

Szerszámprofil gyártásgeometriai elemzése

Manufacturing geometry analysis of tool profile

Dr. habil. BALAJTI Zsuzsanna

Miskolci Egyetem, Matematikai Intézet, Ábrázoló Geometriai Tanszék
3515. Miskolc-Egyetemváros
zsuzsanna.ovarine.balajti@uni-miskolc.hu

Abstract

One of the most important goals of engineering in the digital technological environment is to improve the efficiency of production and the quality of products. The worm drive pairs are evaluated after completing a series of tasks and evaluating their results. Machining the worms with a curved profile without undercutting is a complex engineering task. As a result of the wear of the grinding wheel that machines the worm, the changing grinding wheel profile results in distortion of the worm profile. Re-regulating the profile of the grinding wheel, on the other hand, changes the movement conditions, which results in a change in the positional geometry of the undercut. In this paper, the investigate of the geometrical parameters affecting the location of the undercut is presented by matrix algebraic analysis and differential geometrical examination of the connecting curve of the grinding wheel and the worm with curved profile.

Keywords: constructive geometrical model, worm, grinding wheel, re-regulation, undercutting

Kivonat

A digitális technológiai környezetben a mérnöki tevékenységnek egyik kiemelten fontos célja a gyártás hatékonyságának és a termékek minőségének javítása. A csigahajtópárok kiértékelése számos feladatsor elvégzése és azok eredményeinek értékelése után történik. Az ívelt profilú csigák megmunkálása az alámetszés elkerülésével bonyolult gépészmérnöki feladat. A csigát megmunkáló köszörűkorong kopása következtében a változó korongprofil a csigalak torzulását eredményezi. A köszörűkorong profiljának újra-szabályozása viszont a mozgásviszonyokat változtatja meg, ami az alámetszés helyzetgeometriájának változását eredményezi. Jelen írásban az alámetszést helyét befolyásoló geometriai paraméterek elemzése kerül bemutatásra a köszörűkorong és az ívelt csigaprofil kapcsológörbéjének mátrixalgebrai vizsgálatával és differenciálgeometriai elemzésével.

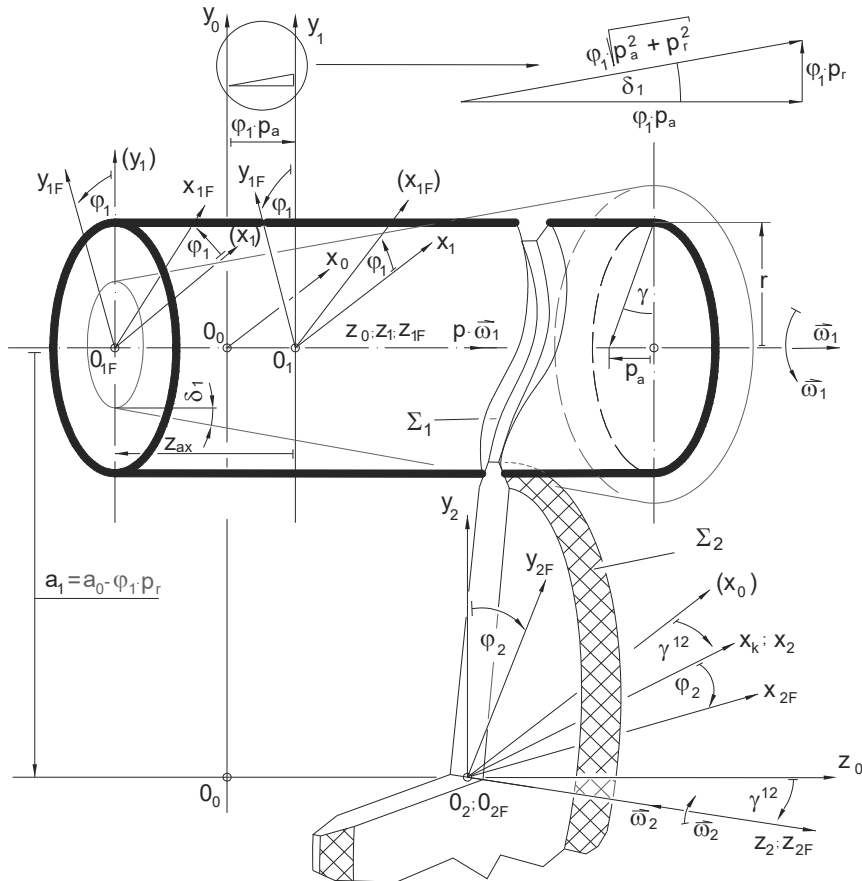
Kulcsszavak: konstruktív geometriai modell, csiga, köszörűkorong, újra-szabályozás, alámetszés

