Az entrópia (rövid) története

Clausius – AI

Biró Tamás Sándor[1, 2, 3]

[1]NAPLIFE WIGNER Fizikai Kutatóközpont, Budapest
[2]Universitatea Babeş-Bolyai, Cluj
[3]Complexity Science Hub, Wien

v. June 30, 2023

EMT előadás, Nagyszalonta, 2023. 06. 30.

Tartalom

Clausius

Carnot, Robert-Mayer, Joule, Kelvin

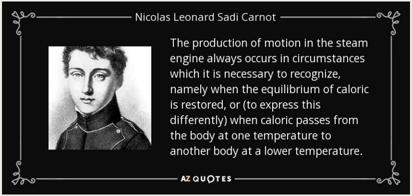
"Az univerzum teljes energiája állandó; a teljes entrópia folyamatosan nő" (Rudolf Clausius 1865)

Entrópia = en - troposz (εντροπος) helyhez kötött fogalom

ez egy absztrakt hely!

Egyirányúság

melegebbről hidegebbre



”A mozgás előállítása a gőzgépben mindig olyan körülmények közt történik . . . amikor a kalorikum átmegy egy adott hőmérsékletű testről egy másik, alacsonyabb hőmérsékletű testre.”

$$dE = TdS - pdV$$

Az entrópia különleges

Zárt rendszerben: $dS \geq 0$.

Joule, Kelvin (Thomson), Maxwell, Planck.

Hamis érv az evolúció ellen: a földi élet egyre bonyolultabbá válása entrópia csökkenést jelez.

Igazság: 3 rendszer szerepel, a Föld csak közbülső.

Nap: 6000, Föld: 300, Világűr: 3 Kelvin fokos.

Az evolúció termodinamikája

(minimum) három test probléma.

Atomelmélet

Maxwell, Boltzmann, Planck

- Gáztörvény: $pV = NkT$
- Átlagenergia: $\frac{E}{N} = \frac{3}{2}kT$
- Boltzmann állandó: k (Planck nevezte el így).
- $E + pV = TS \quad \rightarrow \quad S = \frac{5}{2}Nk.$
- Eloszlás: sebesség $P(v) \sim \mathrm{e}^{-mv^2/2kT}$ Maxwell, energia $P(\varepsilon) \sim \mathrm{e}^{-\varepsilon/kT}$ Boltzmann.

N általában nagy, $\sim 10^{24}$

Az entrópia nem csökken!

H-tétel és anti-H-tétel

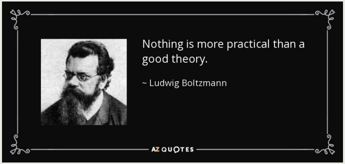
- Atomi mozgások a fázistérben, az entrópia ebben a térben összegez (integrál).
- Boltzmann egyenlet: partner- és időfordítás szimmetria.
- Következmény: H-tétel = az entrópia nő.

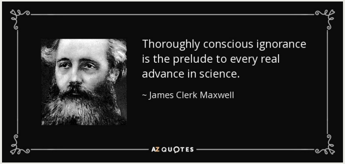
S nő, ha függése a valószínűségsűrűségtől konkáv.

Mikro és makro

Boltzmann, Gibbs, Planck

- Sokkal-sokkal több mikroállapot ($N! \approx N^N$) mint makroállapot.
- Poincaré visszatérési idő $t_P \sim \mathrm{e}^{\mathrm{N}!}$.
- A mikrofolyamatok az ütközés előtti független eloszlásokból szemezgetnek:
- Ez a feltevés már bontja a T-szimetriát.
- Van anti-H-tétel is.





Egyensúly és entrópia

mindenki

- Az egyensúly az átlagok egyensúlya.
- Egyensúlyban az entrópia nem nő tovább: maximális.
- Kevés mikroállapot $\to$ valószínűtlen $\to$ alacsony entrópia.
- Sok mikroállapot $\to$ valószínű $\to$ magas entrópia.
- Az entrópia kimosható nemegyensúlyi folyamatokkal.

lokálisan vagy rövid ideig csökkenhet is...

entrópia = rendetlenség?

a permutációs entrópia

N részecske, $N! = N(N-1)(N-2)\dots 1$ index sorrend. Ez a permutáció.

