

Változtatható inerter modellezése és vizsgálata

Analysis and modeling of a variable inerter

PÁCSONYI Péter¹ hallgató, Dr. BUDAI Csaba² adjunktus

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem, Gépészmérnöki Kar,
Mechatronika, Optika és Gépészeti Informatika Tanszék
1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.
¹pacsnet42@gmail.com, ²budaicsaba@mogi.bme.hu

Abstract

An inerter is a bipolar mechanical passive element in which the force applied is proportional to the relative acceleration of its poles, through the so-called inertance of the system. This characteristic makes it the mechanical analogue of a capacitor. In this paper, the effect of the inerter on the conventional spring strut is first discussed, followed by the different concepts of the variable inerter. Finally, the advantages of a vibration isolation based on a variable inerter over a conventional system are presented.

Keywords: vibration isolation, variable inerter, semi-active vibration isolation, frequency response, system analogies

Kivonat

Az inerter egy olyan kétpólusú mechanikai passzív elem, amelynél a megjelenő erő a pólusainak relatív gyorsulásával arányos, a rendszer ún. inertanciáján keresztül. Ez a karakterisztika a kondenzátor mechanikai analóg párjává teszi. Jelen tanulmányban először az inerter hagyományos rugóstragra kifejtett hatása, majd a változtatható inerter különböző koncepciói kerülnek bemutatásra. Végül egy változtatható inerterre épülő rezgésszigetelés hagyományos rendszerrel szembeni előnyei kerülnek ismertetésre.

Kulcsszavak: rezgésszigetelés, változtatható inerter, félaktív rezgésszigetelés, frekvencia-válasz, rendszeranalógiák

1. Bevezetés

A mechatronika egyik alapvető feladata a különböző fizikai és technikai rendszerek egységes modellezése. Ez az egységes modellezés lehetővé teszi, hogy az egyes rendszertípusoknál bevezetett tervezési és vizsgálati módszerek más rendszereknél is alkalmazhatóak legyenek. Ezt a rendszeranalógiák használatával lehet elérni.

1.1. Rendszeranalógiák

A rendszeranalógiák kiindulási pontja bizonyos fizikai mennyiségek egymásnak való megfeleltetése. A mechatronikában leggyakrabban használt analógiarendszer Horace Trent [1] nevéhez fűződik. Ebben az esetben – haladó mozgást végző mechanikai és villamos rendszereknél – az F erő és az i áramerősség, illetve a v sebesség és az u feszültség lesz egymással analóg mennyiség. Ezek után a megfelelő passzív elemek is egymáshoz rendelhetőek. Így a tekercs a rugó, a viszkózus csillapítás pedig az ellenállás analóg párja lesz. A C kapacitású kondenzátorhoz a „hagyományos” mechanikai elemek közül az m tömeg marad, melynek leíró egyenlete az alábbi

$$F = m\dot{v}. \quad (1)$$

Fontos megjegyezni, hogy a tömeg esetében nincs két szabadon „mozgatható” pólus, mint egy rugónál, vagy csillapításnál, hiszen a gyorsulását mindig az adott inerciarendszerhez képest kell megadni. A kondenzátornál ezzel szemben az

$$i = C(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \quad (2)$$

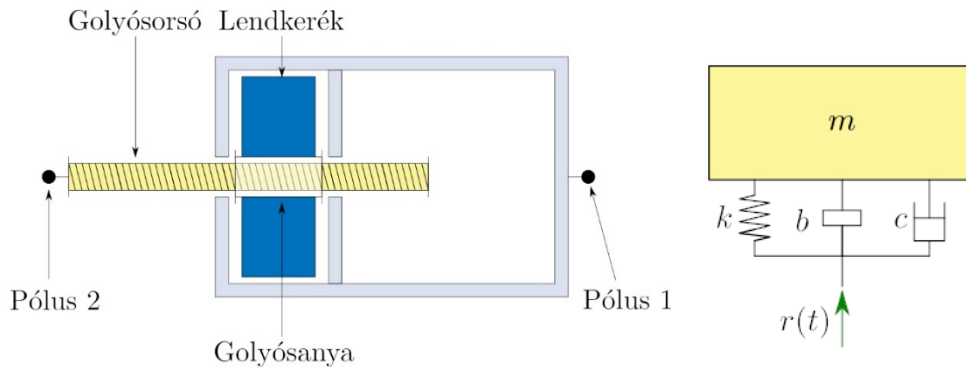
egyenlet érvényes, ahol u_1 és u_2 a kondenzátor – szabadon megválasztható – pólusainak potenciálja. Látható, hogy az analógia sérül, hiszen a tömeg esetében az egyik pólus mindig a referenciához kell, hogy csatlakozzon.