1. A kutatás környezetének bemutatása

A digitális gyártástudomány fejlesztése során [11] a valósághű virtuális környezetnek a geometriailag egzakt megfogalmazása a mérnöki feladatok tekintélyes részét képezik [16]. A gépészmérnöki fejlesztések a geometriai környezet egyértelmű meghatározása után mindig analitikus megfogalmazással kerülnek megvalósításra [4, 18]. A hajtópárok elemeinek gyártása során a szerszám felületének és mozgáspályájának eredményeként kialakított munkadarab felülete és az elméletileg meghatározott felület közti kapcsolattal foglalkozik a gyártásgeometria [2, 7]. A hengeres és kúpos csigahajtások gyártásának fejlesztésére kidolgozott nemzetközileg is ismert matematikai kinematikai modell a hagyományos menetköszörű működésének megfelelően, a referencia kúpnak a referencia henger alkotójára döntésével készült [8]. A hajtópárok gyártásgeometriájának fejlesztésére jelen munkánkhoz kapcsolódóan több előremutató írás készült [12] a csigák gyártási pontosságának növelése céljából [6] a tribológiai vizsgálatokra [5], a méretezésre [10] és az érintkezés számítógépes modellezésre vonatkozóan is [9]. A konstruktív geometria eszköztárával továbbfejlesztett modellben a referencia kúp és henger közös forgástengelyre helyezésével lehetőség nyílt a két felület között egy speciális projektív transzformációs kapcsolat létrehozására, és a helikoid felületek matematikai definíciójához sokkal inkább közelítő gyártásgeometriai létrehozására [3]. Ebben a modellben a kúpos csigák köszörűkoronggal történő megmunkálása során az $a_1 = a_0 \pm p_r \cdot \varphi_1$ tengelytáv változó az 1. ábra

szemléltetése szerint. A csiga és köszörűkorong érintkezésének vizsgálatához komoly matematikai [19], fogazásméleti [15], gépészeti [14, 17] és nem utolsósorban geometriai [1, 13] háttérre volt szükség.

Jelen cikk egy saját készítésű szoftverrel készült vizsgálat eredményére mutat rá a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga köszörűkoronggal történő megmunkálására vonatkozóan. A vizsgálatok a továbbfejlesztett konstruktív geometriai modellben készültek, ahol a kúpos és hengeres csigák referencia felületei közös forgástengelyen kerültek elhelyezésre.



1. ábra

Koordináta-rendszerek kapcsolata a hengeres, illetve kúpos csavarfelületek és szerszámaik gyártásméletének általános vizsgálatára

Az alkalmazott jelölések

- $a=a_1$ a tengelyek távolsága
- Z_{ax} a csiga álló koordináta-rendszere kezdőpontjának $z_1 \equiv z_{1F}$ tengelymenti koordinátája a K_{1F} koordináta-rendszerben
- φ_1 a csavarfelület elfordulásának szöge (szögelfordulási-, burkolási-, ill. mozgás-paraméter)
- φ_2 a szerszám elfordulásának szöge
- i_{21} $i_{21}=\varphi_2/\varphi_1$ áttétel
- γ^{12} a tengelyek hajlásszöge
- p_a axiális irányú csavarparaméter
- p_r radiális irányú csavarparaméter

