

# Aszimmetrikus felületen fékező haszonjárművek biztonságkritikus szabályzása

## Safety critical control is commercial vehicles braking on asymmetric surfaces

GÁCSI László<sup>1</sup>, KISS Ádám<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar, Műszaki Mechanikai Tanszék

<sup>2</sup>MTA-BME Lendület Szerszámgéprezgécek Kutatócsoport 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 5,  
Tel.: +36 1 463-1370, E-mail: lacibarca99@gmail.com, [kiss\\_a@mm.bme.hu](mailto:kiss_a@mm.bme.hu)

### Abstract

*When commercial vehicles brake on split-mu surface, the difference in coefficient of friction creates a torque that can lead to loss of stability. To address this problem, the safety-critical controller was selected to keep the angular velocity about the vehicle's vertical axis and its side-slip angle within limits by intervening in the braking forces. To implement the simulation, the two-track bicycle model and a driver model with time delay and proportional feedback were used.*

**Keywords:** vehicles model, Safety-Critical Control, splitmu braking, nonlinear control

### Kivonat

*Haszonjárművek osztott tapadású felületen történő fékezése közben az eltérő súrlódási tényezők hatására perdítőnyomaték jelenik meg, mely stabilitásvesztéshez vezethet. A probléma megoldására a biztonságkritikus szabályzó lett kiválasztva, mely a fékezőerőkbe történő beavatkozáson keresztül tartja határokon belül a jármű függőleges tengelye körüli szögsebességét és oldalkúszási szögét. A szimuláció megvalósításához négykerekű biciklimodellt és időkésséssel ellátott, arányos visszacsatolással rendelkező sofőrmodellt használtam fel.*

**Kulcsszavak:** járműmodell, Biztonságkritikus Szabályzás, splitmu fékezés, nemlineáris szabályzás

## 1. Bevezetés

Aszimmetrikus felületen történő fékezés esetén a jármű eltérő súrlódási tényezőjű felületeken fékez. Ennek következményeként az oldalanként eltérő fékezőerők perdítőnyomatékot hoznak létre, mely szélsőséges esetben a jármű stabilitásvesztéséhez vezethet. A mérési eredmények alapján aszimmetrikus (másnéven musplit) fékezés során a jármű függőleges tengelye körüli szögsebessége és oldalkúszási szöge kritikus mértékben megnőhet, melyre átlagos sofőrök egyáltalán nincsenek felkészülve és emiatt a jármű feletti irányítást is elveszíthetik [1]. A kiperdülés elkerülésére a legkézenfekvőbb megoldás az lenne, ha a magas tapadású oldali kerekek az alacsony tapadású oldali kerekek fékerejével fékeznének. Ez viszont a féktávolság drasztikus növekedésével járna együtt, így egy másik, balesetveszélyes szituációt idéznénk elő. A biztonságos fékezéshez szükségzerűtől meg kellene segíteni a sofőrt, mégpedig a fékerőkbe történő beavatkozáson keresztül, ezek közül is a magas tapadású oldalon. A szabályzó módszer kiválasztásában segített az a felismerés, hogy bizonyos szögsebességekhez és oldalkúszási szögekhez a sofőr hozzá tud szokni és azokra képes megfelelően reagálni, feltéve, ha azok nem kellően nagyok. Erre a problémára kiválóan alkalmazható a biztonságkritikus szabályzás, mely éppen olyan fékezőerő bemenet megtervezésére nyújt lehetőséget, mely e két kulcsfontosságú változót adott határok között képes tartani [2], és ezáltal elkerülhető a musplit fékezés okozta kiperdülés. Másik előnye, hogy ez a módszer gond nélkül képes nemlineáris dinamikai rendszerek szabályzására is, hiszen esetünkben a járművek aszimmetrikus fékezését nem lehetséges linearizálni.

## 2. Dinamikai rendszer

A rendszer vizsgálatához elengedhetetlen a mechanikai modellalkotás. Ennek első lépése a járműmodell definiálása, majd ezt követően a teljes dinamikai rendszer leírásához a kerékmodellé és a sofőrmodellé.

