

A klasszikus geometriájú egyenes fogú metszőkerék elméleti profilhibájának transzponációja a gyártott fogaskerékre

The transfer of the theoretical profile error of a straight fellows cutter on the machined gear

KÁNTOR Anna-Erzsébet¹, LACZKÓ-BENEDEK Brigitta²

¹kantoranna@yahoo.com, ²brigitta_laczkobenedek@yahoo.com

^{1,2}Sapientia EMTE, Marosvásárhely Műszaki és Humán Tudományok Kar

Vezető tanára: Dr. MÁTÉ Márton

Kivonat

Az egyenesfogú metszőkerék tervezési geometriájának következményeképpen, a szerszámnak elméleti profilhibája lesz, amelynek hatásait a minimális fejszalag-geometria megválasztása teszi elfogadhatóvá. Ennek következményeképpen az oldaléleken fellépő működő geometria a forgácsképzés szempontjából nem megfelelő. Jelen tanulmány azt vizsgálja, hogy a klasszikus élezésű egyenesfogú metszőkerék profilhibája milyen módon transzponálódik a gyártott darab profiljára, a szerszám, illetve a gyártott alkatrész geometriai paramétereinek függvényében

Kulcsszavak: Metszőkerék, profil, profileltolás, szerszám-profilhiba, darab-profilhiba, fogszám

1. BEVEZETŐ

Az evolvens fogprofil metszőkerékkel való kialakításának folyamata Fellows-féle lefejtő fogazásként van számontartva a szakirodalomban. Ez az eljárás két fogaskerék összehajtásának elvén alapszik, azzal a különbséggel, hogy az egyik kerék a forgó mozgáson kívül egy tengelyirányú, vagy ferde fogazat lefejtése esetén csavarmozgást is végez. E tekintetben a metszőkerék értelmezhető egy olyan idomként, amely végtelen sok végtelenül vékony fogaskerékből van összeállítva, és ezek különböző, de a tengely irányában lineárisan csökkenő profileltolással rendelkeznek.

Dolgozatunkban vizsgáljuk az egyenes fogú metszőkerékkel generált evolvens fogprofil geometriáját, valamint összehasonlítjuk ezt egy, a metszőkerék fogszámával megegyező fogszámú evolvens fogaskerék fogprofiljával. Munkánk során geometriai modellt állítottunk fel, amelyet számítógépes ábrázolással vizsgáltunk ehhez a MathCad és GeoGebra szoftvereket vettük igénybe.

1.1. A metszőkerékes fogaskerék-vésés kinematikája

A metszőkerékeket főleg belső fogazatok generálásánál alkalmazzák, hiszen más lefejtésre használt szerszámok – mint a fogasléc és csigamaró – nehezen vagy egyáltalán nem alkalmazhatók erre a célra. Emellett felhasználják külső fogazat kialakítására is.

A fogvésőgépet és szerszámát, a metszőkeréket Fellows találta fel, és 1899-ben szabadalmaztatta. A munkadarab és a szerszám elhelyezkedését, a fogvésésre jellemző mozgásokat az 1. ábra szemlélteti. Fogvéséskor a szerszám és a munkadarab tengelyei párhuzamosak. A lefejtést a szerszám és a munkadarab összehangolt forgómozgása adja.

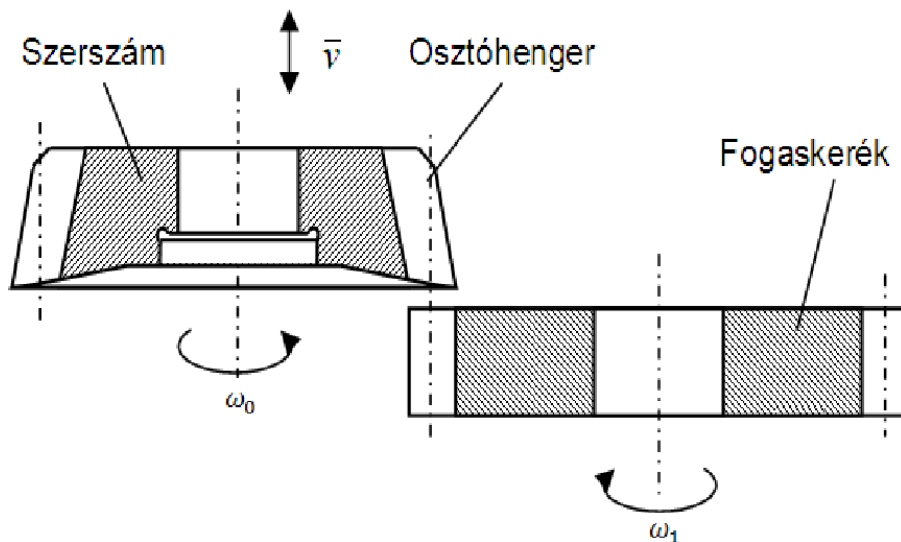
A szögsebességek között fennálló kapcsolat az áttétellel fejezhető ki, mely egyenlő a fogszámviszonnyal:

$$i = \frac{\omega_0}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2} \quad (1)$$

A forgácsoló mozgás a szerszám függőleges alternáló mozgása. Fogvéséskor kétféle előtólast különböztetünk meg: a sugárirányú- és a kerületi előtólast. A sugárirányú előtólast vezérlőtárcsával, vagy menetes orsóval valósítják meg, a kerületi előtólast a szerszám osztóköre mért, egy lökethez tartozó elfordulásnak megfelelő ívhossz, mm-ben kifejezve. Forgácsolás közben mind a szerszám, mind a munkadarab állandó szögsebességű, helytálló tengely körüli forgó mozgást végeznek. A kettőslököt visszatérő részének végrehajtásakor egy bütykös tárcsa eltolja a forgóasztalt, de nem a tengelyvonal irányában, hanem ehhez képest jól meghatározott, a fogszámviszonyok és az előtólast függvényében kiszámított ψ szöggel és Δ_{ψ} értékkel [6]. Így a

forgácsolt felület rugalmasságából adódó ütközést (kollíziót), melynek fogcsúcsletörés lenne a következménye, elkerüljük.

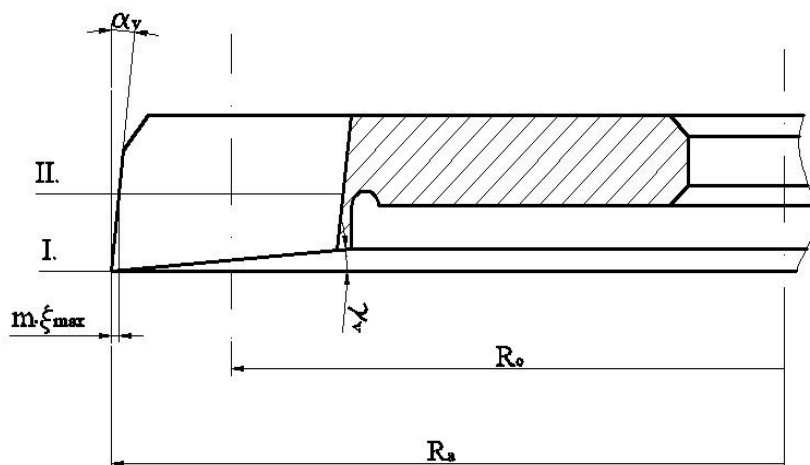
Fogvéséssel egyenes és ferde fogú fogaskerek is előállíthatók. Egyenes fogú fogaskereket egyenes fogú szerszámmal, ferde fogú fogaskereket ferde fogú szerszámmal lehet gyártani. Mivel a fogasgyűrűs tengelykapcsolókba egyenes fogú belső fogazatú kereket építenek be, a továbbiakban csak az egyenes fogazattal foglalkozunk.



1. ábra

2. A METSZŐKERÉK GEOMETRIÁJA

A metszőkerék felépítésében nagyon hasonlatos a fogaskerékhez, különbség elsősorban a fogoldalak alakjában rejlik. Az egyenes fogú metszőkereket összehasonlítva az ugyanolyan típusú fogazattal rendelkező fogaskerékkel azt vehetjük észre, hogy míg a fogaskerék fogoldala evolvens alapgörbéjű egyenes henger, addig a metszőkerék fogoldala, a profiletolás tengelymenti lineáris csökkenése miatt csavarfelület lesz [1-4]. Ennek az az oka, hogy a metszőkerék fogai, a profiletolás csökkenése miatt lineárisan csökkenő fogív-hosszal rendelkeznek az osztóköron, amelynek egyenes következménye a különböző magasságokban levő evolvens profilok arányos „becsavarodása” a fog szimmetria-síkjának irányába.