A koordináta-rendszerek az alábbiak szerint értelmezettek

- $K_0(x_0, y_0, z_0)$ a megmunkáló szerszámgép álló koordináta-rendszere
- $K_1(x_1, y_1, z_1)$ a lineáris mozgást végző gépasztalhoz kötött koordináta-rendszer
- $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ a csavarfelület koordináta-rendszere
- $K_2(x_2, y_2, z_2)$ álló koordináta-rendszer, melynek z_2 tengelye egybeesik a korong z_{2F} tengelyével
- $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ a szerszámhoz kötött forgó koordináta-rendszer
- $K_k(x_k, y_k, z_k)$ segéd koordináta-rendszer

2. A szeszámfelület vizsgálata

A köszörűkorong működő felületének meghatározása a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga esetén kerül bemutatásra. A köszörűkorong profiljának meghatározása a kapcsolódási viszonyok vizsgálatán alapul.

A tengelymetszetben körív profilú csavarfelület egyenlete a K_{1F} koordináta-rendszerben egy z_{ax} nagyságú z_{1F} irányú eltolás esetén a következő alakban adható meg

$$\left. \begin{aligned} x_{1F} &= -\eta \cdot \sin \vartheta \\ y_{1F} &= \eta \cdot \cos \vartheta \\ z_{1F} &= p_a \cdot \vartheta - \sqrt{\rho_{ax}^2 - (K - \eta)^2} + z_{ax} \end{aligned} \right\} \mathbf{r}_{1F} \quad (1)$$

ahol a felületnek az η a belső távolság-paramétere, a ϑ pedig a belső szög-paramétere.

A Σ_1 helikoid felület mentes a szingularitásoktól, ezért a pontjaiban a normálvektorokra teljesül a következő feltétel

$$\frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \eta} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{1F}}{\partial \vartheta} = \mathbf{n}_{1F} \neq 0 \quad (2)$$

A koordináta-rendszerek elhelyezkedése a konstruktív geometriai modell szerint a tengelymetszetben körív profilú csiga gyártásának vizsgálatához az 1. ábrán látható. A K_{1F} és a K_{2F} koordinátarendszerek közötti transzformációs mátrix az 1. ábra alapján határozandók meg a következők szerint

$$\mathbf{M}_{2F,1F} = \mathbf{M}_{2F,2} \cdot \mathbf{M}_{2,K} \cdot \mathbf{M}_{K,0} \cdot \mathbf{M}_{0,1} \cdot \mathbf{M}_{1,1F} \quad (3)$$

$$\mathbf{M}_{1F,2F} = \mathbf{M}_{1F,1} \cdot \mathbf{M}_{1,0} \cdot \mathbf{M}_{0,K} \cdot \mathbf{M}_{K,2} \cdot \mathbf{M}_{2,2F} \quad (4)$$

A $\mathbf{v}_{2F}^{(12)}$ relatív sebességvektor a Σ_1 hengeres csiga és a Σ_2 köszörűkorong működő felületei között az $\mathbf{M}_{2F,1F}$ transzformációs mátrix alkalmazásával a következő formába írható

$$\mathbf{v}_{2F}^{(12)} = \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (5)$$

A $K_{1F}(x_{1F}, y_{1F}, z_{1F})$ és $K_{2F}(x_{2F}, y_{2F}, z_{2F})$ koordinátarendszerek közötti $\mathbf{M}_{1F,2F}$ transzformációs mátrix alkalmazásával a csiga működő felülete és a korong működő felülete közötti $\mathbf{v}_{1F}^{(12)}$ relatív sebességvektor a következő képlet szerint számítandó

$$\mathbf{v}_{1F}^{(12)} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \cdot \mathbf{r}_{1F} \quad (6)$$

ahol a kinematikai átviteli \mathbf{P}_{1a} mátrix a következő formába írható

$$\mathbf{P}_{1a} = \mathbf{M}_{1F,2F} \cdot \frac{d\mathbf{M}_{2F,1F}}{dt} \quad (7)$$

A kinematikai átviteli mátrix általános alakja a vizsgált esetre vonatkozó $p_r = 0$, $\alpha = 0$ és $c = 0$ paraméter-értékekkel a következő alakba írható

