

Általánosított léccerék kapcsolódás számítógépes vizsgálata

Computer aided proofing of generalized rack-wheel meshing

LÁSZLÓ Sándor

Sapientia EMTE, Marosvásárhely Műszaki és Humán Tudományok Kar, Gépészmérnöki szak

Vezető tanára: Dr. Máté Márton

Kivonat

A dolgozatban egy szimulációs-grafikus módszert mutatunk be, amellyel pontosan meghatározható a forgácsolás során lefejtendő felületek alakja. A módszer igen hatékonyan segíti a fogaskerekek fogprofiljának alakulásának vizsgálatát. A módszer lényege a testmodellek folyamatos, előre eltervezett és pontosan leírt relatív mozgás alatti ütköztetése, majd pedig a generált test létrehozása az AutoCad programcsomagban létező testkivonás-művelet alkalmazásával.

Az alkalmazott CAD módszer, az úgynevezett "kivonásos" módszer abban áll, hogy mint a valóságban a kész kivág a munkadarabból anyagot, úgy számítógépen kivonunk egy testből a forgácsoló szerszámhoz hasonló testet. Míg a valóságban ez folytonosan történik, addig a számítógépen csak diszkrétizáltan, véges számú relatív helyzetben lesz végrehajtva a kivonás. A keletkezett testmodell felülete a diszkrét léptetés miatt nem lesz sima, de ha a legördülési folyamat vezérparaméterét kis értékre választjuk, akkor ez a hiba elhanyagolható. A felosztás finomságát csak a mai számítógépek számítási kapacitása határozza meg, mivel minél kisebb ennek értéke, annál több műveletet kell végrehajtson a számítógép.

Az előbbieken felvázolt módszert a hengeres evolvens fogaskerék és a vele kapcsolódó fogasléc általános relatív helyzetére elemezzük. A módszernek az a lényege, hogy a fogaskerék fogasléc hajtópárt hiperboloid hajtásként tekintem, majd ennek sajátos eseteit a következő sorrendben emelem ki:

- egyenes fogú léccel lefejtett egyenes fogú fogaskerék;
- egyenes fogú léccel lefejtett ferde fogú fogaskerék;
- ferde fogú léccel lefejtett ferde fogú kerék úgy, hogy a kerék tengelye merőleges vagy pedig kitérő a léccel haladási irányára.

A generálás kiértékelését a bonyolult számításokat elkerülendő, numerikusan végeztem el. A leszimulált fogaskerekeket összehasonlítom és következtetést vonok le a hajtás általánosíthatóságáról.

Kulcsszavak: fogasléc, fogaskerék, kapcsolódás, burkolás, szimuláció

1. EVOLVENS FOGAZATRÓL ÁLTALÁNOSAN

A hengeres fogaskerekek fogainak hordozó felülete különböző profilgörbékkel készülhet. A leggyakrabban az evolvens fogprofilot használják, amit egy körön legördülő egyenes pontjai írnak le. Ez a fogprofil, mert sok szempontból előnyös: egyenes vágóélű szerszámmal, nagy pontossággal állítható elő és könnyen ellenőrizhető a fogazat, a fogaskerekek kapcsolódása a tengelytáv kisebb mértékű hibáira nem érzékeny, a kapcsolódó fogprofilok relatív csúszása a kopás szempontjából elhanyagolható.

Evolvensstől eltérő fogprofil általában akkor használnak, ha az valamilyen szempontból előnyösebb, mint az evolvens. Például a ciklois, amit körön legördülő kör segítségével származtatnak, azért előnyösebb, mint az evolvens, mert kisebb fogszámú fogaskerekek készítésére is alkalmas, és jelentősen megnövelhető a profil kapcsolószám. Csúcsos, nyújtott és hurkolt cikloist egyaránt használnak. Ciklois fogazattal készülnek az óramű fogaskerekek, a lánckerekek [2,3].

Körív fogprofil is előfordul a gyakorlatban. A Wildhaber-Novikov fogazatnál, ahol a fogak teherbírásának növelése érdekében homorú/domború körív alakú fogprofilokat párosítanak össze, ami az érintkezési feszültségek szempontjából kedvező. Ugyanakkor az ilyen fogazat profil kapcsolószáma nagyon kicsi, a folyamatos kapcsolódás csak ferde fogazatú kerekekkel valósítható meg, költséges a fogaskerekek gyártása, és a fogak kapcsolódása nagyon érzékeny a tengelytáv-hibára.