2. ábra

Az egyenesfogú metszőkerék homlokszférület az összes fog számára közös, a szerszám tengelyével egybeeső tengelyű egyenes körkúp, melynek generátora a homloksíkkal γ_v szöget zár be mely egyúttal a konstruktív ortogonális csúcshomlokszög.

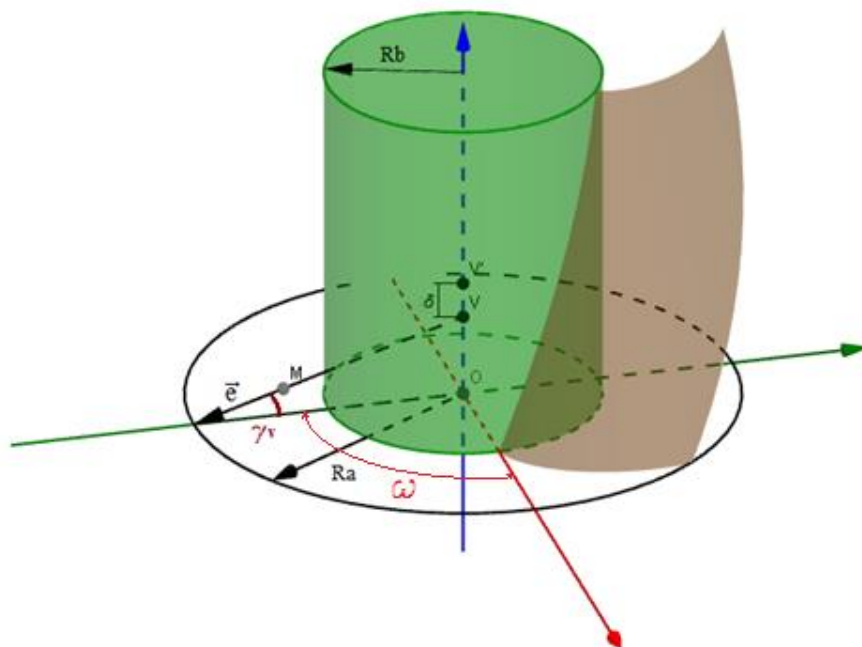
A fogoldalt a következő egyenletek írják le:

$$\begin{cases} x(u, v) = Rb \cdot (\cos(u + v) + u \cdot \sin(u + v)) \\ y(u, v) = Rb \cdot (\cos(u + v) - u \cdot \sin(u + v)) \\ z(u, v) = p \cdot v \end{cases} \quad (2)$$

Ezek egy evolvens csavarfelület egyenletei, amelynek az emelkedése p , a csavarmozgás paramétere v . Az evolvens alapkörének sugarát Rb , az u pedig az evolvens paraméterét jelöli. Meg kell jegyezni, hogy a metszőkerék alapköre eltér a vele ekvivalens fogaskerék alapkörétől, mivel a szerszámkapcsolószöget az alábbi képlettel [1-4]

$$\operatorname{tg} \alpha_s = \frac{\operatorname{tg} \alpha_0}{1 - \operatorname{tg} \gamma_v \operatorname{tg} \alpha_v} \quad (3)$$

A fogoldal felületének modelljét a 3. ábra szemlélteti.



3. ábra

3. A MATEMATIKAI MODELL

3.1. Kezdeti adatok

- $\alpha_0 = 20^\circ$ – a fogaskerék kapcsolószöge
- $\alpha_{0s} \approx 20,171^\circ$ – a szerszám kapcsolószöge
- $R_0 = \frac{m \cdot z}{2}$ – a szerszám osztóköri átmérője
- $R_b = \frac{m \cdot z}{2} \cdot \cos \alpha_{0s}$ – a szerszám alapköre
- $r_b = \frac{m \cdot z}{2} \cdot \cos \alpha_0$ – a munkadarab alapköre
- $\alpha_v = 6^\circ$ – a szerszám hátszöge
- $\gamma_v = 5^\circ$ – a szerszám homlokszöge
- $m = 5$ – modul