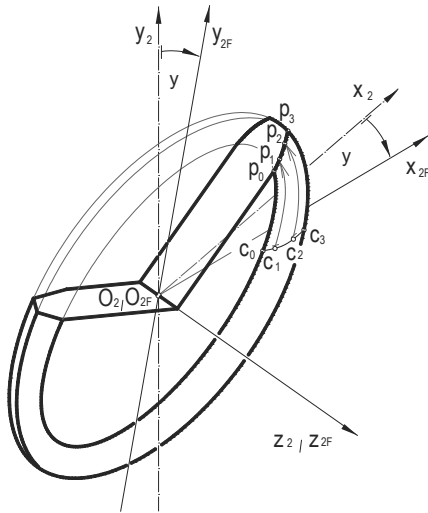
$$\mathbf{P}_{1a} = \begin{bmatrix} 0 & -1 - i \cdot \cos \gamma^{12} & i \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \sin \varphi_1 & -\left(a_0 + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma^{12}\right) \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & + i \cdot p_a \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \varphi_1 \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & - i \cdot a_0 \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 \\ 1 + i \cdot \cos \gamma^{12} & 0 & + i \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 & i \cdot a_0 \cdot \cos \gamma^{12} \cdot \sin \varphi_1 \\ & & & -\left(a_0 + i \cdot z_{ax} \cdot \sin \gamma^{12}\right) \cdot \cos \varphi_1 \\ & & & + i \cdot p_a \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 \\ -i \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \sin \varphi_1 & -i \cdot \sin \gamma^{12} \cdot \cos \varphi_1 & 0 & -i \cdot a_0 \cdot \sin \gamma^{12} - p_a \cdot \varphi_1 + z_{ax} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

A K_{1F} koordináta-rendszerben a kapcsolódás egyenlete a következő formába írható

$$\mathbf{n}_{1F} \cdot \mathbf{v}_{1F} = f(\eta, \vartheta, \varphi_1) = 0 \quad (9)$$

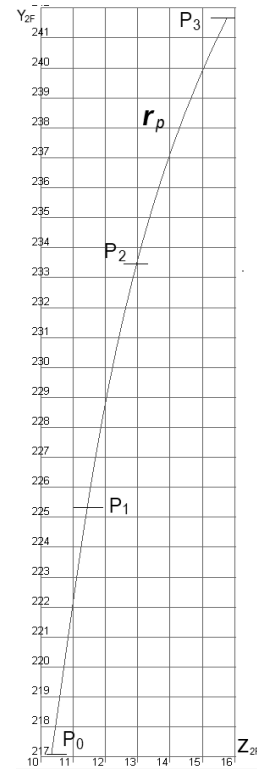
A köszörűkorong Σ_2 működő felülete a pillanatnyi érintkezési vonalak burkolófelületeként jön létre. A K_{1F} koordináta-rendszerben az érintkezési vonalak pontjainak meghatározását, illetve azoknak a K_{2F} koordináta-rendszerbe transzformálását a következő egyenletrendszer adja meg

$$\left. \begin{aligned} f(\eta, \vartheta, \varphi_1) &= 0 \\ \mathbf{r}_{1F} &= \mathbf{r}_{1F}(\eta, \vartheta) \\ \mathbf{r}_{2F} &= \mathbf{M}_{2F,1F} \cdot \mathbf{r}_{1F} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$



2.a) ábra

A köszörűkorong \mathbf{p}_i profilgörbe pontjainak származtatása a számított \mathbf{c}_i érintkezési pontokból



2.b) ábra

A köszörűkorong profilgörbéjének P_i $i=0, \dots, 3$ érintkezési pontokból számított pontjai

Az $\mathbf{r}_k(\varphi_1)$ karakterisztikus görbe $\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_n$ számított pontjai által meghatározott Z_{2F} forgástengelyű forgásfelület a korong működő felülete. A működő felületnek a $[Z_{2F}, Y_{2F}]$ koordinátáiban lévő metszetgörbéje az \mathbf{r}_p profilgörbe, melynek $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ a $\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_n$ pontokból származtatott pontjai.