## 2.1. Járműmodell

Az aszimmetrikus felületen fékezés modellezéséhez szükséges, hogy a modellben szét legyen választva a jármű jobb és bal oldalra az oldalanként eltérő fékezőerők miatt, illetve első és hátsó tengelyre az első tengely kormányozhatósága miatt. Így legalább négykerékű járműmodellre van szükségünk, melynek szabadtest ábrája az 1.a, ábrán látható. A későbbi, biztonságkritikus szabályzás megvalósításához a mozgásegyenletet az alábbi alakban keressük:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t))u, \quad (1)$$

ahol  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  az állapotváltozók vektora,  $\mathbf{f}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  és  $\mathbf{g}: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  a dinamikai modellt jellemző vektorfüggvények, illetve  $u \in \mathbb{R}$  a beavatkozási jel, esetünkben ez a magas tapadású oldali, első tengely fékezőereje. A mozgásegyenletet az Appell-Gibbs módszerrel vezethető le, melyre az alábbi differenciálegyenletet kapjuk [3]:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{\omega} \\ \dot{x}_E \\ \dot{y}_E \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}}_{\dot{\mathbf{x}}(t)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{m}(F_{12,x} \cos(\delta) - (F_{11,y} + F_{12,y}) \sin(\delta) + F_{22,x}) + \omega v_y \\ \frac{1}{m}(F_{21,y} + F_{22,y} + (F_{11,y} + F_{12,y}) \cos(\delta) + F_{12,y} \sin(\delta)) - \omega v_x \\ \frac{1}{I_z}(w\tilde{F}_w + a_1\tilde{F}_{a_1} + a_2\tilde{F}_{a_2}) \\ v_x \cos(\psi) - v_y \sin(\psi) \\ v_x \sin(\psi) + v_y \cos(\psi) \\ \omega \end{bmatrix}}_{\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{g}(\mathbf{x}(t))} u, \quad (2)$$

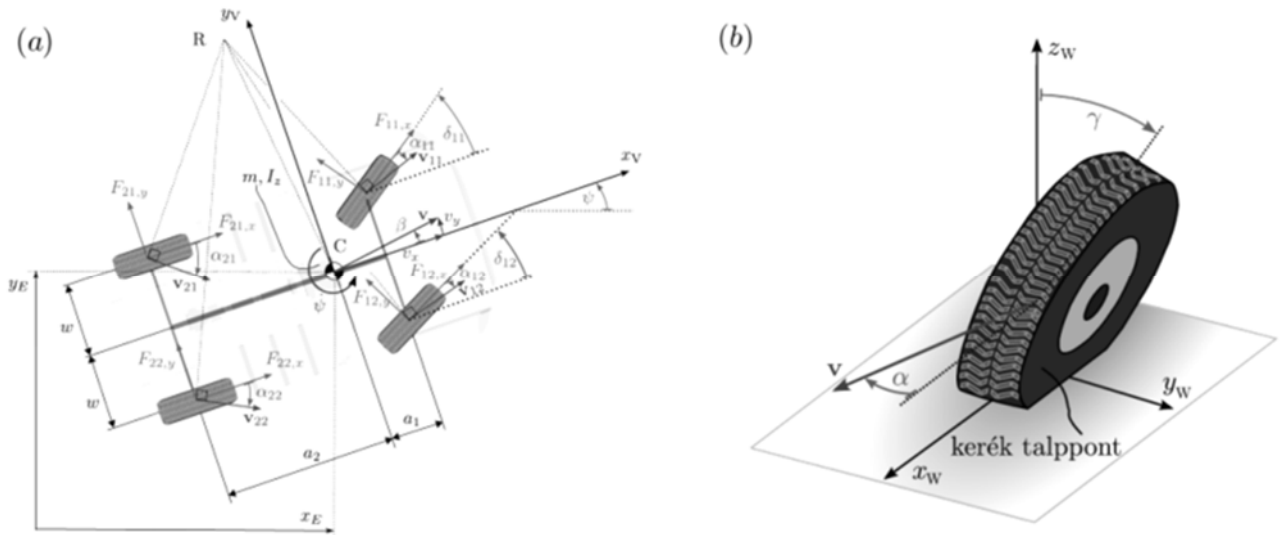
ahol:

$$\begin{aligned} \tilde{F}_w &= F_{22,x} + F_{12,x} \cos(\delta) - (F_{12,y} - F_{11,y}) \sin(\delta), \\ \tilde{F}_{a_1} &= (F_{11,y} + F_{12,y}) \cos(\delta) + F_{12,x} \sin(\delta), \\ \tilde{F}_{a_2} &= -(F_{21,y} + F_{22,y}), \\ g_1 &= \frac{m \cos(\delta) + \frac{a_1}{a_2}}{m}, \\ g_2 &= \frac{\sin(\delta)}{m}, \\ g_3 &= \frac{a_1 \sin(\delta) - w \left( \cos(\delta) + \frac{a_1}{a_2} \right)}{I_z}, \\ u &= F_{11,x}, \\ F_{21,x} &= u \frac{a_1}{a_2}. \end{aligned} \quad (3)$$

A mozgásegyenletet állapotváltozóit a jármű tömegközéppontjának  $v_x$  és  $v_y$  sebességkomponensei a járműhöz kötött koordinátarendszerben, függőleges tengelye körüli  $\omega$  szögsebessége, és a jármű tömegközéppontjának  $x_E$  és  $y_E$  pozíciója a globális koordinátarendszerben, valamint annak  $\psi$  legyezési szöge. A leíró differenciálegyenletben megtalálható további paraméterek a jármű  $m$  tömege,  $I_z$  függőleges tengely körüli tehetetlenségi nyomatéka,  $a_1$  és  $a_2$  tengelytávjai,  $w$  féltengelyhossza és  $\delta$  kerékállás. Ezen túl az  $F_{ij,x}$  és  $F_{ij,y}$  erők az  $i$ -edik tengely  $j$ -edik kerekén ébredő longitudinális és laterális erőit jelöli [3].

## 2.2. Kerékmodell

A kerékmodell célja, hogy a dinamikai és geometriai mennyiségek ismeretében meghatározzuk a kerékre ható erőket [4]. A kerék térbeli elhelyezkedését annak a talppontjához kötött koordinátarendszerben és a hozzá tartozó legfontosabb mennyiségek az 1.b ábrán láthatóak. Mivel a járművet síkbeli modellel vezettük le, ebből adódóan a kereket is érdemes síkban tekinteni, ezért esetünkben a kerék dőlésszöge  $\gamma = 0$ . A kerék sebességvektorának a kerék koordinátarendszerének  $x_W$  irányától való eltérésének kitüntetett szerepe van a jármű dinamikájára tett hatása miatt: ezt nevezzük a kerék oldalkúszási szögének és  $\alpha$ -val jelöljük. Síkmodell alkalmazásával nem vesszük figyelembe a kerékre ható függőleges  $F_z$  erők időbeli változását, illetve a kerékre ható  $x_W$  és  $y_W$  irányú nyomatékokat. Ezen túlmenően, a  $z_W$  irányú nyomatékot is elhanyagoljuk azon okból kifolyólag, mert az ezt a nyomatékot okozó erők erőkarjai elenyészőek a jármű egyéb geometriai méretével szemben. Így végül csak két erőt veszünk figyelembe a kerékmodellhez.



1. Négykerékű jármű szabadtest ábrája (a) és a térbeli kerék a hozzá tartozó koordináta-rendszerben és legfontosabb mennyiségeivel (b).

Az  $x_W$  irányba eső, longitudinális erő kulcsfontosságú szerepet tölt be aszimmetrikus fékezés során, hiszen a jármű ellentétes oldalain fellépő, különböző nagyságú longitudinális erők okozzák a perdítónyomatékot. Ugyanakkor longitudinális erő a valóságban nem csak fékezés hatására jelenhet meg, hanem az úgynevezett longitudinális szlip jelensége miatt is; de ezt ebben a modellben elhanyagoljuk.

Az  $y_W$  irányú laterális erő a kerék  $\alpha$  oldalkúszási szögétől függ, és annak karakterisztikáját az úgynevezett szlipgörbe követi le. Jelen modellben eltekintünk a longitudinális kerékerőnek a laterális kerékerőre tett hatásától, ezért az utóbbit a szlipgörbe kezdeti, lineáris szakaszával közelítjük, így az  $i$ -edik tengely  $j$ -edik kerekére [4]:

$$F_{ij,y} = C_{ij}\alpha_{ij}, \quad (4)$$

melyben a  $C_{ij}$  az adott kerék oldalkúszási merevsége és  $\alpha_{ij}$  megtalálható [4].