Az evolvens fogazatú fogaskerék fontos jellemzője az alapkör, amelyen az evolvens fogprofil származtató egyenes legördül. Ennek d_b átmérője az osztókör átmérőtől és a szerszám kapcsolószögétől függ:

$$d_b = d \cdot \cos \alpha \quad (1)$$

Bizonyos kritikus fogszámánál kisebb fogszámú kerek fogazásánál a fogzó szerszám benyúlik az alapkörbe, ahol már nem alakíthat ki működő evolvens fogprofil. Ebben az esetben alámetszés keletkezik, ami gyengíti a fogtövet, és kapcsolódási zavarokat okoz [1]. Az alámetszés határához tartozó kritikus fogszám a szerszám kapcsolószögétől és a fogfejmagasságtól függ. $\alpha = 20^\circ$ esetén, egyenes fogú kerekknél az alámetszés kritikus fogszáma 17, ferdefogú kerekknél a fogferdeség növelésével ennek értéke 13-ig csökkenthető.

Az alámetszés elkerülhető, ha a gyártáskor a szerszámot a fogaskerék középpontjától radiális irányban annyira kihúzzák, ezt nevezzük pozitív profileltolásnak, hogy a a generáló lécs fejevonala a kapcsolószakaszt az alapkör és a kapcsolóegyenes érintési pontja fölött metsse. teljes működő fogprofil az alapkörön kívülre kerüljön. Ez azonban megváltoztatja a fog alakját: növeli a fogtő vastagságát, a fogprofil görbületi sugarát, és csökkenti a fogfej vastagságát, ami esetenként a fog kihegyesedéséhez vezethet.

Negatív profileltolás, ha a szerszámot az osztókörtől a fogaskerék középpontja felé tolják el. Ekkor csökken a fogtő vastagság és a fogprofil görbületi sugara, ami a fog teherbírása szempontjából kedvezőtlen, ezért a negatív profileltolást lehetőleg kerülni kell.

A profileltolással készült fogaskerék átmérői is megváltoznak, fej és lábkör átmérője az x_m profileltolás kétszeresével növekszik, illetve negatív profileltolás esetén csökken:

$$\begin{cases} d_a = d + 2 \cdot m + 2 \cdot x_m \\ d_f = d - 2.5 \cdot m + 2 \cdot x_m \end{cases} \quad (3)$$

Az elemi fogazatú fogaskerek az osztóköron (osztóhengeren) gördülnek le egymáson, tengelytávolságuk az osztókör sugarak összegével azonos:

$$A_0 = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2}{2} \quad (4)$$

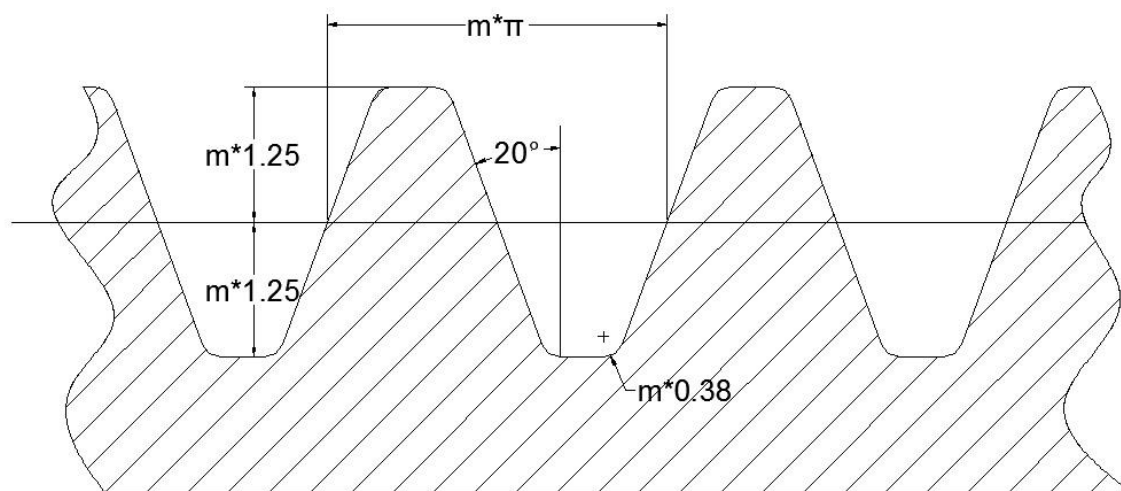
Amennyiben a fogaskerek profileltolással készülnek a kapcsolódó fogaskerek tengelytávolsága és kapcsolószöge megváltozik, kivéve ha a két keréken a profileltolás nagysága megegyezik, és előjelük ellentétes.