A $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_n$ pontoknak az u_0, u_1, \dots, u_n húrhossz szerinti paraméterei [2] szerint, azaz

$$u_{i+1} = u_i + |\mathbf{p}_{i+1} - \mathbf{p}_i| / L \quad (i=0, \dots, n), \quad (11)$$

ahol

$$l_1 = |\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_0|, \dots, l_n = |\mathbf{p}_n - \mathbf{p}_{n-1}| \quad \text{és} \quad L = \sum_{i=0}^n l_i \quad (12)$$

A köszörűkorong profilgörbéjén arányosan kiválasztott $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ helyvektorú pontokra illeszkedő Bézier-görbe alakja

$$\mathbf{b}(u) = \sum_{j=0}^3 B_j^3(u) \mathbf{b}_j \quad (13)$$

ahol $B_j^n(u) = \binom{n}{j} u^j (1-u)^{n-j}$ a jól ismert Bernstein polinom.

Az $u_i \neq u_j$ és $i \neq j$, valamint $u_0 = 0$ és $u_3 = 1$ esetén a $\mathbf{b}_0, \dots, \mathbf{b}_3$ kontrolpontjai koordinátáinként egyértelműen meghatározhatók a [2] szerint.

A profilgörbe görbületének vizsgálatát annak harmadrendű polinom alakjával célszerű elvégezni. A profilgörbe $\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ pontjához interpoláló Bézier-görbe $\mathbf{b}_0, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2, \mathbf{b}_3$ csomópontjai és a harmadrendű Herimite-ív \mathbf{p}_0 kezdő-, \mathbf{p}_3 végpontja, valamint \mathbf{t}_0 kezdő- és \mathbf{t}_3 végérintője közti

$$\mathbf{p}_0 = \mathbf{b}_0 \quad \mathbf{p}_3 = \mathbf{b}_3 \quad \mathbf{t}_0 = 3 \cdot \mathbf{b}_1 - 3 \cdot \mathbf{b}_0 \quad \mathbf{t}_3 = 3 \cdot \mathbf{b}_3 - 3 \cdot \mathbf{b}_2 \quad (14)$$

összefüggésekkel a profil görbe polinom alakja az $u \in [0,1]$ paraméterrel

$$\mathbf{r}(u) = \mathbf{a}_3 \cdot u^3 + \mathbf{a}_2 \cdot u^2 + \mathbf{a}_1 \cdot u + \mathbf{a}_0 \quad (15)$$

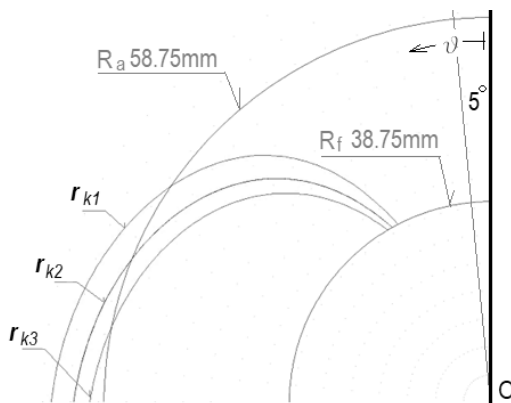
A görbület az u paraméter függvényében

$$\kappa(u) = \frac{|\dot{\mathbf{r}}(u) \times \ddot{\mathbf{r}}(u)|}{|\dot{\mathbf{r}}(u)|^3} \quad (16)$$

A profilgörbe $\kappa(u)$ görbület-függvényének előjelváltása inflexiók helyét mutat. A megmunkálás közben az újraélezés következtében változó tengelytáv az \mathbf{r}_k karakterisztikus görbe változását vonja maga után, ami az \mathbf{r}_p profilgörbe módosulását okozza.

