Összefonódó hálózatok

Interleaved networks

KÁSA Zoltán, JÁNOSI-RANCZ Katalin Tünde
Sapientia Erdélyi Magyar Tudományegyetem, Marosvásárhelyi Kar
e-mail: {kasa, tsuto}@ms.sapientia.ro

Abstract

We define interleaved networks (graphs), in which two or more networks use the same set of nodes. The network interpreted in this way offers new possibilities of use. We present an example of this. We hope that this may open up new research opportunities, but it can also be used in university practical classes.

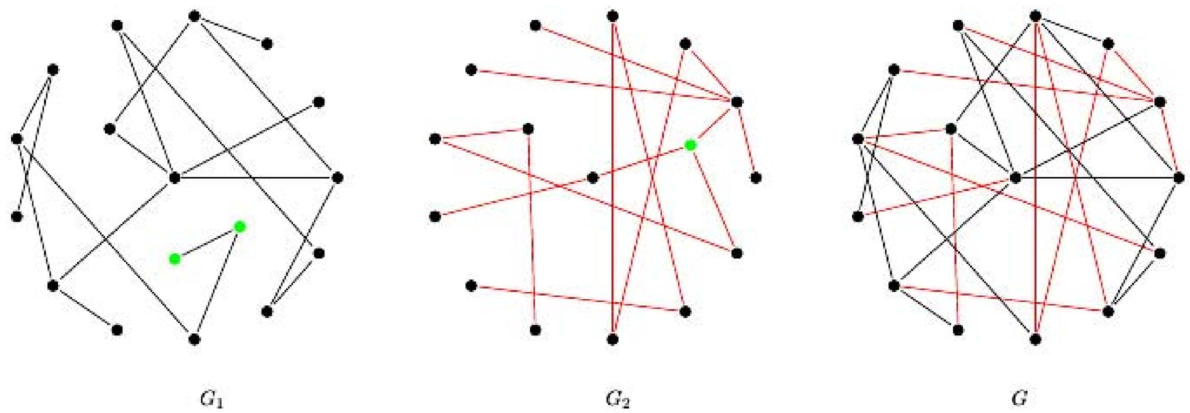
Keywords: graphs, networks, interleaved networks, MGP, MathSciNet

Kivonat

Értelmezzük az összefonódó hálózatokat (gráfokat), amelyek esetében a két vagy több hálózat ugyanazt a csúcshalmazt használja. Az így értelmezett hálózat új felhasználási lehetőségeket nyújt. Erre mutatunk be egy példát. Reményeink szerint ez új kutatási lehetőségeket rejthet, de akár egyetemi gyakorlati órákon is felhasználható.