### 2.3. Sofőrmodell

A mozgásegyenlet utolsó ismeretlen paramétere a  $\delta$ , mely a kerékállás szöge, és klasszikus esetben a sofőr felelős ennek irányítására a kormánykeréken keresztül. Mivel a bemutatandó aszimmetrikus fékezési szimulációban elsődlegesen a fékszabályzót vizsgáljuk, ezért a sofőrmodell kiválasztására elegendő egyszerűbb modellt választanunk. Erre megfelelő az úgynevezett *Look-Ahead* modell [5], amely egy kétszeresen arányos, negatív visszacsatolású szabályzás, tehát:

$$\delta = -P_y y - P_\psi \psi. \quad (5)$$

A sofőr a kormánymozdulatait a jármű oldalirányú kitérése és a jármű legyezési szögének megfelelően teszi, ezeknek erősítési tényezői a  $P_y$  és  $P_\psi$  számpárok. Ezek megfelelő megválasztása a sofőr stabilitásvizsgálatával lehetséges, melyet a bemutatott dinamikai rendszer linearizált alakjával tesszük meg az egyenletes vonalú egyenletes mozgás körül  $\tilde{\mathbf{x}}_e = [v_y \ 0 \ 0 \ 0]^T$ . Mivel, mint később látni fogjuk, az alkalmazott szabályzások esetén  $v_x$  és  $x_E$  úgynevezett ciklikus koordináták és nem befolyásolják a lineáris stabilitást, a hozzá tartozó egyenleteket a továbbiakban leválasztjuk, így az állapotvektor  $\tilde{\mathbf{x}} = [v_y \ \omega \ y_E \ \psi]^T$ . Feltételezve, hogy ekkor nem fékezünk ( $u \equiv 0$ ), és a sofőr  $\tau$  időkésséssel rendelkezik, a dinamikai rendszer előáll a következő alakban:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{B}\delta(t - \tau), \quad (6)$$

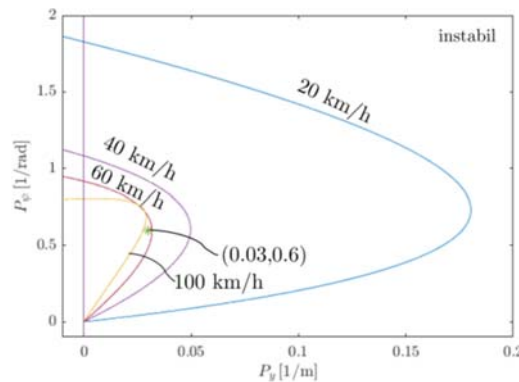
ahol az  $\mathbf{A}$  és  $\mathbf{B}$  együtthatómátrixok a leválasztott  $\tilde{\mathbf{f}}$  rendszer deriváltjaiként adhatók meg:

$$\mathbf{A} = \left. \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}}{\partial \tilde{\mathbf{x}}} \right|_{\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}_e}, \quad \mathbf{B} = \left. \frac{\partial \tilde{\mathbf{f}}}{\partial \delta} \right|_{\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}_e}. \quad (7)$$

Ezt követően behelyettesíthetjük a linearizált rendszerbe a sofőrmodellt az arányos visszacsatolás révén a  $\delta(t - \tau) = \mathbf{P}^T \tilde{\mathbf{x}}(t - \tau)$  alakban, ahol  $\mathbf{P}^T = [0 \ 0 \ -P_y \ -P_\psi]$ . Alkalmazva az exponenciális próbafüggvényt:

$$\underbrace{(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{P}^T e^{-\lambda \tau})}_{\det[\ ]=0} \mathbf{s} = \mathbf{0}, \quad (8)$$

