

Némely adalék Bolyai Farkas sokszög-átdarabolási tételéhez

About the scissor-congruent polygons theorem of Wolfgang Bolyai

HORVÁTH Sándor

Sapientia EMTE, Marosvásárhelyi Kar, Matematika-Informatika Tanszék

Abstract

A few additions to the scissor-congruent polygons theorem of Wolfgang Bolyai, and a hidden and rather surprising connection between this geometric puzzle and the arithmetic algorithm of the square root.

Keywords: scissor-congruent polygons, Hilbert's third problem

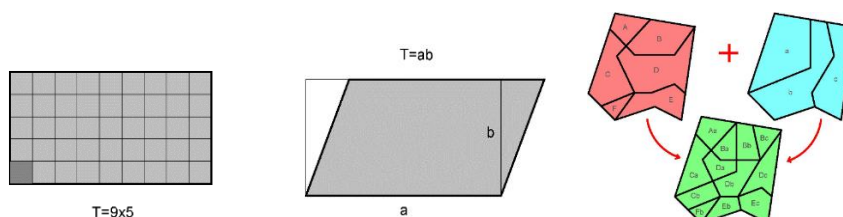
Kivonat

Néhány adalék a Bolyai Farkas sokszög átdarabolási tételéhez, és egy rejtett és igencsak meglepő kapcsolat e geometriai puzzle és a négyzetgyökvonás aritmetikai algoritmus között.

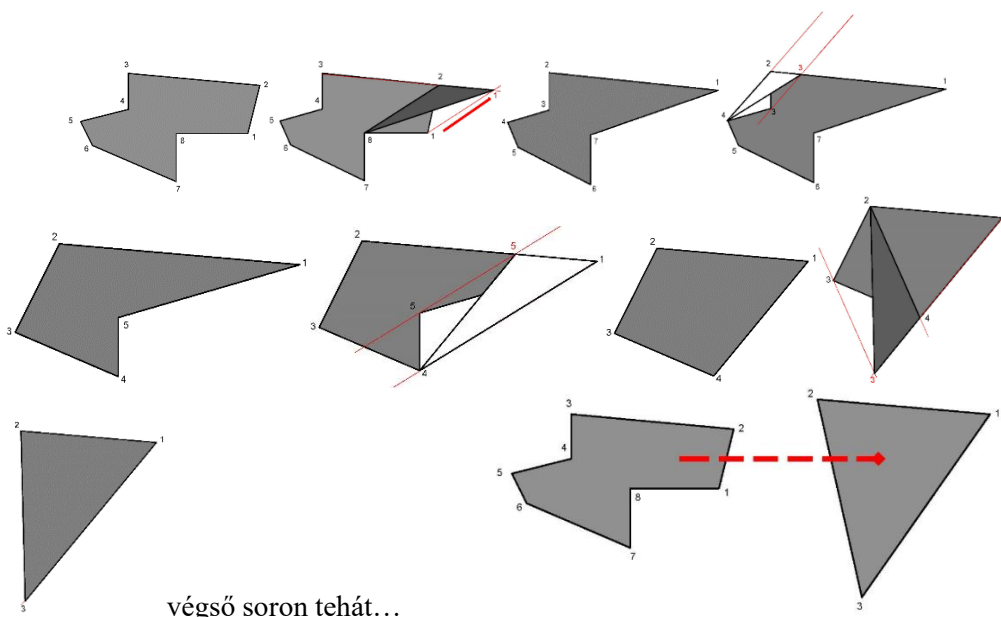
Kulcsszavak: Bolyai Farkas sokszög-átdarabolási tétele, Hilbert harmadik problémája

1. ÁTDARABOLÁS

Területmérés = kicsempézés egy mértékegységgel, vagy átdarabolás. Az átdarabolás területtartó.

