

Örvénydetektálás henger körüli áramlásban

Vortex detection in fluid flow around a cylinder

KOVÁCS Kinga Andrea¹, Dr. BALLA Esztella¹

¹ Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem,
Gépészmérnöki Kar, Áramlástan Tanszék, 1111 Budapest, Műegyetem rkp. 3.

Abstract

The main aim of the current paper is vortex detection in fluid flow around a circular cylinder, which also means the optimization of the vortex detection parameters. The paper aims to make an existing vortex detection method more objective by giving suggestions for the values of the vortex detection parameters. The parameters and their importance are thoroughly introduced, as well as the implementation of the parameter optimization. As a result of the study, the optimal intervals, and the section of these intervals for the different cases have been determined for each parameter.

Keywords: bluff bodies, circular cylinder, Reynolds number, vortex detection, parameter optimization

Kivonat

Jelen tanulmány fő célja örvénydetektálás egy körhenger körüli áramlásban, mely magába foglalja az örvénydetektálási paraméterek optimalizálását. A tanulmány célja, hogy egy meglévő örvénydetektálási módszert tegyen objektívebbé azáltal, hogy javaslatokat ad az örvénydetektálási paraméterek optimális értékeire. A paraméterek és jelentőségük, valamint a paraméter-optimalizálás megvalósítása részletesen bemutatásra kerülnek. A vizsgálat eredményeként meghatározásra kerültek az egyes paraméterekre vonatkozó optimális intervallumok, illetve ezen intervallumok metszete is a különböző esetekre.

Kulcsszavak: tompa testek, körhenger, Reynolds-szám, örvénydetektálás, paraméter-optimalizálás

1. Bevezetés és célkitűzések

A gyakorlati alkalmazások magas számából kifolyólag a különféle testek körüli áramlást rendkívül alaposan tanulmányozták az áramlástan története során. Ezen testek két fő csoportra oszthatók, tompa testekre (pl. henger) és áramvonalas testekre (pl. szárnyprofil). Tompa testek esetén a Reynolds-szám adott intervallumára szimmetrikus, periodikus örvényleválás figyelhető meg, ez az ún. Kármán-féle örvénysor jelensége [1]. Ezen áramlások periodikus jellege esetenként nemkívánatos rezgéseket okoz, mely rendkívül veszélyes tud lenni, ha az örvényleválás frekvenciája megegyezik a testek sajátfrekvenciájával [1]. Ebből kifolyólag létfontosságú, hogy a mérnökök figyelembe vegyék az örvényleválás jelenségét felhőkarcolók, kémények stb. tervezése során.

Jelen tanulmány alapvető célja örvénydetektálás egy henger körüli áramlásban, mely magába foglalja az örvénydetektálási paraméterek optimalizálását is. A paraméter-optimalizálás szükségességét az indokolja, hogy a publikáció [2], melyen az örvénydetektálás alapul, nem ad javaslatokat a paraméterek optimális értékeire, ezáltal az alkalmazott örvénydetektálási metódus szubjektivitása nagy. A tanulmány célja a módszer objektivitásának növelése az optimális paraméterértékekre vonatkozó javaslatlétételek által.

A vizsgált henger körüli áramlás kétdimenziós szimuláció eredménye, melyet az ANSYS Workbench 2022 R2 segítségével hajtottunk végre. A szimulációk különböző Reynolds-számokra valósultak meg, melyek az alábbiak: 12, 60, 120, 1200. A szimulációs eredmények validálása azáltal történt, hogy összehasonlítottunk alapvető áramlástan jellemezőket (felhajtóerő-tényező, ellenállástényező, Strouhal-szám), illetve a kialakult áramképeket a szakirodalomból vett értékekkel, valamint ábrákkal [3, 4].