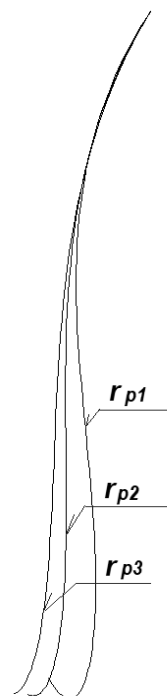
A saját fejlesztésű számítógépes programmal egy megtervezett és legyártott csiga esetére futtattuk az eljárást a $z_l=3, m=12,5, \gamma_0=21^\circ 2' 15'', \rho_{ax}=50, \bar{S}_{al}=10, \bar{S}_{nl}=13^{+0.0}_{-0.125}, d_{ol}=97,5, H=117,809722,$

$\delta_{ax}=24^\circ 31' 10'', F_{rl}=\pm 0,017, f_{pl}=\pm 0,016, f_{\dot{r}}=\pm 0,018, f_f=0,08$ alapadatokkal. A számított érintkezési pontok a 3.a) ábrán, míg az ezekből származtatott profilgörbék a 3.a) ábrán láthatók.



3.a) ábra

A $\varphi_l=180^\circ$ rögzített mozgásparaméter és $a_1=220\text{mm}, a_2=200\text{mm}, a_3=180\text{mm}$ tengelytáv esetén az $\mathbf{r}_{k1}, \mathbf{r}_{k2}, \mathbf{r}_{k3}$ karakterisztikus görbék az (η, θ) koordináta-rendszerben



3.b) ábra

Az $\mathbf{r}_{k1}, \mathbf{r}_{k2}, \mathbf{r}_{k3}$ karakterisztikus görbékéből származtatott $\mathbf{r}_{p1}, \mathbf{r}_{p2}, \mathbf{r}_{p3}$ profil görbék

A köszörűkorong profil-görbéjének nem reguláris, azaz szinguláris pontjai az alámetszés helyeit mutatják. A profilgörbe görbületének előjelváltása annak inflexiós pontját határozza meg. A korongprofil újra-élezése a tengelytáv csökkenéséhez vezet, ami a karakterisztikus görbe változását vonja maga után. A korong többszöri újra-szabályozása során a változó karakterisztikus görbékből származtatott változó korongprofilok görbületei is változók. A szerszám fejhengeréhez közelítő mértani helye a szingularitásnak a bemutatott eljárással meghatározhatóvá vált, melynek lehatárolásával a korongprofil működő felületéből az alámetszés elkerülhető.

3. Összegzés

Az alámetszés vizsgálata a tengelymetszetben körív profilú hengeres csiga gyártására vonatkozóan szakirodalmi hiányosságot pótol. A tengelymetszetben körív profilú csiga köszörűkoronggal történő megmunkálásának alámetszés-vizsgálata a konstruktív geometriai modellben készült.

A gyártás során kopás miatt újra-élezett köszörűkorong és a csiga tengelytávolságának csökkenése a karakterisztikus görbe változását vonja maga után. A mátrix algebrai eljárásokkal végzett vizsgálatok alapján egy konkrét tervezett és legyártott csiga adataival futtatott saját készítésű számítógépes program eredményeként a korong profilgörbéi meghatározásra kerültek. A csökkenő tengelytáv során változó profilgörbéken a változó helyzetű nem reguláris pontokat az alámetszés elkerülése érdekében már tervezéskor célszerű kizárni a gyártásból. A köszörűkorong profilján az inflexiós helyek meghatározásának bemutatott módja más profilú csigák esetére is elvegezhető.

Köszönetnyilvánítás

A cikkben ismertetett kutató munka a Miskolci Egyetemen együttműködési megállapodásban lévő DifiCAD Mérnökiroda támogatásával valósult meg.