Kulcsszavak: gráfok, hálózatok, összefonódó hálózatok, MGP, MathSciNet

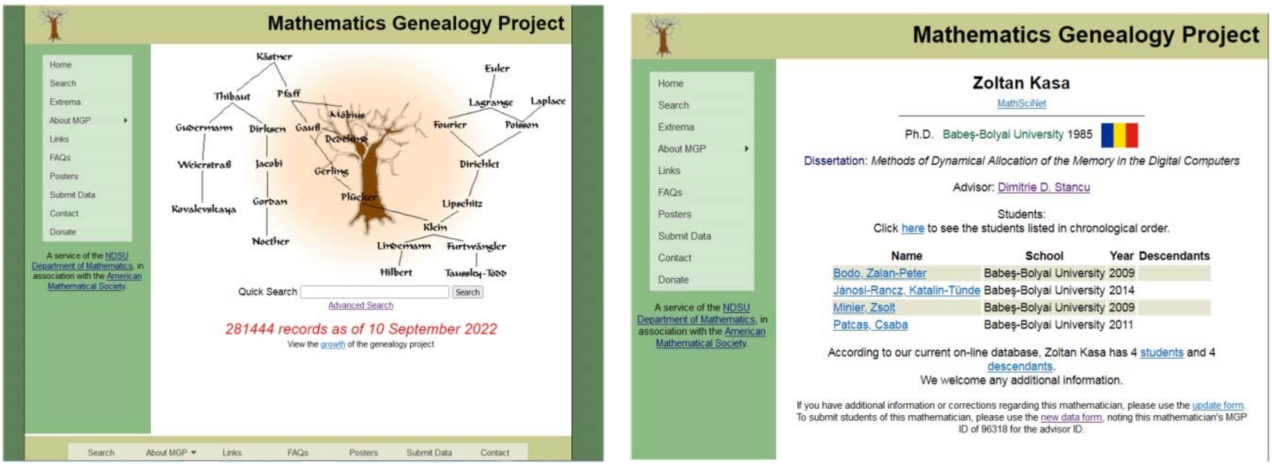
Adott két gráf $G_1 = (V_1, E_1)$ és $G_2 = (V_2, E_2)$. Legyen $V = V_1 \cap V_2 \neq \emptyset$ és $G = (V, E)$, ahol $E = E_1' \cup E_2'$, és E_i' mindazon E_i-beli éleket tartalmazza (i = 1,2), amelyeknek mindkét végpontja V-ben van. A G gráfot nevezzük a G_1és G_2 gráfok összefonódásából keletkezett gráfnak, vagy csak röviden *összefonódó gráfnak*. Érdemes az eredeti gráfok éleit különbözően színezni. Természetesen gráf helyett használhatjuk a hálózat elnevezést is. A fogalmat kiterjeszthetjük tetszőleges számú gráfra is. Példaként lásd az 1. ábrát.



1. ábra. *A fekete csúcsok a közös csúcsok, azaz a V halmaz.*

Az összefonó hálózatokra példaként az MGP és a MathSciNet® hálózatokat mutatjuk be.

A **Mathematics Genealogy Project** (MGP)[1] célja, hogy információkat gyűjtsön a világ matematikusairól. Az adatbázis tartalmazza a matematikából doktoráltak adatait (név, tézis címe, doktori iskola, vezető tanár neve, az illetőnél doktoráltak listája). Az adatokat önkéntes módon kérik minden doktori iskolától és minden olyan személytől, aki ismeri a megfelelő információkat. (2022. szeptember 10-én több mint 281 ezer matematikusról tartalmazott adatokat.) Lásd: 2. ábra. Az adatbázis ingyenesen elérhető.



2. ábra. *Mathematics Genealogy Project*

A **MathSciNet® Mathematical Reviews**[2] az Amerikai Matematikai Társaság adatbázisa. Elődje az 1940-től havonta megjelenő referáló folyóirat, a *Mathematical Reviews,* amely tartalmazta a matematikai folyóiratokban megjelenő szakcikkek rövid ismertetését. Ez alakult át egy kibővített adatbázissá, amely sok új szolgáltatást nyújt előfizetés ellenében. Ilyenek: publikációk szerzők szerint, hivatkozások a publikációkra, szerzők szerzőtársainak listája, távolságok szerzők között (a közbeeső személyek listájával) stb. Az adatbázis előfizetéses (tudományegyetemeken általában elérhető), de vannak ingyenes szolgáltatásai is. A 3. ábrán látható egy ilyen. Mivel az egyik szerző Erdős Pál, ezért egyben megkapjuk a másik szerző Erdős-számát[3] is.

MR Erdos Number = 5

Katalin Tünde Jánosi-Rancz	coauthored with	Viorica Varga	MR3113040
Viorica Varga	coauthored with	Zoltán Kása	MR1701274
Zoltán Kása	coauthored with	Antal Iványi	MR3045606
Antal Iványi	coauthored with	Imre Kátai	MR0311611
Imre Kátai	coauthored with	Paul[1] Erdős	MR0252338