Az örvénydetektálás MATLAB R2020b segítségével történt. Legelőször a 120-as Reynolds-számú esetre végeztük el az optimalizálást, ugyanis ezen Reynolds-szám esetén megfigyelhető a már említett Kármán-féle örvénysor jelensége. Kármán-féle örvénysor esetén létezik egy elméleti érték az egymást követő

örvényközéppontok koordináta-különbségeinek hányadosára [5]. Ebből kifolyólag, ezen elméleti érték teljesülése, avagy nem teljesülése révén ellenőrizhető a detektálás helyessége. Egy végső lépésként a többi esetre is meghatározásra kerültek az optimális paraméterértékek, mindvégig szem előtt tartva a 120-as Reynolds-számú eset eredményeit is.

Jelen tanulmány számos területen hasznos lehet. Elsőként, örvénydetektálás révén vizsgálható az áramlás szerkezete, illetve az egymás mellett lévő testek (pl. épületek) egymásra hatása. Továbbá, a méréseken keresztül történő detektálás egy rendkívül időigényes folyamat, tehát a detektálási idő is jelentősen csökkenthető jelen numerikus módszer alkalmazásával. Végül, de nem utolsó sorban, ismeretes, hogy a Kármán-féle örvénysor okozza a telefonvezetékek „éneklésének” jelenségét [1], tehát zajt okoz. Ebből kifolyólag az alkalmazott örvénydetektálási módszer akár a zajcsökkentés területén is hasznos lehet.

2. Lagrange-átlagolt örvényesség eltérés

Az alkalmazott örvénydetektálási módszer az ún. Lagrange-átlagolt örvényesség eltérésen alapul, mely voltaképpen egy objektív örvénydefiníció [2]. A [2]-es publikációban megfogalmazták az írók, hogy az összefüggő örvények definíciója napjainkban is vitatott, viszont van két széleskörben elfogadott jellemző. Az egyik jellemző, hogy az örvények nagy örvényességű koncentrált területek, illetve a másik, hogy nagyfokú anyagi invariancia jellemzi ezeket a térrészeket. Ugyanakkor fontos megjegyezni, hogy a nagy örvényesség, mint kritérium aligha objektív, tehát egy általános, explicit örvénydefiníció megalkotásában az anyagi invariancia jó kiindulási pont lehet. A [2]-es cikkben az alkotók kísérletet tettek egy objektív örvénydefiníció létrehozására, ez maga az ún. Lagrange-átlagolt örvényesség eltérés (angolul: Lagrangian-averaged vorticity deviation, rövidítve: LAVD).

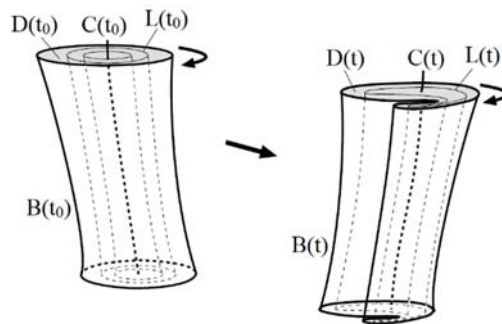
Definíció szerint maga a LAVD az örvényesség térbeli átlagától vett abszolút eltérésének pályaintegrálja [2]:

$$LAVD_t^{t_0}(\mathbf{x}_0) := \int_{t_0}^t |\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}(s; \mathbf{x}_0), s) - \bar{\boldsymbol{\omega}}(s)| ds \quad (1)$$

Ahol t_0 az integrálás kezdő időpillanata [s], t az integrálás végső időpillanata [s], \mathbf{x}_0 jelöli a kezdő részecske pozíciókat [m], $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, s)$ az örvényesség $\begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix}$, $\mathbf{x}(s; \mathbf{x}_0)$ jelöli a pillanatnyi részecske pozíciókat [m], s az integrálási változó, és $\bar{\boldsymbol{\omega}}(s)$ az örvényesség pillanatnyi térbeli átlaga $\begin{bmatrix} 1 \\ s \end{bmatrix}$.