Irodalmi hivatkozások

- [1] Ábel József, Balajti Zsuzsa: Fogazatok szerszámkopás vizsgálata az ábrázoló geometria módszereivel, OGÉT 2018, XXVI. Nemzetközi Gépészeti Konferencia, Kolozsvár, Románia, Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság pp.: 12-15.
- [2] Balajti, Zs. *Kinematikai hajtópárok gyártásgeometriai fejlesztése*. PhD disszertáció, Miskolc, 126. old. 2007.
- [3] Balajti, Zs. *Kapcsolódó felületek gyártásgeometriai fejlesztése, ábrázoló geometriai alkalmazással*, Habilitációs Tézisfüzet, Miskolc. p. 80. 2016.
- [4] Barhm, M., Jálícs, K., Zelentsov, A., Salah, A.: A hybrid method technique for design and optimization of Formula race car exhaust muffler, INTERNATIONAL REVIEW OF APPLIED SCIENCES AND ENGINEERING 11 : 2 pp. 174-180. , 7 p. (2020)
- [5] Bercsey, T., Horák, P. *Modelling of the contact and tribological relations of spatial gear pairs*, International Conference on Gears. München. pp. 91-105.(ISBN: 3-18-091665-6)
- [6] Dezső G., Szigeti F. *A műszaki szimulációs módszerek helye a mérnökképzésben*, Műszaki Tudományos Közlemények (HU) 6., 2017., ISSN 2393 – 1280, pp.: 63-71.
- [7] Drahos I.: A forgácsoló szerszámok gyártásgeometriájának alapjai, Tankönyvkiadó, Budapest, 1981. 33. o.
- [8] Dudás, I. *The Theory & Practice of Worm Gear Drives*, Kogan Page US. Sterling, USA, 2000.
- [9] Dudás, L. *The effect of worm profile on contact lines*. microCAD, XXIV. International Scientific Conference 2010, ISBN:978 963 661 919 0, Miskolc, Hungary, pp. 39-44
- [10] Felhő, Cs., Szentesi, A., Tóth, G. *Geometrical Dimensioning of Worm Drives*, Proceeding of the 11th International Conference on Tools: ICT-2004. Miskolc, Hungary, University of Miskolc, pp. 177-182.
- [11] Gyurika István Gábor: *Digitális gyártási szolgáltatások a CNC programtervező és szimulációs szoftverek területén*, XXVII. Nemzetközi Gépészeti Konferencia OGÉT 2019. (2019) pp. 169-172
- [12] Hogyai, N., Máté, M., Tolvaly-Roşca, F., Drăgoi, M. V. *Peculiarities of the Grinding Process of a Gear Hob Helical Rack Face*. Acta Universitatis Sapientiae, Electrical and Mechanical Engineering, 13. 2021., 39-51. DOI: 10.2478/auseme-2021-0004. <https://doi.org/10.33894/mtk>
- [13] Kátai L. Szabó I., Nagy I.: Csuklós mechanizmusok vizsgálata számítógépes modellezéssel, Magyar Tudományos Akadémia Agrártudományok Osztálya, Agrár-Műszaki Bizottság Kutatási és fejlesztési tanácskozás, Nr. 29.: 3. kötet. 2005., ISBN:9636114293; 9636114307; 9636114323; 9636114315 pp. 209-213.
- [14] Kelemen, Cs., Máté, M. *An Analysis of Manufacturing Precision of Involute Worms Using a Kinematical Model*, Műszaki Tudományos Közlemények, Vol. 14. (2021) pp.: 44-50.

- [15] Litvin, F. L., Fuentes, A. *Gear Geometry and Applied Theory*. Englewood Cliffs. Prentice Hall. NJ. 1994.
- [16] Mátyás, Z., Dudás, I., Bodzás, S.: Manufacture of Spiroid Worm Surfaces in Intelligent Integrated Systems, Factory Automation 2011 Conference in University of István Széchenyi, 2011. 05. 25-26., Győr, Hungary, ISBN 978-963-7175-3, pp.: 140-148.
- [17] Máté, M., Hollanda, D., Tolvaly-Rosca, F., Popa-Müller, I. *Az Archimédesz-féle spirális vezérgörbájű fogazat hordképének lokalizációja a tangenciális eltolás megfelelő beállításával*. OGÉT XXI, Arad, 2013. ápr. 25-28, Konferenciakiadvány, ISSN 2068-1267, pp.: 265-268.
- [18] Sztankovics, I., Kunderák, J.: Theoretical value of total height of profile in rotational turning, APPLIED MECHANICS AND MATERIALS 309 pp. 154-161. , 8 p. (2013)
- [19] Vadászné Bognár, G. *Matematika informatikusok és műszakiak részére 2.*, Miskolc, Magyarország, Miskolci Egyetemi Kiadó, ISBN: 9636615764, p. 347. 2003.