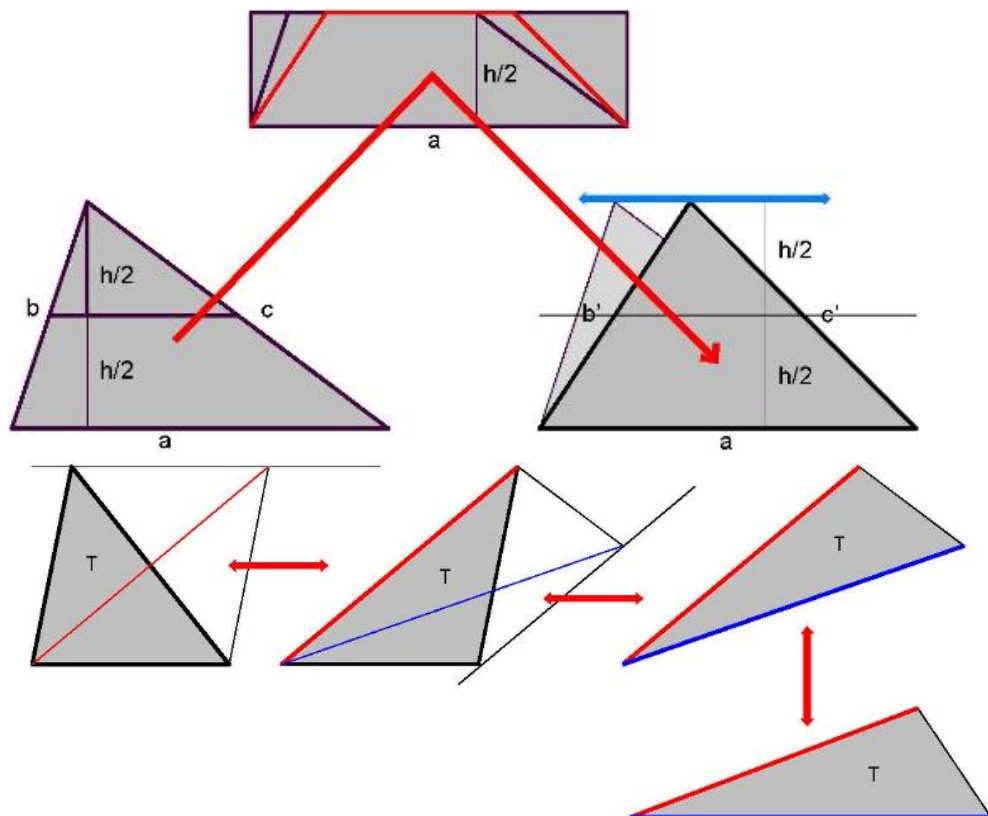


Egy sokszög két különböző feldarabolásából átdarabolást készíthetünk. Minden sokszög azonos területű háromszöggé darabolható.



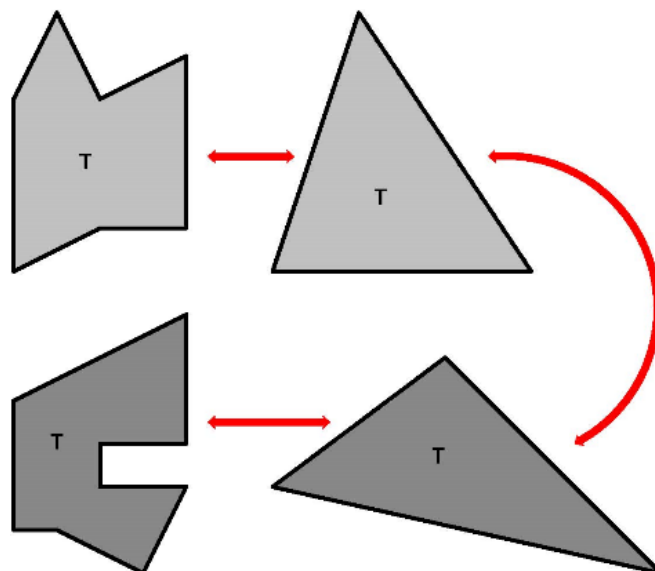
végső soron tehát...

Egyenlő területű, egy közös oldallal rendelkező... de ilyennel nem rendelkező (!) háromszögek is egymásba darabolhatók. Íme:

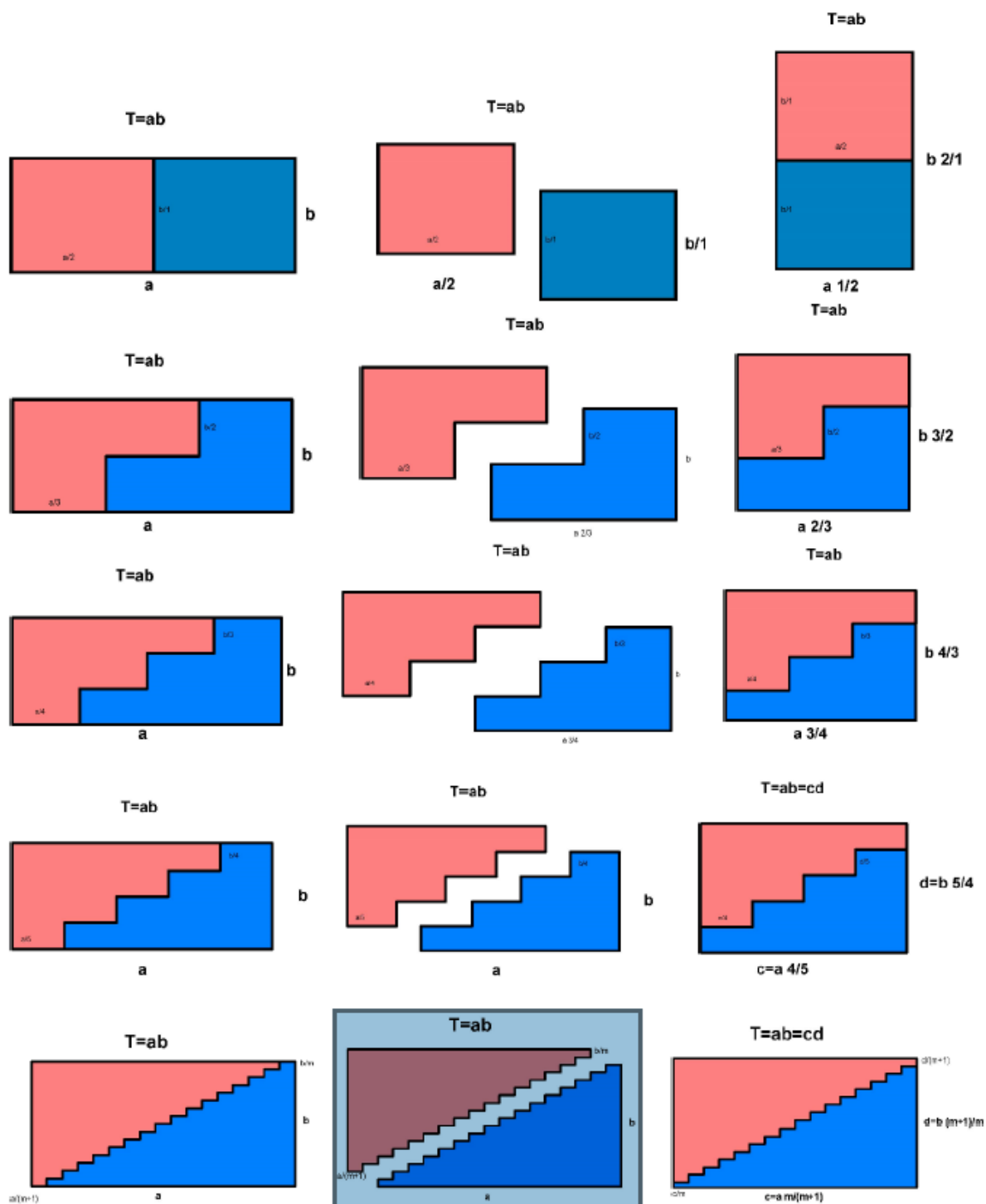


és

Bolyai Farkas sokszög-átdarabolási tétele. A fentiek következménye.



2. NÉGYZETGYÖKVONÁS... OLLÓVAL ESETLEG FŰRÉSZELEÉSSEL: A LÉPÉSEK JELKÉPES MAGYARÁZATA



3. NÉGYZETGYÖKVONÁS ALGORITMUSA.

Algorithm 1 Négyzetgyökvonás **fűrészeléssel**

Require: $a \geq b > 0$, N , ($a_1=a$, $b_1=b$) $\triangleright$ Input $a \geq b > 0$

1: **for** $n = 1, \dots, N$ **do**

2: **if** $a=b$ **then** $\triangleright$ Megvan a pontos $c = \sqrt{ab}$.

3: Print n , $c = a$, Stop $\triangleright$ Lépés-szám n .

4: **else**

5: $\triangleright$ A legkisebb fűrészfog-szám, ú.h. a téglalap még lapos, m . $\triangleleft$

6: $m = f(n) = \min\{k \mid k \geq 1, (\frac{k}{k+1})^2 \geq \frac{b}{a}\}$, ($m = f(n)$)

7: $a \leftarrow \frac{m}{m+1}a$, ($a_{n+1} = \frac{m}{m+1}a_n$) $\triangleright$ Az új hosszúság a .

8: $b \leftarrow \frac{m+1}{m}b$, ($b_{n+1} = \frac{m+1}{m}b_n$) $\triangleright$ Az új szélesség b .

9: Print N , $c \approx a$, $a - b$, Stop $\triangleright$ N lépés, $c \approx \sqrt{ab}$ közelítés, és hiba.

Alkalmazás: Számítsuk ki egyre jobb közelítéssel $\sqrt{5}$ értékét.

Megoldás: Legyen $a = 5$ és $b = 1$. Az előbbi algoritmus a $\sqrt{5}$ értékét számítja ki. Az algoritmus minden iterációja megduplázza a pontos tízedes számjegyek számát!

A **10**-edik iteráció már **642** pontos számjegyet ad!

2. 23606797749978969640917366873127623544061835961152572427089724541052
 0925637804899414414408378782274969508176150773783504253267724447073863
 5863601215334527088667781731918791658112766453226398565805357613504175
 3378500342339241406444208643253909725259262722887629951740244068161177
 5908909498492371390729728898482088641542689894099131693577019748678884
 4250897541329561831769214999774248015304341150359576683325124988151781
 3940800056242085524354223555610630634282023409333198293395974635227120
 1341749614202635904737885504389687061135660045757139956595566956917564
 5782219525000605392312340050092867648755297220567662536660744858535052
 62330678494633

4. IRODALMI HIVATKOZÁSOK

- [1] Bolyai Farkas, *Tentamen*, 1833, Magyar Elektronikus Könyvtár, <https://mek.oszk.hu/06500/06507/>
- [2] Szabó Péter Gábor, *William Wallace és a Wallace–Bolyai–Gerwien-tétel*, Matlap, XXVI. évf. 9.sz 2022.