A LAVD lehetővé teszi anyagi csövek azonosítását, melyek mentén a kisebb folyadék részecskék ugyanazzal a rotációval rendelkeznek. A kezdeti pozícióik ezeknek az anyagi csöveknek a $LAVD_t^{t_0}(\mathbf{x}_0)$ értékek csőszerű felületei. Ezen csőszerű felületek kétdimenziós esetben zárt, konvex görbéként, míg háromdimenziós esetben konvex hengeres, illetve, csészeszerű alakzatként értelmezendők. [2] alapján egy Lagrange örvénynek az alábbi feltételeknek kell megfelelnie: (a) az örvény egy kialakuló anyagi tartomány $D(t)$, ahol $D(t_0)$ tartalmazza a $LAVD_t^{t_0}(\mathbf{x}_0)$ értékek csőszerű felületeit és a LAVD értékek kifelé haladva csökkennek, (b) $D(t)$ határa $B(t)$, ahol $B(t_0)$ a legkülső csőszerű felülete a $LAVD_t^{t_0}(\mathbf{x}_0)$ értékeknek $D(t_0)$ -ban, (c) $D(t)$ középpontja $C(t)$, ahol $C(t_0)$ a legbelső csőszerű felülete (maximuma) a $LAVD_t^{t_0}(\mathbf{x}_0)$ értékeknek $D(t_0)$ -ban. Szemléltetésképpen az 1. ábrán látható egy Lagrange örvény [2]. A bal oldali ábra a vizsgált időintervallum kezdeti időpillanatához kapcsolódik, míg a jobb oldali ábra a jelenlegi állapotra utal. $L(t)$ egy ún. Lagrange-i koherens struktúra, amely mentén a folyadék részecskék rotációja megegyezik a vizsgált időintervallum alatt.

A LAVD-on alapuló örvénydetektálás numerikus aspektusa, illetve a módszer rendkívül részletes és alapos leírása megtalálható a [2]-es publikációban.

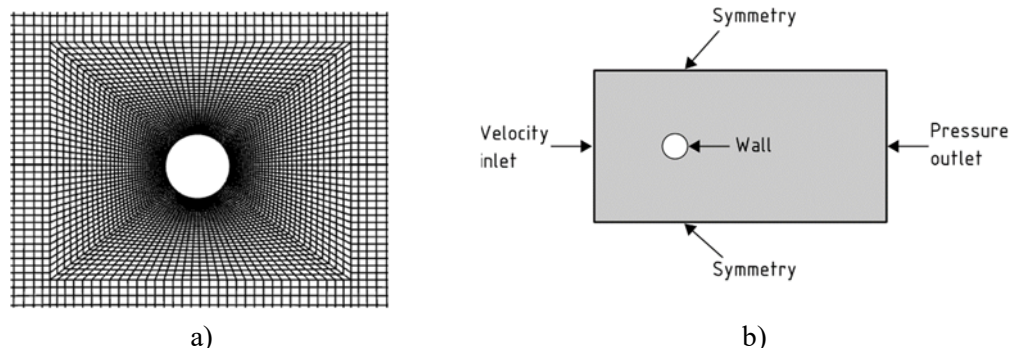


1. ábra. Egy Lagrange örvény kezdeti és jelenlegi pozíciója. [2] alapján reprodukálva.

3. szimulációs beállítások

A tanulmány során mindvégig kétdimenziós szimulációkat futtattunk. Maga a modell [6] alapján készült SpaceClaim segítségével. A hengerátmérő $D = 0.0127 [m]$, míg a szimulációs tartomány az alábbi: $-8D < x < 22D$; $-8D < y < 8D$. A hálózást az Ansys Workbench Mesher segítségével hajtottuk végre. A generált tisztán négyszögelemekből álló, strukturált háló a 2. a) ábrán látható.