ahol  $\mathbf{I}$  az egységmátrix és  $\mathbf{s}$  tetszőleges konstans vektor. Ennek az egyenletnek a megoldását akkor kapjuk, ha vesszük az eredő mátrix determinánsát és egyenlővé tesszük nullával. Kifejtve a determinánst, az exponenciális függvény miatt egy transzcendens egyenletet kapunk, melynek már végtelen sok gyöke lesz a komplex számok halmazán. A módszer, mellyel meghatározhatjuk a késleltetett rendszer stabilitási határait az úgynevezett *D-szeparáció* [6]. Eszerint a statikus stabilitásvesztést jelentő, origón átmenő függőleges egyenes és a *D-görbék* által közrefogott tartományokon kiválasztott paraméterkettősre lesz a sofőrmodell adott időközésre stabil, ahogy azt a 2. ábra szemlélteti különböző sebességekre.



2. ábra. Sofőr stabilitási határai különböző sebességekre az 1-2. Táblázatokban található paraméterekkel

Ahhoz, hogy a lehető legjobban tudjuk szimulálni a sofőrt, abból a megfigyelésből indultunk ki, hogy egy valós sofőr egy hasonló fékezési szituációra egyáltalán nincs felkészülve, így eleinte nagyobb sebességeknél nem megfelelően (instabilan) is reagálhat. Majd a sebesség csökkenésével, fokozatosan szokhat hozzá a körülményekhez, és veheti vissza a jármű feletti irányítását (stabilizálódik). Ennek megfelelően lett kiválasztva a 2. ábrán csillaggal jelölt pont, melyre a sofőr 100 km/h kezdeti sebesség mellett instabil, majd a sebesség csökkenésével válik stabil ponttá.

### 3. Biztonságkritikus szabályzás

A bevezetőben felvázolt megállapítás a matematika nyelvére fordítva azt jelenti, hogy olyan szabályzás megtervezésére van szükségünk, mely beavatkozásával a kívánt állapotváltozókat egy bizonyos határon belül képes tartani. Ilyen biztonságkritikus szabályozók az úgynevezett Control Barrier Function (CBF) [2] elméletével terhezhethők, amely során a biztonságos tartományt egy  $h$  függvénnyel definiáljuk az állapotváltozók terében, és a  $h \geq 0$  halmazra biztonságos tartományként hivatkozunk [6]. Ezt követően  $h$ -t CBF-nek nevezhetjük, ha teljesül a dinamikai rendszer összes  $\mathbf{x}$  elemére a következő egyenlőtlenség:

$$\dot{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \geq -\kappa(h(\mathbf{x})), \quad (9)$$

melyben  $\kappa$  egy úgynevezett *class-K* függvény és tulajdonsága, hogy  $\kappa(0) = 0$ , illetve szigorúan monoton növekvő függvény. A szabályzójel általános esetben optimalizációs probléma megoldásaként áll elő:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = \operatorname{argmin} \frac{1}{2} \|\mathbf{u} - \mathbf{k}_d\|^2, \quad (10)$$

$$\text{s.t. } \dot{h}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) \geq -\kappa(h(\mathbf{x}))$$

Ebben az optimalizációban  $\mathbf{k}_d$  egy ismertnek tekinthető, névleges szabályzás, esetünkben konstans fékezőerő. Az optimalizáció végeredményben olyan bemenetet biztosít, mely minimálisan módosítja a névleges szabályzást olyan módon, hogy a rendszer trajektóriája a biztonságos tartományon belül marad. A korábbiak szerint biztonságos tartománynak tekintjük, ha az oldalkúszási szöveget és a szögsebességet bizonyos határokon belül tartjuk, azaz  $-\beta_{kr} \leq \beta \leq \beta_{kr}$  és  $-\omega_{kr} \leq \omega \leq \omega_{kr}$  teljesül. Ezek ismeretében tervezhetjük meg a *CBF*-t, mely a definíciójából adódóan a biztonságos tartományon belül pozitív, annak határán nulla, azon kívül pedig negatív. A megfogalmazott feltételt (ugyan konzervatív módon, de) kielégítő függvénynek az alábbi ellipszist tekintjük:

$$h(\beta, \omega) = 1 - \left(\frac{\beta}{\beta_{kr}}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\omega_{kr}}\right)^2. \quad (11)$$