1.2. Az inerter

Az inerter az imént leírt problémára jelent megoldást: két szabad pólussal rendelkezik, illetve a mozgásához szükséges erőt az

$$F = b(\dot{v}_2 - \dot{v}_1) \quad (3)$$

egyenlet írja le, ahol v_1 és v_2 az inerter pólusainak sebessége, b pedig az ún. inertancia, melynek mértékegysége szintén kilogramm. Egy jól használható inerter esetében ezen felül az elem tömege elhanyagolható az inertancia mellett, megvalósítható méretekkel rendelkezik, illetve bármely orientáció és mozgás mellett működőképes [2].



16. ábra. Golyósorsós inerter és az inerterrel kiegészített hagyományos rugóstag

Az 16. ábra bal oldali panelje egy a fenti kritériumoknak eleget tevő konstrukciót mutat. Ebben az esetben, illetve a később bemutatásra kerülő koncepciók esetében is két fő funkció különíthető el. Az első egy valamilyen „hagyományos” elemen keresztül történő energiátárolás. (A lendkerék forgó mechanikai rendszerek esetén ugyanazt a szerepet tölti be, mint a tömeg a haladó rendszereknél.) A másik funkció a mozgásátalakítás oly módon, hogy az elvárt – két pólussal jellemezhető – karakterisztika érvényesüljön. Az 16. ábra inerterének inertanciája az alábbi módon számítható

$$b = \left(\frac{2\pi}{h}\right)^2 J, \quad (3)$$

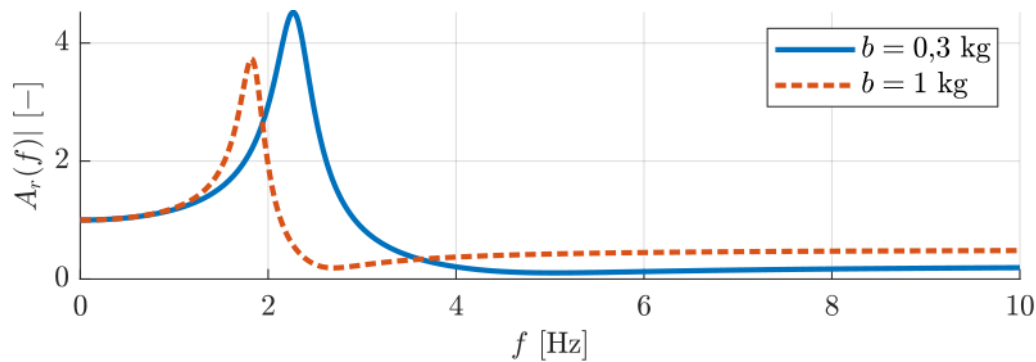
ahol h a golyósorsó menetemelkedése, J pedig a forgórész tehetetlenségi nyomatéka. Figyelemre méltó, hogy az előbbi összefüggésben a mozgásátalakításra jellemző konstans négyzete szerepel, így ennél az elrendezésnél a menetemelkedés csökkentésével az inertanciát jelentősen lehet növelni további tömeg hozzáadása nélkül is.

A következőkben vizsgáljuk meg, hogy a hagyományos rugóstag kiegészítése egy – a rugóval és a csillapítással párhuzamosan kapcsolt – inerterrel hogyan módosítja a rendszer frekvenciaátvitelét útgerjesztés esetén. Az elrendezést az 16. ábra jobb oldali panelje tartalmazza.

A fenti rendszer esetén az útgerjesztés és a tömeg mozgása közötti kapcsolatot vizsgálva – a mechanikai impedanciák és a villamos áramkörök számítására vonatkozó összefüggések alkalmazásával – a következő átviteli függvényhez jutunk

$$W(s) = \frac{bs^2 + cs + k}{(b+m)s^2 + cs + k} \quad (4)$$

Ezek után elvégezve az $s \rightarrow j\omega$ formális helyettesítést, illetve képezve az így kapott frekvenciaátviteli függvény abszolút értékét, ábrázolható a rendszer nagyítási függvénye. Az így nyert nagyítási függvényt 0,3 és 1 kg inertancia esetén a 17. ábra mutatja.