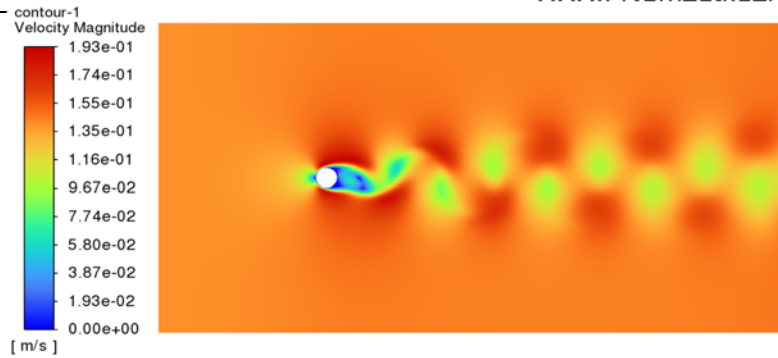
A szimulációkat az Ansys Fluent 2022 R2 segítségével futtattuk különféle Reynolds-számokra, melyek az alábbiak: 12, 60, 120, 1200. A vizsgált közeg mindvégig levegő volt. Valamennyi szimulációt tranziens beállítással futtattunk a *Viscous Laminar* modell alkalmazásával. Másodrendű numerikus sémákat alkalmaztunk, és [6] alapján írtuk elő a peremfeltételeket a szimulációs tartomány különböző határaitra (2. b) ábra). A belépő keresztmetszetre egy sebesség, míg a kilépő keresztmetszetre egy nyomás peremfeltétel lett előírva. A tartomány alsó és felső határára egy-egy szimmetriasík peremfeltételt határoztunk meg. Végül pedig magára a henger felületére egy fal peremfeltételt írtunk elő, hogy elkülönítsük a folyadék, illetve a szilárd térrészeket.



2. ábra. a) Strukturált háló a henger közelében. b) Előírt peremfeltételek.

4. Szimulációs eredmények

A kialakult áramképek, illetve a vizsgált áramlási jellemzők (felhajtóerő-tényező, ellenállástényező, Strouhal-szám) rendkívül jó összhangban voltak a szakirodalomból vett ábrákkal, illetve értékekkel [3, 4]. 12-es Reynolds-szám esetén egy stacionárius, időben állandó áramlásról van szó, tehát ilyenkor még nem figyelhető meg az örvényleválás jelensége. 60-as Reynolds-számnál már egy időben változó, tranziens áramlási esetről beszélünk, ekkor már megindul az örvényleválás, és a Strouhal-szám is csak ettől az esettől értelmezhető. Fontos megjegyezni, hogy ezen Reynolds-szám esetén egy rendkívül szimmetrikus áramkép alakul ki. Ami a 120-as Reynolds-számú esetet illeti, itt figyelhető meg egyedül a vizsgált esetek közül a már említett Kármán-féle örvénysor, melyet szimmetrikus, periodikus örvényleválás jellemez. Végül, de nem utolsó sorban 1200-as Reynolds-szám esetén az örvényleválás természetesen továbbra is megfigyelhető, viszont az áramlás ekkor már elveszíti szimmetrikus jellegét. Reprezentatív példaként a 3. ábrán látható a 120-as Reynolds-számú esetre vonatkozó áramkép.



3. ábra. Sebességkontúrok 120-as Reynolds-szám esetén.

Amint már említésre került, a szimulációs eredmények validálása által történt, hogy összehasonlítottunk különféle áramlási jellemzőket a szakirodalomból vett értékekkel. A szimulációs eredmények, illetve a szakirodalmi értékek [3, 4] a különböző esetekre az 1. táblázatban láthatók.

A szimulációkból nyert jellemző értékek és a szakirodalmi értékek a különböző esetekre. 1. táblázat

Re	$\bar{c}_{L,szim}$	$\bar{c}_{L,szakir}$	$\bar{c}_{D,szim}$	$\bar{c}_{D,szakir}$	Sr_{szim}	Sr_{szakir}
12	0	0	2,81	2,53	–	–
60	0	0	1,49	1,38	0,14	0,14
120	0	0	1,40	1,31	0,18	0,16
1200	0	0	1,72	1,2	0,25	0,21

Ahol: Re: Reynolds-szám, $\bar{c}_{L,szim}$: a felhajtóerő-tényező időbeli átlagértékére vonatkozó szimulációs eredmény, $\bar{c}_{L,szakir}$: a felhajtóerő-tényező időbeli átlagértékének szakirodalomból vett értéke, $\bar{c}_{D,szim}$: az ellenállástényező időbeli átlagértékére vonatkozó szimulációs eredmény, $\bar{c}_{D,szakir}$: az ellenállástényező időbeli átlagértékének szakirodalomból vett értéke, Sr_{szim} : a Strouhal-számra vonatkozó szimulációs eredmény, Sr_{szakir} : a Strouhal-szám szakirodalomból vett értéke.