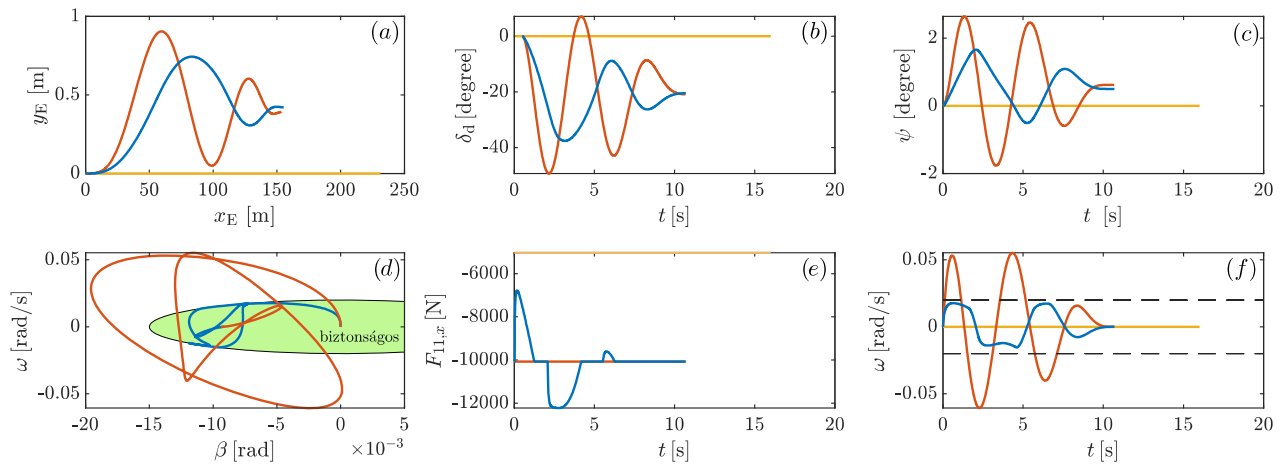
A kitevő növelésével még inkább közelíthető az eredetileg téglalapszerű biztonságos tartomány, azonban akármeddig nem érdemes, hiszen a téglalap csúcaiban a derivált nem értelmezett, és az optimalizáció megoldása leggyakrabban gradiens-módszerrel kerül meghatározásra. Emellett *class-K* függvénynek a  $\kappa \cdot h$  függvényt választottuk, ahol  $\kappa$  egy pozitív konstans. Jelentősége, hogy ha minél nagyobb, akkor a biztonságkritikus szabályzás a biztonságos tartomány határától annál közelebb kapcsol be.

#### 4. Szimuláció

Az aszimmetrikus fékezést és a biztonságkritikus szabályzás működésén numerikus szimuláción szemléltetjük. A jármű homogén súrlódási tényezőjű felületen kezdi el a fékezést és ott is éri el a kerekek a maximális fékezőerőt, melyek a szabályzásban a névleges  $\mathbf{k}_d$  szabályzás fogja betölteni. Ezt követően halad rá a jármű az osztott tapadású felületre és kapcsol be a biztonságkritikus szabályzást, amennyiben elhagyná a jármű a biztonságos tartományát. Az állapotváltozók kezdeti értékei közül a longitudinális sebességen (mely  $v_x(0) = 100$  km/h) kívül mindegyik nulla, illetve a jármű, kerekek és szabályzóparaméterek adatait az 1. és 2. táblázat tartalmazza. Három szabályzási módszer került összehasonlításra (lásd 3. ábra), melyek a biztonságkritikus szabályzás mellett a szakirodalomban *select-low*-nak (mindkét oldal az alacsony tapadású oldal erejével fékez) és *select-high*-nak (minden kerék a saját súrlódási felületén elérhető maximális erővel fékez) nevezett szabályzási módszerek [1]. Azt várjuk tőlük, hogy míg *select-low* esetén a nagy fékút árán nem jelenik meg oldalirányú dinamika és *select-high* esetén rövid fékút mellett kiperdüléshez vezető sebességértékek jelennek meg, addig a biztonságkritikus szabályzás révén e két módszer előnyös tulajdonságai ötvözhetőek. Ahogy az állapotváltozók közelednek a biztonságos határhoz, a szabályzó felülírja a kívánt fékezőerőt és a rendszert arra kényszeríti, hogy a biztonságos tartományon belül maradjon.