17. ábra. Az inerterrel kiegészített rezgéscsillapítás nagyítási függvénye

Az inertancia növelésével több jellemzőjében is változik az amplitúdómenet: egyrészt csökken az erősítés maximuma, másrészt bizonyos – inertanciától függő – frekvenciánál megjelenik egy lokális minimum a nagyítási függvényben, ez az antirezonancia jelensége. Ebből az a következtetés vonható le, hogy amennyiben az inertancia változtatásával az antirezonancia frekvenciája a gerjesztés (domináns) frekvenciájához hangolható, jobb rezgéscsillapítás érhető el, mint a hagyományos passzív rendszernél.

2. A változtatható inerter és koncepciói

Ahogy az már az előző fejezetben említésre került, a passzív inerter előnyeit tovább lehet növelni, amennyiben az inertancia a gerjesztéshez van hangolva. Így az előbbi funkciók kiegészülnek az inertancia változtathatóságával is. Egy valós tervezési esetben a koncepciók összehasonlításának első lépése egy ún. morfológiai mátrix felírása, melyben összegyűjthető, hogy az egyes funkciókat milyen fizikai elv alapján tudja elvégezni a rendszer. Ezek után a különféle fizikai elveket kombinálva származtathatók az egyes koncepciók. Mivel a változtatható inerter esetében a funkciók megvalósítása legtöbb esetben nincs hatással egymásra, ezek külön vizsgálhatóak. Azt, hogy végül melyik konstrukció lesz az optimális, kevésbé szubjektíven egy döntési mátrixsal lehet kiválasztani, melyben bizonyos szempontok, illetve az ezekhez rendelt súlyok alapján értékelésre kerülnek a lehetséges koncepciók. Végül, az előbbi paraméterek alapján meghatározható egy-egy pontszám, illetve ez alapján felállítható a megvalósítások közötti rangsor. Jelen tanulmánynak terjedelméből adódóan nem célja az iménti részletes koncepcióvizsgálat végigkövetése, inkább a lehetőségek elvi ismertetése, illetve ezek összehasonlítása bizonyos fontosabb szempontok alapján.

A mozgásátalakítók esetében legtöbbször valamilyen haladó és forgó mozgás közötti átalakítás szükséges. Ez történhet a már ismertetett golyósorsós megoldással, fogaskerék-fogasléc kapcsolattal [1], illetve valamilyen vonóelemes hajtással. Utóbbinál, mivel általában fontos, hogy a csillapító szakasz kis játékkal működjön, valamilyen alakkal záró hajtással: lánc-, vagy adott esetben fogasszíjhajtással. A golyósorsó, illetve a fogasléc kisebb játékkal, viszont nagyobb tömeggel és komplexitással rendelkezik a vonóelemes hajtásoknál.

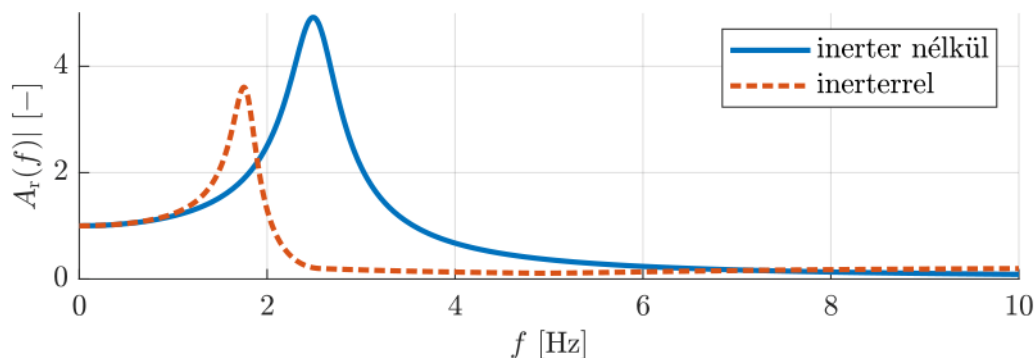
Az energiátárolást meg lehet oldani egy megfelelő lendkerékkel, vagy forgórészsel, illetve ki lehet használni valamilyen folyadék tehetetlenségét [3]. A forgási energiában történő energiátárolás előnye, hogy a rendszer egyszerűbb, illetve az ideális inerter-karakterisztikát is jobban közelíti, mint a fluid tehetetlenségre épülő megoldás.

