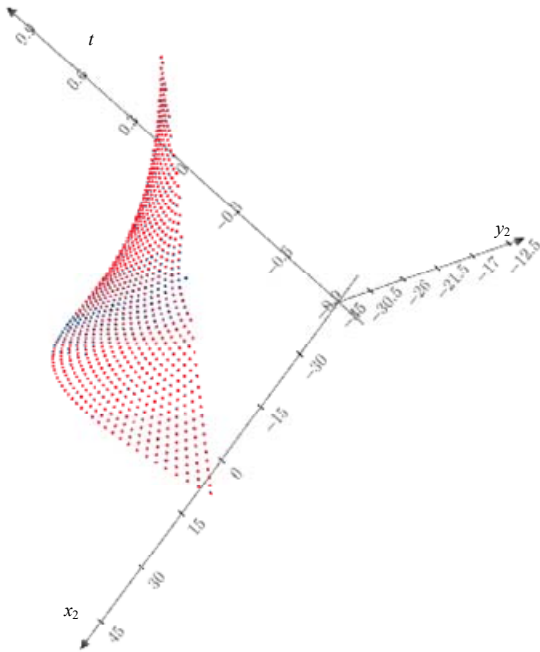
2. ábra. A tárcsa vizsgált pontjainak értelmezési tartománya



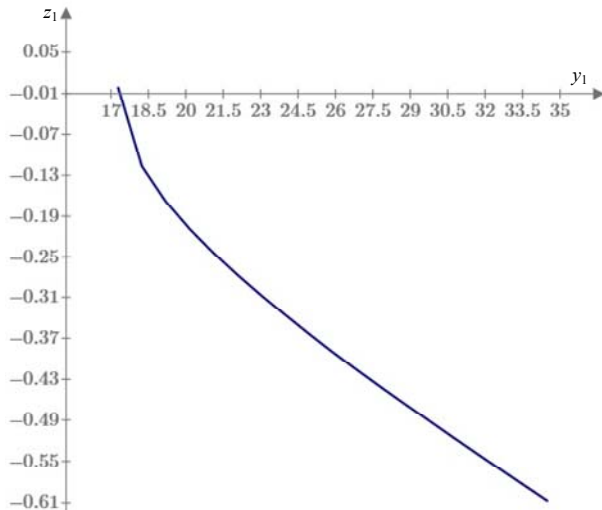
3. ábra. Az értelmezési tartományon belül kiválasztott 841 pont



4. ábra. A tárcsa, a csavarfelület és a dőféspontok



5. ábra. A távolságok szórása



6. ábra. A tárcsa profilja az első korrekció után

#### 4. Következtetések

A 6. ábra az első korrekció eredményét tükrözi. Az  $y$  tengelyre felvett értékek a forgástengelytől való távolságokat jelentik. Ezek a távolságok egyenlők annak a körnek a sugarával, amelyek az egyes gyűrűk vastagságát sugárirányban felezik, vagyis a gyűrűt lehatároló körök sugarának számtani középarányosával. A függőleges tengely a tárcsa forgástengelyét, vagyis a  $z_1$  tengelyt jelenti.

Észre lehet venni, hogy minél nagyobb a kör sugara, annál inkább kell negatív irányban korrigálni, hogy a jelentkező elmozdulást [12,13] arányosan csökkentsük.

A kapott görbét, a minél könnyebb burkolási számítások elvégzése érdekében, javasolt polinom alakban közelíteni.

#### Köszönetnyilvánítás

Hálána köszönjük a Sapientia Hungariae Alapítványnak jelen cikk alapját szolgáló kutatási tevékenység támogatását, a “Collegium Talentum” program keretében.

#### Irodalmi hivatkozások

- [1] Radzevich, S.P. *Gear cutting tools: fundamentals of design and computation*. CRC Press, NY, 2010 (*references*).
- [2] Litvin FL and Fuentes A. *Gear geometry and applied theory*. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [3] Máté M. *Hengeres fogaskerek gyártószerszámjai*. Erdélyi Múzeum-Egyesület, Kolozsvár, 2016.
- [4] Hollanda, D. *Aschiere si scule*. Reprografia I.I.S. Tg. Mures, 1982.
- [5] Dudás, I. *The theory and practice of worm gear drives*. Penton Press, London, 2000.
- [6] Liston K. *Hob basics Part II*. Gear Technol 1993; 10:18–23.
- [7] Bosch M. Economical production of high precision gear worms and other thread shaped profiles by means of CNCcontrolled worm and thread grinding machines. Bayern: Klingelberg Publication, 1988, pp. 3–19.

- [8] Máté, Márton and Hollanda, Dénes. "About the Profile Accuracy of the Involute Gear Hob" *Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering*, vol.9, no.1, 2017, pp.5-18. <https://doi.org/10.1515/auseme-2017-0006>
- [9] Balajti, Zs. *Development of the Manufacturing Geometry of Conical and Cylindrical Worms by Analysing of Their Axoids*. *Manufacturing Technology* 20(1), 2020. DOI: 10.21062/mft.2020.003
- [10] Balajti, Zs., Ábel, J., Dudás, I. *Examination for post-sharpening adjustment of cutting edge of a worm gear hob with circle arched profile in axial section*. *Procedia Manufacturing* 55(5-8), 2021: 260-265, DOI: 10.1016/j.promfg.2021.10.037
- [11] Balajti, Zs. *Determination of Undercutting Avoidance for Designing the Production Technology of Worm Gear Drives with a Curved Profile*. *Machines*. 2023; 11(1):56. <https://doi.org/10.3390/machines11010056>, (Q2, IF: 3.090)
- [12] N. Hodgyai, M. Máté, M.V. Drăgoi, F. Tolvaly-Roşca. *Peculiarities of the grinding process of a gear hob helical rake face*. *Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering*, 13 (2021) pp. 39-51.
- [13] M. Máté, F. Tolvaly-Roşca, N. Hodgyai and E. Egyed-Faluvégi. *A csigamaró-homlokfelület köszörülésének valós modellje*. XXX. Nemzetközi Gépész találkozó, Székelyudvarhely, 2022. Ápr. 21-24. <https://ojs.emt.ro/oget/article/view/787>.
- [14] Máté M., Tolvaly-Roşca F., Hodgyai N., Drăgoi M.V. *A new approach of defining the grinding wheel profile of the Gear Hob's Rake Face*. 2022 IEEE 22nd International Symposium on Computational Intelligence and Informatics and 8th IEEE International Conference on Recent Achievements in Mechatronics, Automation, Computer Science and Robotics (CINTI-MACRo), IEEE Xplore. DOI: 10.1109/CINTI-MACRo57952.2022.10029498.