A numerikus szimuláció során alkalmazott járműspecifikus és szabályzóspecifikus paraméterek 1. táblázat

$m$ [kg]	$I_z$ [kgm <sup>2</sup> ]	$a_1$ [m]	$a_2$ [m]	$w$ [m]	$C_\alpha$ [kN/rad]
8850	36952	1.142	2.458	1	-120
$\tau$ [s]	$P_y$ [1/m]	$P_\psi$ [1/rad]	$\beta_{kr}$ [rad]	$\omega_{kr}$ [m]	$\kappa$ [1]
0.5	0.03	0.6	0.015	0.02	4



3. ábra. Szimulációs eredmények. Sárga: *select-low*, piros: *select-high*, kék: CBF.

A 3.a ábrán látható a jármű trajektóriája (felülnézetben megtett útja), ahol látjuk, hogy a CBF-nek köszönhetően kevésbé hagyta el a sáv középpontját. A 3.b ábrán látható a sofőr kormányozdulatai, ahol a CBF szabályzás hatására a sofőr kisebb kormányozdulatokat tesz, és azokat is kisebb gradienssel, tehát nyugodtabban kormányoz. A 3.c ábrán a legyezési szög látható, melyek ugyancsak kisebbre adódtak a CBF-nek köszönhetően. A 3.d ábrán a *select-high* és CBF mellett zöld színnel a biztonságos tartomány is látható (safe), továbbá az is, hogyan sikerül a szabályzásunknak határokon belül tartani a rendszer trajektóriáját. A 3.e ábrán az első tengely magas tapadású oldali kerekének fékerei láthatóak a különböző módszerek esetén: a CBF szabályzáskor kétszer kellett visszafogni a fékerőt, míg egyszer rásegíteni. A 3.f ábrán külön szerepel a szögsebesség időjele, amin láthatjuk, hogy a CBF szabályzásnak köszönhetően akár harmad akkora is csökkenthető a jármű szögsebessége, illetve fekete szaggatott vonallal a kritikus szögsebesség látható, melyen szabályzásunkkal belül maradunk.

## 5. Összefoglalás

A biztonságkritikus szabályzásnak köszönhetően a musplit fékezés alkalmával sikeresen korlátok közé tudtuk szorítani a jármű szögsebességét és oldalkúszási szögét, mindezt időben késleltetett sofőrrel. Ezáltal nem csupán egy esetleges kiperdüléstől óvtuk meg a járművet, hanem a sofőr számára is kényelmesebbé tettük a jármű irányítását. Ennek magyarázata az az elgondolás, miszerint a sofőr kis szögsebességek és oldalkúszási szögek mellett képes megtartani a jármű irányíthatóságát. Nem utolsó sorban, a megtett féktávolság tekintetében is kiválóan teljesített a felhasznált szabályzásunk. Mindezek mellett, a biztonságkritikus szabályzás egyik leghasznosabb tulajdonságát is fel tudtuk használni, mégpedig azt, hogy nem szükséges linearizálnunk a dinamikai rendszert az egyensúlyi hely körül, a nemlineáris mozgásegyenlettel is gond nélkül meg tudott birkózni.

## Felhasznált irodalom

- [1] E. Dong and L. Zhang, „Vehicle stability control system of emergency brake on split-mu road,” in 2017 9th Int Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics, vol. 1. IEEE, 2017, pp. 252–255.
- [2] A. D. Ames, S. Coogan, M. Egerstedt, G. Notomista, K. Sreenath, and P. Tabuada, „Control barrier functions: Theory and applications,” in 2019 18th European control conference. IEEE, 2019, pp. 3420–3431.
- [3] R. N. Jazar, Vehicle dynamics. Springer, 2008, vol. 1.
- [4] H. Pacejka, Tire and vehicle dynamics. Elsevier, 2005.
- [5] I. Vörös and D. Takács, „The effects of trailer towing on the dynamics of a lanekeeping controller,” in Dynamic Systems and Control Conference, vol. 84270. ASME, 2020, p. V001T02A004.
- [6] G. Stépán, Retarded dynamical systems. Longman Scientific & Technical, 1989.