A lécs mint generáló elem a hajtásban

Az evolvens fogprofilú fogaskerék gyártása fogasléc alakú szerszámmal történhet a legelőnyösebb módon, mivel a kinematikai kapcsolat egyszerűsített módon megegyezik a körön legördített egyenessel. Tehát, ha a gyártandó kerék osztóköre a szerszám osztóvonalát csúszásmentesen legördítjük, akkor a fogasléc profil különböző helyzetzeihez tartozó burkológörbe a kapcsolódó kerék főgörbét adja.

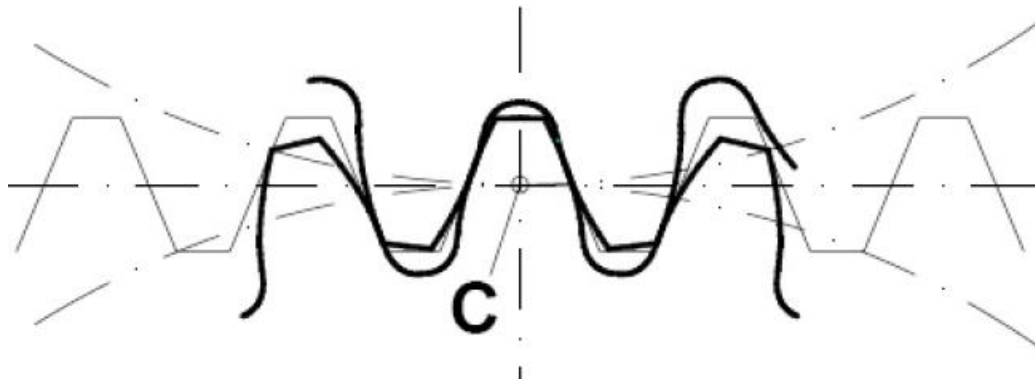
Ebben az esetben a fogasléc fogai egyszerű trapéz alakúak. Többek között emiatt terjedt el az evolvens fog használata, mivel a fogasléc alakú fogzó szerszámokat egyszerűen és nagy pontossággal lehet gyártani, különleges technológiát nem igénylő szerszámgépeken. Az evolvens fogazatok egységesítése céljából a szabványok a generáló fogasléc alakját és méreteit határozzák meg. A tényleges fogasléc méreteit a szabványos modullal való szorzás eredményeképp kapjuk meg.

Evolvens profilú hengeres kerek „Maag-féle” szerszám alaprofilja az alábbi ábrán látható:



1. ábra A lefejtő fogasléc

A szabvány által meghatározott evolvens alaprofil (fogasléc) a vele megegyező modulú fogaskerékekkel hézagmentesen kapcsolódik; és az ugyanilyen kialakítású kerek egymással is képesek helyesen kapcsolódnak.



2. ábra A matematikai fogasléc és a kapcsolódó profilok [1,2,3]

A léc és a kerék általános helyzete

A modern világban a mérnökök arra törekednek, hogy a gyártás előtt a lehető legpontosabban elkészítsék és tanulmányozzák a mechanizmusok működőképes modelljét. Ebből kiindulva jutottam arra a döntésre, hogy mi lenne, ha egy olyan kapcsolást kell megalkossunk, amiben szerepel egy ferde fogazatú fogasléc, amire egy σ szöggel elfordított fogaskerék kell kapcsolódjon. A fogaskerek profilját az a burkológörbe határozza meg, amely a fogasléc vágóélét burkolja miközben csúszásmentesen legördül a gördülőkörön.