Az inerter inertanciáját változtatni a mozgásátalakításra jellemző állandón, illetve a tehetetlenségi nyomatékon keresztül lehet. Mindkét esetben az az ideális, ha a változtathatóság jó közelítéssel folytonos. Ezzel a kikötéssel az előbbi esetben egy hidraulikus rendszer esetén a változtatható munkaterű elemek, mechanikai rendszernél egy fokozatmentes sebességváltó [4] használható. A tehetetlenségi nyomatéknál a forgórész tömegének, vagy inkább tömegeloszlásának változtatása merül fel lehetőségként, ez többek között történhet egy csuklós mechanizmussal [5]. Utóbbi előnye, hogy kisebb komplexitású, mint egy fokozatmentes sebességváltó. Az utolsó opció ebben az esetben, ha két, egymástól nagy mértékben eltérő tehetetlenségi nyomatékú forgórész egy disszipatív elemmel [6] kerül összekapcsolásra. Ennek hátránya, hogy az eredő inertancia frekvenciafüggő lesz.

3. Félaktív rezgészigetelés változtatható inerterrel

A változtatható inerter alkalmazásánál az alapelv, hogy a csillapító rendszer antirezonancia-frekvenciáját a gerjesztés (domináns) frekvenciájához hangoljuk. Ahogy az az 1.2. fejezetben is látható, az inertancia növelése lefele tolja ezt a frekvenciát. Figyelembe kell venni továbbá, hogy egy valós rendszer

esetében az inertancia csak bizonyos korlátok között változtatható. Ezekkel együtt, egy kézenfekvő szabályozási törvény, hogy ezen tartomány belsejében a hangolás ténylegesen megtörténik, magasabb frekvenciákon a minimális, alacsonyabb frekvenciákon a maximális inertancia érvényesül. Ezek alapján numerikus módszerek segítségével meghatározható a módosított nagyítási függvény, amelyet – összehasonlítva az egyszerű rugóstaggal – a 18. ábra tartalmaz.



18. ábra. A változtatható inertérel optimalizált nagyítási függvény

Figyelemre méltó, hogy a változtatható inertér alkalmazása mind a rezonanciafrekvencia környezetében, mind pedig más frekvenciatartományokon (ebben az esetben körülbelül 2 és 6 Hz között) jelentősen lecsökkenti az amplitúdóarányt.

4. Összefoglalás

Jelen tanulmány inertérré épülő rezgésszigetelési megoldásokkal foglalkozik. Elsőként bemutatásra került az inertér helye a mechatronikában használt rendszeranalógiákban, majd a párhuzamosan kapcsolt inertér hatása a hagyományos rugóstag frekvenciaátvitelére. Ezek után ismertetésre kerültek a működés közbeni paraméterhangolást lehetővé tevő változtatható inertér különböző koncepciói. Végül bemutatásra került egy olyan változtatható inertérré épülő rezgésszigetelési megoldás, amely az egyszerű rugóstaghoz képest jelentős javulást eredményez a nagyítási függvényeket tekintve.

Köszönetnyilvánítás

A Kulturális és Innovációs és Minisztérium ÚNKP-22-1-I-BME-63 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

Irodalmi hivatkozások

- [1] Horace M. Trent, *Isomorphisms between Oriented Linear Graphs and Lumped Physical Systems*, The Journal of the Acoustical Society of America, Acoustical Society of America, 1955, 27, 500-527
- [2] M. C. Smith, *Synthesis of mechanical networks: the inertér*, Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, 2002, 1657-1662
- [3] Smith, N.D.J., and David Wagg, *EACS 2016 Paper - A fluid inertér with variable inertance properties*, The University of Sheffield, 2017, No. 199
- [4] M. Lazarek, P. Brzeski, P. Perlikowski, *Design and modeling of the CVT for adjustable inertér*, Journal of the Franklin Institute, 2019, Vol. 354, 14, 7611-7625
- [5] Takino M, Asai T, Development and performance evaluation of an electromagnetic transducer with a tuned variable inertér, Journal of Vibration and Control, SAGE Journals, 2022
- [6] Li W, Dong X, Yu J, Xi J, Pan C. *Vibration control of vehicle suspension with magneto-rheological variable damping and inertia*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2021, 32(13), 1484-1503.