$p = \frac{Rb}{\operatorname{tg}\beta_b}$ – a csavarfelület menetemelkedése
 β_b – a csavarfelület emelkedési szöge az alapköri hengeren
 $h_0 = 1$ – fejmagasság tényező
 $c_0 = 0,25$ – fejhézag tényező
 $c_a = 0,3$ – lábhézag tényező
 a – hátfelületi kopás

3.2. A metszőkerék burkolókerékének profilja

A (2) parametrikus fogoldal-egyenletekhez, melyekben

$$p = \frac{R_{b0}}{\operatorname{tg}\beta_b} \quad (4)$$

hozzárendeljük a homlokkfelület kúpjának egyenleteit. Ezt implicit formában kell megkapnunk, de könnyebb a parametrikus formát felírni először. A megfogalmazást általánosítjuk azáltal, hogy a metszőkeréket tetszőleges élezési stádiumban levőnek tekintjük, ami azt jelenti, hogy az a hátkopásnak megfelel a homlokkúp csúcsának δ értékkel való többlet- felemelése az (xy) sík fölé, ahol

$$\delta = a \cdot \cos(\alpha_v) - \sin(\alpha_v) \cdot \operatorname{tg}(\gamma_v). \quad (5)$$

Megjegyezzük, hogy az új szerszám homlokkúp-csúcsának z - koordinátája $Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v$.

A kúpfelület tetszőleges M pontjának koordinátáit a tetszőleges generátor e egységvektorával és a csúcs-tól való λ távolsággal adjuk meg:

$$VM = \lambda \cdot e = \lambda \cdot \begin{pmatrix} \cos\gamma_v \cdot \cos\omega \\ \cos\gamma_v \cdot \sin\omega \\ -\sin\gamma_v \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Az új csúcs koordináta- oszlop a következő:

$$OV' = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v + \delta \end{pmatrix}. \quad (7)$$

Ezzel a kúp parametrikus egyenletei a következők lesznek.

$$VM + OV' = \begin{pmatrix} x(\lambda, \omega) \\ y(\lambda, \omega) \\ z(\lambda, \omega) \end{pmatrix}, \begin{cases} x(\lambda, \omega) = \lambda \cdot \cos\gamma_v \cdot \cos\omega \\ y(\lambda, \omega) = \lambda \cdot \cos\gamma_v \cdot \sin\omega \\ z(\lambda, \omega) = Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v + \delta - \lambda \cdot \sin\gamma_v \end{cases} \quad (8)$$

A kúp parametrikus egyenleteiből kifejezzük az implicit egyenletet:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \lambda^2 \cdot \cos^2\gamma_v \\ (z - Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v - \delta)^2 = \lambda^2 \cdot \sin^2\gamma_v \end{cases}$$

Ezzel

$$\frac{x^2 + y^2}{(z - Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v - \delta)^2} = \operatorname{ctg}^2\gamma_v.$$

Majd innen

$$x^2 + y^2 - (z - Ra \cdot \operatorname{tg}\gamma_v - \delta)^2 \cdot \operatorname{ctg}^2\gamma_v = 0. \quad (9)$$

Az evolvens csavarfelület (2) egyenleteit behelyettesítve a (9)-be, megkapjuk a csavarfelület u, v paramétereirei közötti összefüggést:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = Rb^2 \cdot (1 + u^2) \\ z = \frac{Rb}{\operatorname{tg}\beta_b} \cdot v = p \cdot v \end{cases},$$

majd

$$Rb^2 \cdot (1 + u^2) = \left(\frac{p \cdot v - \delta}{\operatorname{tg}\gamma_v} - Ra \right)^2,$$