A léc és a kerék fogélszögek függvényében előálló lehetséges helyzeteit a 3. ábrán szemléltettük, Az t az egyezményt használjuk, hogy mind a léc, mind a kerék fogdőlés-szögének előjele pozitív, ha jobbra döntött és negatív ellenkező esetben. Ennek függvényében a léc és a kerék σ egyezményes helyzetszöge a virtuális σ_1 tengelyszög (Virtuális tengelyszögnek tekintjük a végtelen fogú kerékként tekintett léc tengelye és a fogaskerék tengelye által közre zárt szöget – ez a léc haladási irányára húzott merőleges és a fogaskerék tengelye által közre zárt szög.) pótszöge [1,6]. A 3a és 3b ábrákból egyaránt kiderül, hogy a virtuális tengelyszög a fogdőlésszögek algebrai összege, így felírható, hogy:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \beta_1 + \beta_2 \\ \sigma = 90^\circ - \sigma_1 = 90^\circ - (\beta_1 + \beta_2) \end{cases} \quad (5)$$

A 3. sz. ábrából kinúnik, hogy a léc S mértékű haladása esetében a fogasléc fogának β_1 dőlésszögű vezérvonalára merőleges irányban az elmozdulás

$$s_n = s \cdot \cos \beta_1 \quad (6)$$

Ez az elmozdulás számszerűen egyenlő kell legyen a csúszva legördült osztókörü ív kiterített normálvetületével. A 3. ábrán megfigyelhető, hogy mindkét esetre érvényes az alábbi összefüggés:

$$s_1 \cos \beta_1 = s_2 \cos \beta_2 = r_{d2} \varphi_2 \cos \beta_2 \quad (7)$$

Innen következik a kerék elfordulása és a fogasléc útja között paraméterkapcsolat:

$$s_1 = \frac{R_d \cdot \varphi_2 \cdot \cos \beta_2}{\cos \beta_1} \quad (8)$$

A modell matematikai leírása érdekében tekintsük a 3. ábrát. Három koordináta-rendszert használunk: az állványhoz kötött S_0 , a léchez kötött $S1$ és a megmunkálendő kerékhez kötött $S2$ rendszer. A kapcsolódás törvényének levezetéséhez tekintsük az osztóhengert és a léc gördülősíkját, mint a két egység relatív síkmozgásbeli axoid-felületét. A számítások és a modell egyszerűsítése végett a léc osztóvonalát befoglaló osztósíkot definiáljuk axoidként, így elemi fogazás esetét tárgyaljuk.

A fogasléc által a fogaskerék koordináta-rendszerébe létrehozott felületsereg parametrikus egyenleteit a fogasléc parametrikus egyenleteire alkalmazott koordináta-transzformációval kapjuk, melynek mátrixegyenlete a következő:

$$\underline{\mathbf{r}}_2 = \mathbf{M}_{22^0} \mathbf{M}_{2^00} \mathbf{M}_{01} \underline{\mathbf{r}}_1 \quad (9)$$

A részmatrixok alakja a következő:

$$\mathbf{M}_{22^0} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10a)$$

$$\mathbf{M}_{2^0_0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 & R_d \\ -\sin \sigma & \cos \sigma & 0 & 0 \\ \cos \sigma & \sin \sigma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10b)$$

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \frac{R_d \cdot \varphi_2 \cdot \cos \beta_2}{\cos \beta_1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10c)$$

A fogasléc fogfelületének egyenletei a léchez csatolt S_I rendszerben a lécsík származtatófelületének egyenletei:

A (11), (10a), (10b) és (10c) behelyettesítésével a (9) mátrixegyenletbe kapjuk a burkolt felületsereg egyenleteit:

$$S_{yt} = \frac{S_{yn}}{\cos \beta}$$

$$\operatorname{tg} \alpha_t = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta}$$

$$v_{\tan} = \frac{v_n}{\cos \varepsilon}$$

$$v_{lec} = \frac{v_n}{\cos \beta}$$

$$v_{\tan} \cdot \cos \varepsilon = v_{lec} \cdot \cos \beta$$

SZIMULÁCIÓ

A szimuláció megvalósításához arra gondoltam, hogy mi lenne, ha AutoLisp programot írok erre, mert ennek segítségével AutoCad környezetben könnyen felépíthető és kiértékelhető a kapott testmodell. Azért is előnyös ez a módszer, mivel kevés a kezdeti bemeneti paraméter, amit a program indításakor kell megadni. A szimulációt a „kivonásos” módszer segítségével végeztem el, ami abban áll, hogy egy bizonyos előre meghatározott léptetési szöghöz kiszámítom a fogasléc hosszanti elmozdulásának új koordinátáit, majd ezután a fogasléc léptetését követően „kivonom” a kerekből a szerszámot (fogaslécet). A programot több alprogramra osztottam fel, amelyek könnyen átlátható egyszerű műveleteket hajt végre. Az eljárás lépései a következők:

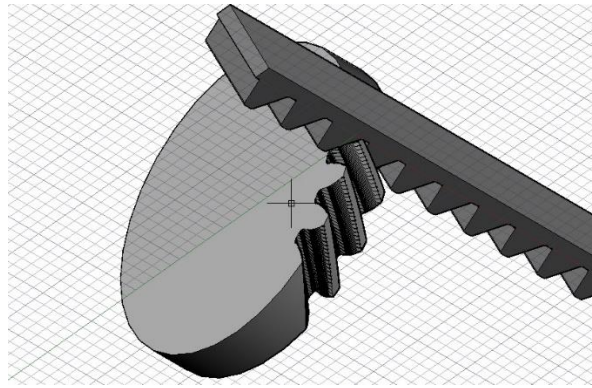
- inicializálás,
- a pontok koordinátáinak a kiszámítása,
- a fogasléc és a fogaskerék kirajzolása,
- ciklikusan kiszámítom az egységnyi forgatási szöghöz tartozó lécsík elmozdulást.

Ez az 'x' tengely menténi elmozdulást abban az esetben amikor a fogaskerék és a lécsík közötti szög értéke nulla:

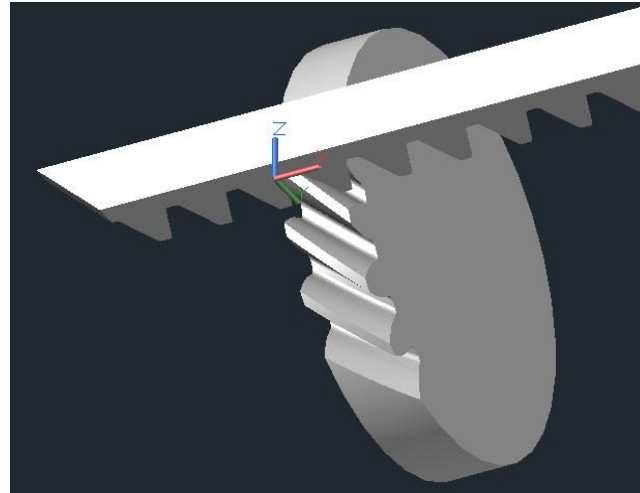
$$s = R_d \cdot \varphi$$

A fogasléc 'v' sebessége és a csatlakozó fogaskerék 'ω' szögsebessége között az alábbi összefüggés áll fenn:

$$v = \frac{d}{2} \cdot \omega = \frac{z \cdot m}{2} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}$$



Szimuláció 1



Szimuláció 2

KÖVETKEZTETÉSEK

Ez a kivonásos módszer könnyen átírható bármilyen más testmodell generálására.

Megfigyelhető, hogy viszonylag nagy léptetési értékre is, elég sima fogprofil felületet kapunk.

A módszerben számos továbbfejlesztési lehetőséget látok, amit az elkövetkezendő tudományos munkámban és szakdolgozatban szeretnék megvalósítani:

Gyártáskinetika pontatlanságának hibapotenciál-vizsgálata

Szerszámprofil hiba hatásvizsgálata

Irodalom

- [1] Hollanda D. Bazele aşchierii și a generării suprafețelor, Universitatea Petru Maior Târgu Mureș, Târgu Mureș, 1996.
- [2] Litvin, F.L. A fogaskerékkapcsolás elmélete. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, 1972.
- [3] Litvin, F.L., Fuentes, A. (trad. coord. Csibi, V.J.). Geometria angrenajelor și teorie aplicată. Dacia Könyvkiadó, Kolozsvár, 2009.
- [4] Máté, M. *Spirálfogazatú hengeres kerekek geometriája és gyártástechnológiája*. Magyar Tudományos Akadémia, Domus Hungarica egyéni kutatási ösztöndíj, B2011061 sz. pályázat, pályamunka.
- [5] Máté, M., Hollanda, D., Tolvaly-Rosca, F., Popa-Müller, I. *Az Archimédesz-féle spirális vezérgörbéjű fogazat hordképének lokalizációja a tangenciális eltolás megfelelő beállításával*. XXI-ik Nemzetközi Gépész Találkozó, Arad, 2013 ápr. 25-28, Konferenciakiadvány, ISSN 2068-1267, pp.265-268.
- [6] Máté, M., Hollanda, D. A forgácsolósebesség eloszlása hántolótárcsás fogaskerék-hántolás esetében. Műszaki Szemle, 60. sz., 2012, ISSN 1454-0746., pp.14-22.