N_1 adja az 1-es makroállapotot, N_2 a 2-est, s.í.t.

$$W = \frac{N!}{N_1!N_2!\cdots N_r!}$$

az ismétléses permutációk száma.

Stirling formula alapján nagy N-re

$$\ln W \approx N\ln N - N_1\ln N_1 - \dots N_r\ln N_r.$$

Valószínűség = előfordulási gyakoriság: $p_i = N_i/N$.

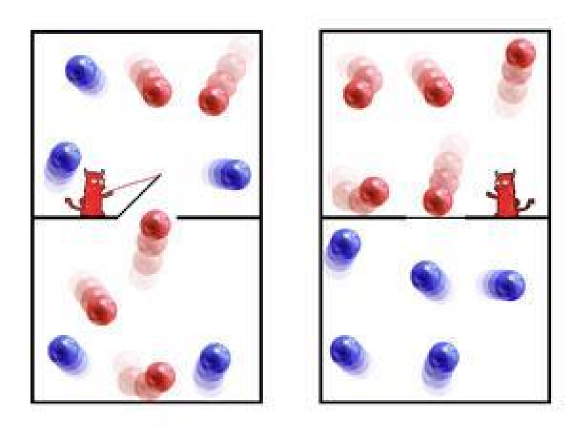
$$S = \frac{1}{N}\ln W \approx (1 - p_1 - p_2 - \dots - p_r)\ln N - (p_1\ln p_1 + p_2\ln p_2 + \dots + p_r\ln p_r)$$

Boltzmann képlet: $S = -k\sum_i p_i \ln p_i$.

neg-entrópia = információ = tudás ?

Maxwell, Szilárd

Maxwell démona (az elnevezés Kelvintől származik).



Információs entrópia

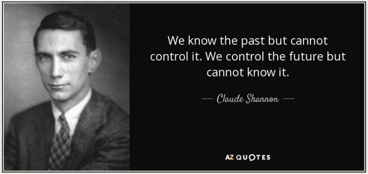
kódok, tömörítés — Turing, Shannon

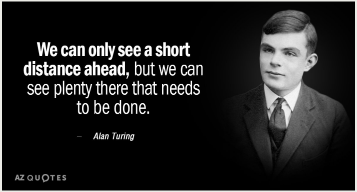
bit = 0 vagy 1, igen vagy nem, kettőből az egyik.

$$S = -\sum_i p_i \log_2 p_i .$$

Barkochba: $W = 2^N$ lehetőség, leggyorsabb út hossza $N = \log_2 W$.

1. az entrópia sosem negatív
2. csak akkor nulla, ha egyetlen mikroállapot van
3. hozzátenni $p_{r+1} = 0$ -t nem változtatja az entrópiát
4. $S\,[p_i]$ konvex, egyetlen maximuma van.





Az entrópia 5. axiómája

Rényi, Tsallis, Biró, ...

5. "az entrópia additív" (szorzatra).

A Rényi entrópia additív: $S_R = \frac{1}{1-q} \ln \sum_i p_i^q.$

A Tsallis entrópia átlag: $S_T = \frac{1}{1-q} \sum_i (p_i^q - p_i).$

$q \to 1$-re mindkettő a Boltzmann képletre vezet.

Csoport-entrópia: $G(S) = \sum_i p_i K(-\ln p_i).$

Biró: $G() = K()$, $K(S)$ additív.

Az AI entrópiája

Biró, Jakovác, Telcs

Tanulás = választás = bit-sorozat rövidítés

A lehetséges makroállapotok kevesebben lesznek: r csökken $\rightarrow$ az entrópia csökken

Mintafelismerés = osztályozás = releváns és irreleváns bitek elkülönítése.

Releváns bit: 1 vagy 0. Irreleváns bit véletlen, átlag $1/2$.

Ezek a tanulás végén kevesebben vannak: kisebb entrópia.

Hol a Maxwell-démon? Mi (ki) melegszik?

Sugárzás állapotegyenlete

Stefan–Boltzmann törvény

Stefan-Boltzmann törvény: $E/V \sim T^4$

Entrópia

$$S(E,V) \;=\; \alpha E^a V^b \quad \rightarrow \quad \frac{1}{T} = a\frac{S}{E}, \quad \frac{p}{T} = b\frac{S}{V}.$$

Homogenitás miatt: $E + pV = (a+b)TS = TS$, vagyis $a + b = 1$.