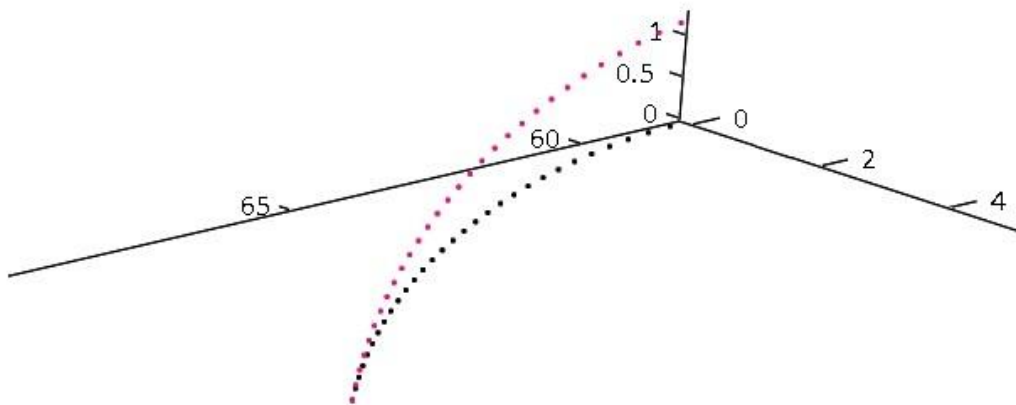
ahonnan

$$\frac{p \cdot v - \delta}{\operatorname{tg} \gamma_v} - R_a = \pm R_b \cdot \sqrt{1 + u^2},$$

$$v(u) = \frac{1}{p} \cdot (\delta + (R_a + R_b \cdot \sqrt{1 + u^2}) \cdot \operatorname{tg} \gamma_v).$$
(10)

A (10) és (2) egyenletekből kapjuk a metszőkerék élegyenleteit:

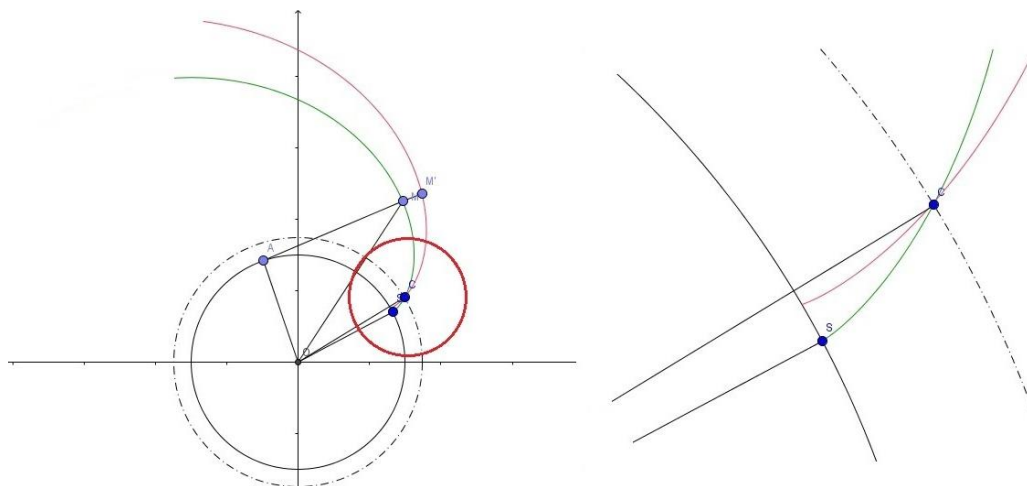
$$\begin{cases} x(u, v(u)) = R_b \cdot (\cos(u + v(u)) + u \cdot \sin(u + v(u))) \\ y(u, v(u)) = R_b \cdot (\cos(u + v(u)) - u \cdot \cos(u + v(u))) \\ z(u, v(u)) = \frac{R_b}{\operatorname{tg} \beta_b} \cdot v(u) \end{cases}$$
(11)



4. ábra

A 4. ábrán látható a metszőkerék élgörbéjének összehasonlítása a szerszámevolvenssel.

Ezt levetítettük a főmozgás irányára merőleges síkra, így megkaptuk a metszőkerék által generált valós fogprofil-görbét (5. ábra).