Szimmetrikus áramlás esetén a felhajtóerő-tényező időbeli átlagértéke 0, amint az 1. táblázatból látható, ez a feltétel minden vizsgált esetben teljesült. Ami az ellenállástényezőt és a Strouhal-számot illeti, a kapott értékek összhangban vannak a szakirodalmi értékekkel egy eset kivételével, amely az 1200-as Reynolds-számú eset. Ebben az esetben [7, 8] alapján azért tapasztalható eltérés az eredményekben, mivel ekkor egy bizonyos kritikus Reynolds-szám fölött vagyunk. Ha a Reynolds-szám meghaladja ezt a kritikus értéket, akkor egy kétdimenziós szimuláció nem alkalmas arra, hogy lekövesse a valóságban egyébként háromdimenziós áramlási hatásokat, és ez okozza az eltérést az eredményekben.

A szimulációkat követően végeztünk egy hálófüggetlenségi vizsgálatot a Richardson extrapoláció segítségével, mellyel biztosítottuk az eredmények hálófüggetlenségét.

5. Örvénydetektálás matlab segítségével

Az örvénydetektálási paraméterek optimalizálását elsőként a 120-as Reynolds-számú esetre végeztük el, mivel amint már említésre került, ekkor létezik egy elméleti érték az egymás mellett lévő örvényközéppontok koordináta-különbségeinek hányadosára, mely 0,281 [5].

Szám szerint három paraméter optimalizálása történt meg, melyek alapvetően meghatározzák a detektálás kimenetét, ezek az alábbiak: Nct, DeficiencyThresh (%), MinLength (%). Sorra véve ezen paramétereket, az első meghatározó jellemző, tehát az Nct jelöli a kontúrszintek számát. A DeficiencyThresh (%) egy százalékos mennyiség, mely a maximálisan megengedett konvexitási hibát adja meg a detektálandó örvényekre vonatkozóan. Egy zárt görbe konvexitási hibája az azt körbeölelő konvex görbe által közbezárt, valamint az eredeti görbe által közbezárt térrészek különbségének és az eredeti görbe által határolt térrésznek a hányadosa. Végül, az ún. MinLength (%) paraméter szintén egy százalékos érték, mely a hengerátmérő arányában van kifejezve. Ha egy adott örvény kontúrhossza ezen minimális érték alá esik, akkor az adott örvényt figyelmen kívül hagyja a program.

Az optimalizálási folyamat során elsőként az Nct paraméter hatását vizsgáltuk, miközben a másik két paramétert állandó értéken tartottuk. Ezt követően, egy már optimális Nct érték alkalmazásával végeztük el a további két paraméter hangolását.

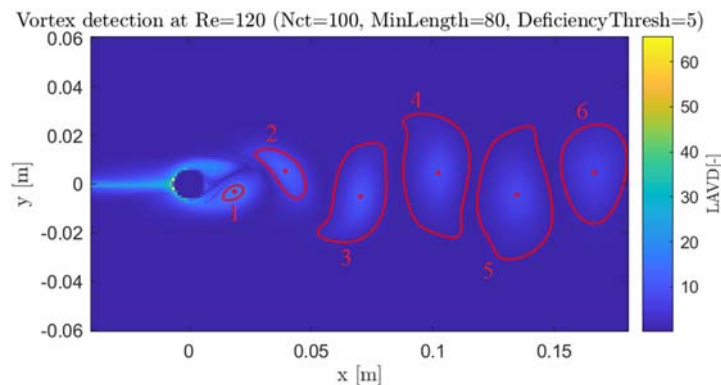
Az optimalizálási folyamat során az alábbi értékeket vizsgáltuk:

$$Nct = 1; 10; 50; 100; 200; 400; 600; 800; 1000 \quad (2)$$

$$DeficiencyThresh = 0; 1; 2; 5; 10; 15; 20; 40; 50; 60; 80; 100 \quad (3)$$

$$MinLength = 1; 10; 20; 40; 60; 65; 70; 75; 80; 100; 110; 120; 130; 150; 180; 185; 190; 200; 1000 \quad (4)$$

Valamennyi paraméterre meghatároztunk optimális intervallumokat, ezek az alábbiak: $Nct \in [100; 200]$; $DeficiencyThresh \in [1; 10]$; $MinLength \in [75; 180]$. Az optimalizálás végeztével lefuttattuk az örvénydetektálást a megfelelően megválasztott paraméterekkel, illetve ellenőriztük az elméleti 0,281-es érték teljesülését. Az örvénydetektálás eredménye a 4. ábrán látható. Az ábra a LAVD értékek szintvonalas ábrázolását mutatja. A piros pontok jelölik az örvényközpontokat, míg a piros, zárt görbék jelölik az örvények határait. Mivel kétdimenziós szimulációkat futtattunk a vonatkoztatási rendszer az x-y koordináta-rendszer és az origó a henger középpontjában található.



4. ábra.

Örvénydetektálás a 120-as Reynolds-számú esetre.

Maguk a koordináta-különbség hányadosok pedig az alábbiak:

$$\frac{\Delta y_{12}}{\Delta x_{12}} = 0.4038, \quad \frac{\Delta y_{23}}{\Delta x_{23}} = -0.3409, \quad \frac{\Delta y_{34}}{\Delta x_{34}} = 0.3063 \quad (5)$$

$$\frac{\Delta y_{45}}{\Delta x_{45}} = -0.2804, \quad \frac{\Delta y_{56}}{\Delta x_{56}} = 0.2844$$

Amint az (5) egyenletből látható, a számított értékek jól közelítik az elméleti értéket, illetve a hányadosok konvergálnak 0,281-hez tovább haladva lefelé a henger nyomban. Ezt követően elvégeztük a paramétoptimalizálást és az örvénydetektálást a többi szimulációs esetre is. 12-es Reynolds-szám esetén a kód nem tudta detektálni a henger mögött kialakuló ellenforgó örvénypárt, mivel ebben az esetben egy időben állandó (stacionárius) áramlásról van szó. Ugyanakkor 60-as és 1200-as Reynolds-szám esetén mind az optimalizálás, mind pedig a detektálás sikeres volt. Ezekben az esetekben is különféle paraméter értékeket vizsgáltunk, végül pedig meghatároztuk az optimális intervallumokat, illetve a különböző Reynolds-számú esetekre kapott intervallumok metszetét is (2. táblázat).

Az optimális intervallumok összefoglalása.

2. táblázat

	Re=60	Re=120	Re=1200	\cap
Nct	[100; 200]	[100; 200]	[100; 200]	[100; 200]
DeficiencyThresh	[1; 10]	[1; 10]	[1; 5]	[1; 5]
MinLength	[60; 495]	[75; 180]	[75; 120]	[75; 120]

Ami a koordináta-különbség hányadosokat illeti, a 60-as és az 1200-as Reynolds-számú esetekre is meghatározásra kerültek, és noha elméleti érték nem áll rendelkezésünkre, mégis le lehet vonni következtetéseket az áramképekre vonatkozóan. 60-as Reynolds-szám esetén a hányadosok nem konvergálnak, hanem egyből beállnak egyenközzé, az örvényleválás rendkívül szimmetrikus. Ezzel szemben, 1200-as Reynolds-szám esetén az örvényleválás teljesen elveszíti szimmetrikus jellegét, a hányadosok váltakoznak.