Ugyanakkor: $p = b\frac{TS}{V} = \frac{b}{V}\frac{E}{a} = \frac{b}{a}\frac{E}{V}$

Igazi sugárzásra: $p = \frac{1}{3}\frac{E}{V}$, ezért: $a = 3b$.

Eredmény: $a = 3/4, b = 1/4;$ $\quad \mathbf{S = \alpha V(E/V)^{3/4}}$

Fekete lyuk termodinamika

térfogati munkával (T.Biró, P.Ván, V.G.Czinner, H.Iguchi 2018)

- R sugarú fekete lyuk horizont: $E \sim M \sim R, \quad T \sim g \sim 1/R, \quad S \sim R^2.$
- Hawking párolgás: $dR \sim dE \sim -T^4 R^2 dt \sim -dt/R^2; \quad t \sim R^3;$
- Párolgó horizonton belüli térfogat: $V \sim tR^2 \sim R^5.$
- Sugárzási állapotegyenlet: $S \sim E^a V^b; \quad a + 5b = 2$
- Homogenitás: $S = E\frac{\partial S}{\partial E} + V\frac{\partial S}{\partial V}; \quad a + b = 1.$

Megoldás: $S \sim E^{3/4} V^{1/4}$ (pozitív fajhő $C = 3S$!).

Bekenstein-Hawking: $C = -2S$.

Fekete lyukak entrópiája

Bekenstein-Hawking vs Biró-Ván-Czinner-Iguchi

- BH feltevés: $p = 0, \; E \sim R, \; S \sim R^2$
- BH következmény: $E = 2TS, \; dE/dT = -2S < 0; \quad V$ akármi.
- BVCI feltevés: $p = \frac{1}{3}\frac{E}{V}, \; E \sim R, \; S \sim R^2$
- BVCI következmény: $E + pV = TS, \; dE/dT = 3S > 0; \quad V \sim R^5$.

Értelmezés: a Hawking párolgás térfogata ilyen.

Fekete lyuk termodinamika

térfogati munkával (T.Biró, P.Ván, V.G.Czinner, H.Iguchi 2018)

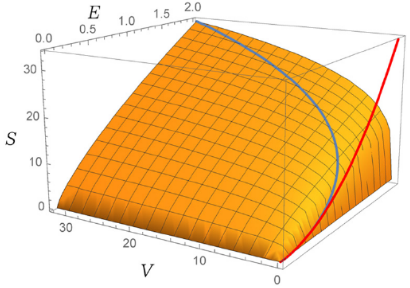


Fig. 1. Plot of the volume dependent entropy $S(E, V)$ for a Schwarzschild back hole. The blue curve is a certain path corresponding to $V \sim M^5$, while the red curve is its projection onto the $V = 0$ plane.

Az egyenlőtlenség mértékei

indexek, görbék, entropikus jelleg

- Máté elv: ”akinek van, annak adatik.”
- Preferenciális növekedés: vak ráta = exponenciális, lineárisan növő ráta = Pareto (Tsallis)
- Hatványlecsengés = hosszútávú rend (átnyúlás)
- Kisvilág-hatás: Erdős szám

Az én Erdős számom

Erdős Pál - Nicolas C. Wormwald - Telcs András

Search MSC | **Collaboration Distance** | Current Journals | Current Public

MR Erdos Number = 3

Tamás Sándor Biró	coauthored with	András Telcs	MR4027459
András Telcs	coauthored with	Nicholas C. Wormald	MR1742145
Nicholas C. Wormald	coauthored with	Paul[1] Erdős	MR0879334

Change First Author | **Change Second Author** | **New Search**

Free Tool

Vagyoni és jövedelmi egyenlőtlenség

Pareto, Gini, Lorenz, ...