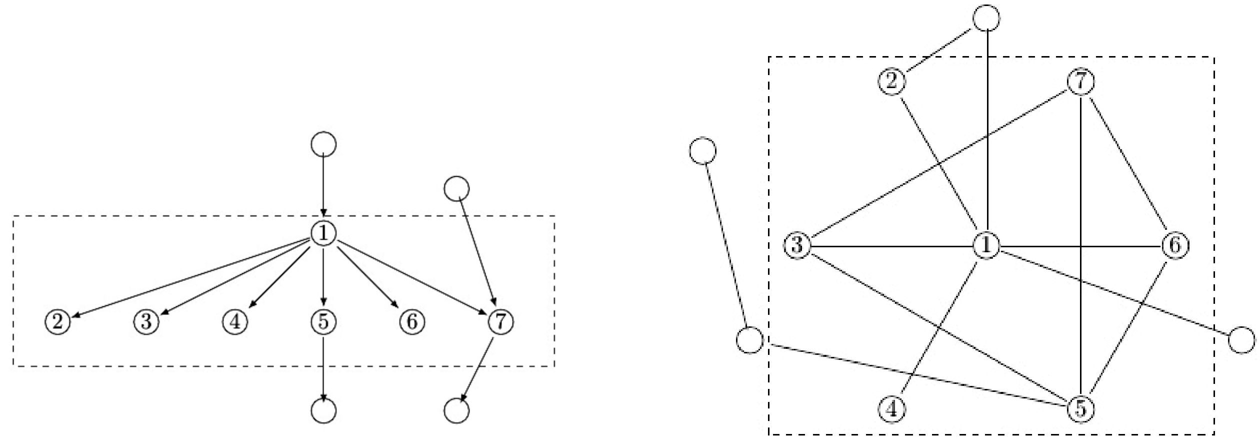
3. ábra. *Szerzők távolsága*

Értelmezzük egy *G* gráf *kompaktságát n* csúcs, *k* él esetében mint $K_{n,k} = \frac{2k}{n(n-1)}$. Ennek segítségével össze tudunk hasonlítani gráfokat.

[1] https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu/
[2] https://mathscinet.ams.org/mathscinet

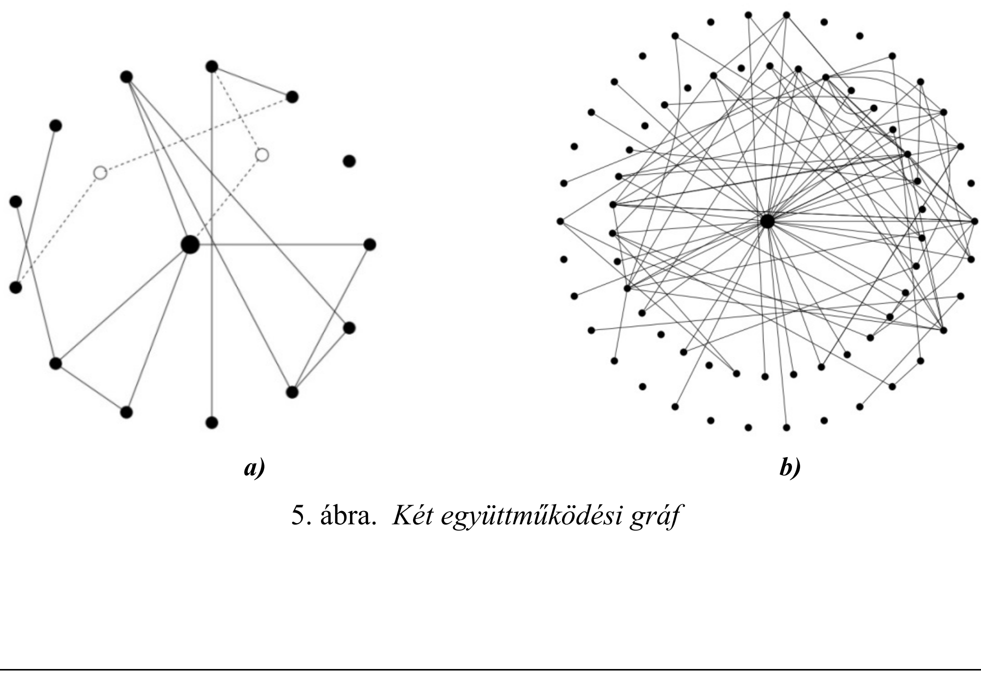
[3] Erdős Pálnak az Erdős-száma 0, akinek van Erdőssel közös cikke, annak az Erdős-száma 1, akinek nincs Erdőssel közös cikke, de van olyannal, akinek az Erdős-száma 1, annak az Erdős-száma 2, és így tovább. Több mint 1500 matematikusnak 1 az Erdős-száma.