6. Az eredmények összefoglalása

A tanulmány fő célja az volt, hogy optimalizálja egy meglévő örvénydetektálási módszer paramétereit, és ezáltal objektívebbé tegye azt. Cél volt továbbá maga az örvénydetektálás egy körhenger körül kialakuló áramlásban különböző Reynolds-számok esetén. A vizsgált áramlás szimuláció eredménye volt. A szimulációs eredmények validálása a kialakult áramképek, illetve alapvető áramlástan jellemzők összehasonlítása révén történt a szakirodalomból vett ábrákkal és értékekkel. Az áramképek rendkívül jó egyezést mutattak az elvárt eredményekkel, az áramlástan jellemző értékek esetén is csak egy Reynolds-számnál volt eltérés.

A paraméter-optimalizálást elsőként a 120-as Reynolds-számú esetre végeztük el. Az optimalizálási folyamat végeztével végrehajtottuk az örvénydetektálást, és a számított értékek jól közelítették az elméleti 0,281-es értéket. 12-es Reynolds-szám esetén az áramlás stacionárius jellegéből kifolyólag az örvények detektálása nem volt sikeres. Ugyanakkor, 60-as és 1200-as Reynolds-szám esetén a kód megfelelően hajtotta végre az örvénydetektálást. Ismételten elvégeztük az optimalizálást ezen két esetre is, majd meghatároztuk a különböző Reynolds-számokra kapott optimális intervallumok metszetét is. Általánosságban elmondható, hogy noha az intervallumok a különböző esetekre nem egyeznek meg teljesen, ugyanakkor jelentős átfedést mutatnak, tehát minden paraméternek vannak olyan értékei, melyek valamennyi vizsgált esetre optimálisnak bizonyultak.

Számos továbbfejlesztési lehetőséget rejt magában a kutatás. Elsőként érdemes lehet kipróbálni az alkalmazott módszert háromdimenziós szimulációkra, valamint tesztelni lehet a meghatározott optimális paraméter értékeket. Továbbá, egyéb örvénydetektálási módszerekkel történő összehasonlítás révén értékelhető a javaslatunk alapján paraméterezett módszer örvénydetektálási képessége.

Köszönetnyilvánítás

A TKP-6-6/PALY-2021 számú projekt a Kulturális és Innovációs Minisztérium Nemzeti Kutatási Fejlesztési és Innovációs Alapból nyújtott támogatásával, a TKP2021-NVA pályázati program finanszírozásában valósult meg. A kutatást a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal támogatta az NKFI K 143204 projekt keretében.

Irodalmi hivatkozások

- [1] Lajos T., *Az áramlástan alapjai*, Műegyetemi Kiadó, Budapest, 2019.
- [2] G. Haller, A. Hadjighasem, M. Farazmand, F. Huhn., *Defining coherent vortices objectively from the vorticity*, Journal of Fluid Mechanics, 2016, 795, 136-173.
- [3] H. Schlichting, K. Gersten, *Boundary-Layer Theory*, Springer, Heidelberg, 2016.
- [4] L. Qu, C. Norberg, L. Davidson. S.H. Peng, F. Wang, *Quantitative numerical analysis of flow past a circular cylinder at Reynolds number between 50 and 200*, Journal of Fluids and Structures, 2013, 39, 347-370.
- [5] H. Glauert, *The elements of Aerofoil and Airscrew Theory*, Cambridge University Press, Cambridge, 1947.
- [6] J. Shao, C. Zhang, *Numerical analysis of the flow around a circular cylinder using RANS and LES*, International Journal of Computational Fluid Dynamics, 2006, 20:5, 301-307.
- [7] R. Mittal, S. Balachandar, Effect of three-dimensionality on the lift and drag of nominally two-dimensional cylinders, Physics of Fluids, 1995, 7, 1841-1865.
- [8] B.N. Rajani, A. Kandasamy, S. Majumdar, *Numerical simulation of laminar flow past a circular cylinder*, Applied Mathematical Modelling, 2009, 3, 1228-1247.