Pareto: 20/80 bonmot

Gintropy: $\sigma = \overline{F} - \overline{C}$

entropikus tuladonságok

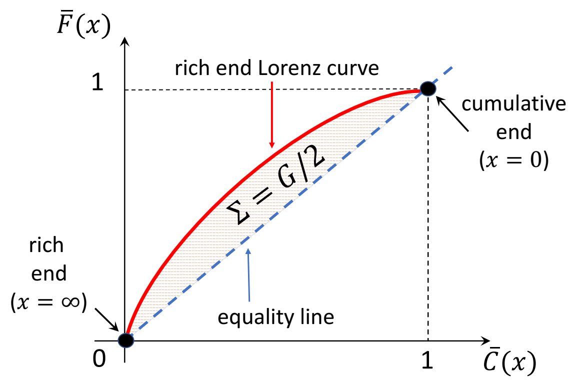
Kumulatív gazdagok kumulatív vagyona:

$$\overline{C}(x) = \int_x^\infty P(y)dy; \qquad \overline{F}(x) = \frac{1}{\langle x \rangle} \int_x^\infty yP(y)dy.$$

1. $\sigma \geq 0$, nulla csak a végpontokban
2. σ maximális $x = \langle x \rangle$-re. A max értéke a Kolkota index.
3. Gini index $G = 2 \int_0^1 \sigma d\overline{C}$ (Lorenz terület).
4. A dzsintrópia mindkét kumulatívnak konvex függvénye.

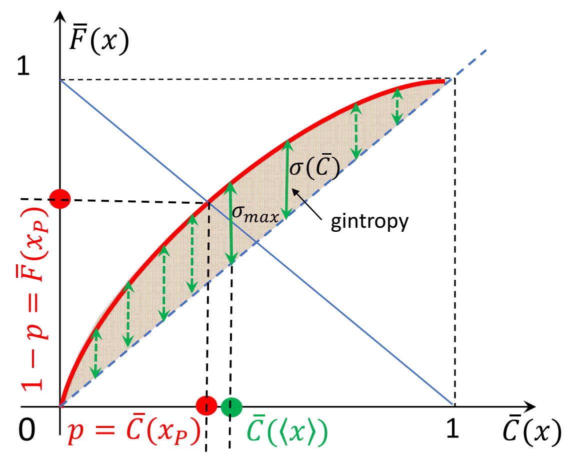
Ökonofizika

Lorenz, Gini, Biró, Néda, Telcs



Ökonofizika

Lorenz, Gini, Biró, Néda, Telcs



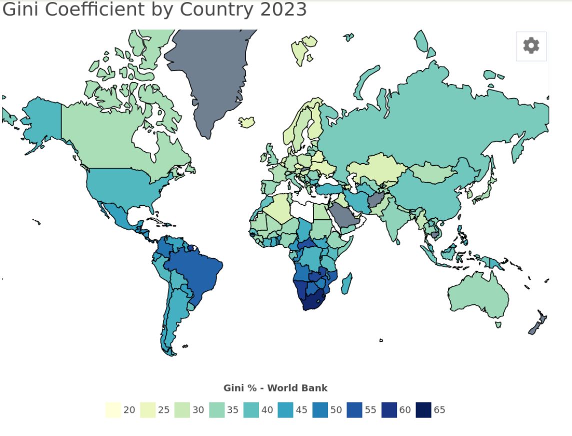
Gini index (gintropy integrál)

modellek

- Kommunizmus (csak $x = a$): $G = 0$, $\sigma = 0$ (tűszerű eloszlás)
- Kommunizmus++ ($x = a$ vagy b): $G = \frac{(\langle x \rangle - a)(b - \langle x \rangle)}{(b-a)\langle x \rangle}$, $\sigma = G$ vagy 0
- Természetes (x eloszlása exp): $G = \frac{1}{2}$, $\sigma = -\overline{C} \ln \overline{C}$
- Kapitalizmus (x elszlása Pareto): $G = \frac{1}{q+1}$, $\sigma = \frac{1}{1-q} \left(\overline{C}^q - \overline{C} \right)$
- Skandináv (x uniform a és b között): $G = \frac{1}{3} \frac{b-a}{b+a}$, $\sigma = 3G\overline{C}(1 - \overline{C})$

Gini index 2023

Az adatok ablakos modellre utalnak



Entrópia

összefoglaló üzenet

1. entrópia $\leq$ információ $\leq$ tudás
2. időnyíl $\geq$ trendek $\geq$ entrópia növekedés
3. entrópia $\neq$ káosz, rendetlenség, komplexitás hiánya
4. Az entrópia releváns: energetika, klíma, evolúció, atomok, tanulás, fekete lyukak (az univerzum végzete).