A MathSciNet adatbázisból készíthetünk egy nagy *együttműködési gráfot*, amelynek csúcsai az adatbázisban szereplő matematikusok, két csúcs között pedig akkor van él, ha a két végpontjában lévő matematikusnak van legalább egy közös cikke. Érdekes lehet megvizsgálni azokat a részgráfokat, amelyek minél kompaktabbak. A legkompaktabb részgráf nyilván egy teljes gráf (vagy klikk). Ez ilyen nagy gráfban nem könnyű megfelelő időben nagy kompaktságú részgráfot találni. De megpróbálhatjuk használni az MGP adatbázist, amelyből készíthetünk egy irányított gráfot, ahol a csúcsok szintén (doktori címmel rendelkező) matematikusok, és egy doktori vezetőtől irányított él mutat a nála doktori címet szerzett matematikushoz. Nyilvánvaló, hogy ez a két gráf felfogható összefonódó hálózatként, hisz a két csúcshalmaz metszete nem üres halmaz. Feltételezvén, hogy egy doktori iskolában egy tudományos vezető és a doktori címet nála szerzők matematikusok között sok olyan lehet, akik közös cikkeket írtak. Tehát, elindulunk egy doktori vezetőből és doktoraiból képzett csúcshalmazból, majd kiválasztjuk a MathSciNet együttműködési gráfjában az ezen csúcsok által feszített részgráfot, és kiszámítjuk a kompaktságát. Több ilyen választás után megkaphatjuk ezek közül a legkompaktabb részgráfot (lásd: 4. ábra).



4. ábra. *Egy MGP részgráfból kapott MathSciNet részgráf*

Az 5. ábrán két együttműködési gráf látható. Mindkettőnél a doktori vezetőt jelölő csúcs középen van, a többi csúcs az illető vezetőnél doktori címet szerzett személyeket jelöli. Két csúcs közötti él, ahogy már láttuk, azt jelenti, hogy a két személynek van legalább egy közös cikke. A két gráf kompaktsága: *a)* esetében 0.13, (a szaggatott élek kihagyásával, amelyek csak azért kerültek be, hogy a gráf az egyetlen izolált csúcs elhagyásával, összefüggő legyen), *b)* esetében 0.04. Ha elhagyjuk az izolált csúcsokat, akkor ezek az értékek valamelyest nőnek: *a)* 0.15, *b)* 0.07. Az *a)* esetében, a két új csúcsot is figyelembe véve, a kompaktság megnő 0.18-ra.



a) ***b)***

5. ábra. *Két együttműködési gráf*

Amiatt, hogy az 5.*b)* ábrán több mint négyszer annyi csúcs van, de maga a gráf nem négyszer akkorára van rajzolva, arra a téves gondolatunk támadhat, hogy a *b)* kompaktabb *a)*-nál, de mint láttuk fentebb, ez nem igaz.

Ha a MGP és a MathSciNet® adatbázisból képzett összefonódó hálózatot teljes egészében feldolgozzuk, remélhetőleg, érdekes következtetéseket vonhatunk le a doktori iskolák „kompaktságáról”. Érdekes lenne felkutatni és megvizsgálni más (ismert) összefonódó hálózatokat is.

IRODALMI HIVATKOZÁSOK

[1] Kingan, S. R., *Graphs and Networks,* Wiley, 2022, ISBN: 978-1-118-93727-3
[2] *** *Mathematics Genealogy Project,* https://www.genealogy.math.ndsu.nodak.edu (Utolsó letöltés: 2022. 09.15)
[3] *** *MathSciNet® Mathematical Reviews,* https://mathscinet.ams.org/mathscinet (Utolsó letöltés: 2022. 09.15).