5. ábra

3.2. A hiba kiszámítása

A hibát, a [4] alapján, a metszőkerékkel ekvivalens fogaskerék evolvens fogprofilja és az élvétületgörbe közötti távolságként értelmezzük. Eltérő módon a [4]-ben felállított matematikai modelltől, az eltérést az ekvivalens fogaskerék evolvensére merőlegesen mérjük. Az ekvivalens evolvenst az élvétület osztóköri pontjához rendeljük. Elemi geometriai megfontolások után a következő képlethez jutunk,

$$\delta e = r_b \cdot \left(\arccos \left(\frac{r_b}{\sqrt{x_A^2 + y_A^2}} \right) + \arccos \frac{y_A}{x_A} - \arccos \frac{y_0}{x_0} + \text{inv}\alpha_0 \right), \quad (12)$$

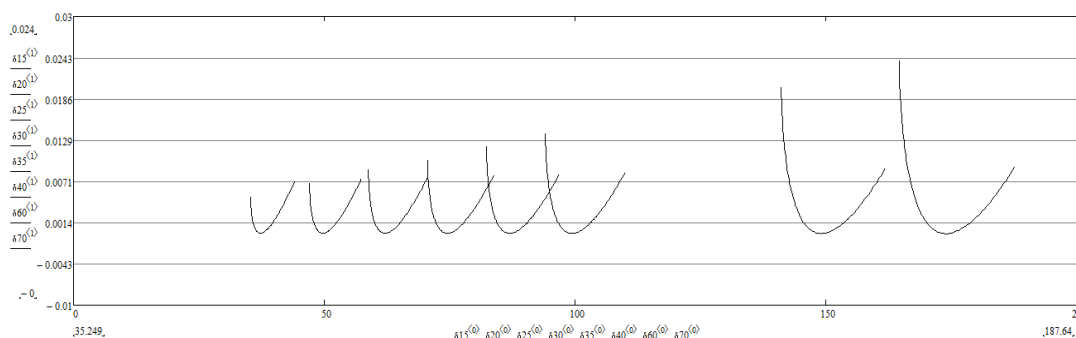
ahol:

δe – a metszőkerék által generált fogprofil eltérése az evolvens profiltól

r_b – az ekvivalens fogaskerék alapkör-sugara

$A(x_A, y_A)$ – a fogprofil és a fogaskerék alapkörének metszéspontja

$C(x_0, y_0)$ – a fogprofil és a fogaskerék osztó körének metszéspontja.



6. ábra

A hiba kiszámítására a MathCad szoftvert használtuk: betápláltuk az adatokat és a képleteket, majd programot írtunk a matematikai modell ellenőrzésére és a hiba kiszámítására. Különböző fogszámokra a 6. ábrán szemléltetett hibagörbék keletkeznek.

4. KÖVETKEZTETÉSEK

A profilhiba változása a fogszám függvényében

Vizsgáltuk a kapott eredmények alapján, hogy a fogszám változtatásával milyen jellegű eltérések keletkeznek.

Számításaink azt bizonyították, hogy a metszőkerék fogszámának a növelésével a hiba mértéke növekszik. A hiba egysége a vizsgált fogszámok esetén eléri a 10^{-2} értéket is. Ugyanakkor észrevehető, hogy az alapkörön való eltérés $z_s=25$ -nél nagyobb fogszám esetén kisebb, mint a fejkörön kiszámított eltérés.

A klasszikus, egyenesprofilú léccel képzett metszőkerék profilhibáját csökkenteni csak akkor lehet, hogyha a szerszám végtelen fogra való kiterjesztésének elegáns, de elavult hipotézisét ejtjük, és ezt a generáló kerék hipotézisével helyettesítjük [4].

5. IRODALOMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Hollanda, D. *Bazele aşchierii și a generării suprafețelor*. Universitatea Petru Maior Târgu Mureș, **1996**.
- [2] Hollanda D., Máté M. *Aschiere și scule*. Editura Universității Petru Maior, Târgu Mureș, **2004**.
- [3] Szeniczai L. *Az általános fogazás*. Budapest, Műszaki Könyvkiadó, **1955**.
- [4] Máté M. *Contribuții la îmbunătățirea parametrilor geometrici și cinematici ai cuțitelor roată cu dinți înclinați*. Referatul nr. 2. Universitatea "Transilvania" din Brașov, **1996**.
- [5] Kelemen L., Szente J. *Fogasgyűrűs tengelykapcsolók fogérintkezésének elemzése*. Miskolc. Egyetemi Könyvkiadó.
- [6] Bouzakis, K. *Die Vermeidung der Kollision und die Bestimmung der Wirtschaftlichkeit der Verzahnungsprozess bei Stoßräder*. Doktor genehmigtes Dissertation, Rhein-Westfälischer Techniker Hochschule, Aachen, **1978**.